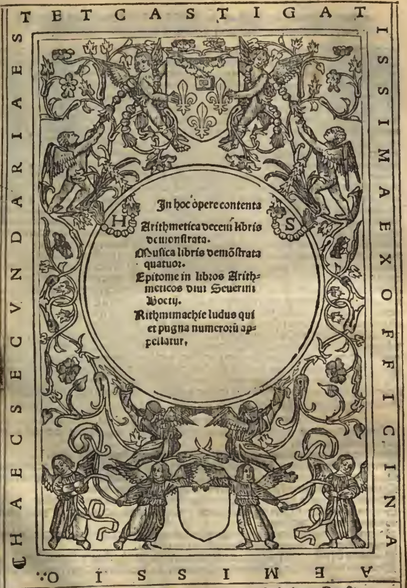


In hoc opere contenta

Arithmetica decem libris demonſtrata.

Muſica libris demõſtrata quatuor.

Epitome in libros Arithmeticos diui Seuerini Boetij.

Rithmimachie ludus qui et pugna numerorũ appellatur.

Hęc ſecundaria ſuperiorũ operum æditio/venalis habetur Pariſijs: in officina Henrici Stephani e regione ſcholę Decretorum.

¶Noua ꝯmentatio in Jordanū per Jacobū Fabrū Stapulēſem laborata ad clariſſimū virum Joannem de Ganay preſidentem Pariſienſem.

Paucis me digne ammonuiſti Clariſſime vir: quot cognita cōmoditates adducat diſciplinarū parens Arithmetica quotq; ignota relinquat tenebras. vt quē nullius diſcipline fugiat ſtudiū. In primis eni legū authoritas (in quibus potiſſimū tua verſatur opera) tibi numeris egere viſa eſt. vt que iuſtitiā vnicuiq; pro dignitate diſpēſat: nūc Arithmetica/ nūc vero Geometrica ratiōe ꝯſtantē. que agros/ agrorū limites/ aquaꝝ diuergia/ alluuioneſq; et pleraq; ſilia ſollicite cōſyderat que Mathematico deſtituta preſidio nūꝙ plane aſſequi valeat. Hinc iperatores rhomani Veſpaſianus/ Adrianus/ Traianus/ Theodoſius/ Archadius/ Honorius/ Cōſtantinus ⁊ aliorum ꝙplurimi legūtur peritos agrimenſores inſtituiſſe: qui podiſmorū rationem ad publicam vtilitatem tenerent quam numerorum perficit ſagacitas. Hinc Lucius Moderatus illarum rerum ſtudioſus inſignem libellum reliquit. Et Arithmetica cōtemplatio rite cognita facilē prebet muſicarū modulationū itelligētiā/ aſtronomicarūq; ſubtilitatū igreſſus. et priſca Theologia numeris olim vt quibuſdam ad diuina gradibus tota innitebatur. Quis et nūc in ſacris litteris ſua retineant myſteria numeri. Tolle igitur numeros/ numerorumq; diſciplinam: leges imperficis. iuſtitia ceca relinquitur. nulla modulationum reperietur regula. nullus celeſtium cōtemplationum aditus. ſacrarum litterarum delitebūt myſteria: imo et vniuerſa philoſophia que pariter humanoꝝ/ diuinorūq; cognitio deſcribitur. Que quidē cōmoditates aſſecute diſcipline/ atq; incōmoda neglecte priſcos minime latuere: vt qui haud alio tramite crediderit ꝙ per eā incedētes nos poſſe quicꝙ digna ſatis ꝯtēplatiōe cognoſcere. Pythagoras eni ſine nūeroꝝ preſidio nichil poſſe ſciri cōtendebat. ⁊ Plato in ſue academie veſtibulo hoc inſculpſit epigrāma. Nemo huc mathematice expers itroeat. qui i toto ferme Timeo de natura rerū ꝑ nūeros diſputat: et in octauo et nono reipublice multa de hac re diſſerit. que Theon ſmirneus mathematicus ob rei arduitatē intacta reliquit. Quapropter nō ab re volebas hāc nūeroſam huiꝰ almi Pariſiēſis ſtudij philoſophātiū turbā et bonarū lraꝝ cupidā: tā neceſſaria ſemita/ tū ad diuia aſſurgēdi/ tū deſcendēdi ad humana eſſe deſtitutā. Accipe ergo nūc bn̄factor vnice decē Arithmetice diſcipline Jordani clariſſimi viri libellos noua cōmētatiōis luce nr̄is laboribus illuſtratos/ tuoq; nomini dicatos: qui ꝯmoditates enūeratas ſecū afferre valebūt ſufficiētiſſime. Et ſi iubes/ opus tuis auſpicijs abſolutū iā migret ad ceteros. vt vel ſic intelligant omnes preſertim tibi ſe gratias habituros per quē fuerint hanc litterariā facultatem aſſecuti. Vale feliciſſime.

¶Argumentum decem librorum Jordani.

Primus paſſiones numerorum cōmunes: ſuarū partium/ et quantum ex diuiſi numeri partibus fiat/ diſcutit.
Secūdus eſt de proportionū et proportionalitatū cōmunibus paſſionibus.
Tertius de nūero primo/ ꝯpoſito/ ad alterꝝ primo/ et nūeris in aliq̄ ꝓportione minimis.
Quartus de numeris ꝯtinue ꝓportionalibus/ cōmenſurabilibus ⁊ incōmēſurabilibus.
Quintus de additione/ ſubſtractione/ et partitione proportionum.
Sextus de numeris quadratis/ cubicis/ ſuperficialibus ſimilibus/ et ſolidis.
Septimus de numero pari/ impari/ pariter pari/ pariter impari/ impariter pari/ ꝑfectis/ abundantibus/ et diminutis.
Octauus de formis numerorum: trigonis/ tetragonis/ pentagonis/ hexagonis/ heptagonis/ octogonis/ pyramidibus/ ſerratilibus/ et teſſeris.
Nonus de eq̄litate/ ineq̄litate/ multiplicibus/ ſuꝑparticularibus/ ⁊ ſuꝑpartientibus.
Decimus de medietate Arithmetica/ Geometrica/ Muſica: ⁊ de medietatibus minus principalibus.

¶ Jordani Nemorarij Clariſſimi viri Elementa Arithmetica: cũ demõſtrationibus Jacobi Fabri Stapulẽſis ad Joãnẽ de Ganay Senatorẽ Pariſiẽſem

Vnitas eſt rei per ſe diſcretio. Numerus eſt quãtitas diſcretorũ collectiua. Naturalis ſeries numerorũ dicitur: in qua ſecundũ vnitatis adiectionẽ fit ipſorũ cõputatio. Differẽtia numerorũ appellatur ille: quo maior ſuper minorẽ abũdat. Numeri ab alijs equidiſtare dicũtur: cũ ipſorũ ad illos/ equales ſunt differentie. Numerus per aliũ multiplicatur: qui toties coaceruatur ſibi/ quoties in multiplicãte eſt vnitas. ⁊ qui ex multiplicatione cõcreſcit: productus nominatur. Numerus aliũ nuẽrare dicitur: qui ſecũdũ aliquẽ multiplicatꝰ/ illũ ꝑducit. Pars eſt nuẽrus/ nuẽri minor maioris: cũ minor maiorẽ numerat. et qui numeratur: numerãtis multiplex appellatur. Denominãs eſt numerus: ſecũdum quẽ ſumitur pars in ſuo toto. Similes dicũtur partes: que ab eodẽ numero denominãtur. Numerus ſecũdum quẽ alius diuiditur: diuiſor nominatur. partes vero in quas diſtribuitur: diuidẽtia appellantur. Prima et ſimpla numeri pars: eſt vnitas. Quando duo numeri partẽ habuerit cõmunẽ: quoties eadẽ pars fuerit in minore/ tot partes maioris dicetur eſſe minor et tote partes/ quoties ea cõmunis pars fuerit in maiore.

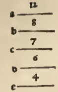
¶ Dignitates.

1 Omnis numeri pars: eſt minor ſuo toto.
2 Omnis minor eſt: que maiorem habet denominationem.
3 Quicunq; equalium ſiue eiuſdem eque multiplices fuerint: ipſi quoq; erunt equales.
4 Quibus idem numerus eque multiplex fuerit/ ſiue quorum multiplices equales fuerit: ipſi etiam ſunt equales.
5 Omnis numeri pars eſt vnitas: ab ipſo denominata.
6 Quilibet numerus totus eſt ab vnitate: quota pars ipſius eſt vnitas.
7 Si vnitas in aliquem numerum ducatur/ ſiue idẽ in vnitatem: ſeipſum producit.
8 Extremorum differentia: ex differentijs eorundem ad medium/ eſt compoſita.
9 Si numerus numerum ſuperet: differentia minori addita/ aut a maiore ſublata/ numeri relinquuntur equales.
10 Qui eidem equantur: inter ſe ſunt equales.
11 Et ſi ab equalibus equales aut idem cõmunis dematur: relinquuntur equales.
12 Et ſi ab equalibus dempti ſint inequales: relinquentur inequales.
13 Si duo maiores ſimul addantur pariter et duo minores ſimul: maiorum compoſitum compoſito minorum maius euadit.
14 Si equales equalibus addas: toti quoq; fient equales.
15 Et ſi inequales equalibus: toti erunt inequales.
16 Partes ſimul: ſuo toti equantur.
17 Quoruncunq; ad eundem numerum proportio eſt vna: ipſi inter ſe ſunt equales.
18 Quoties numerus a numero ſubſtrahi poteſt: toties in eodem numerabilis eſt.
19 Proportiones que ex equalibus conſtant proportionibus: inter ſe ſunt equales.
20 Quorum dimidia ſunt equalia: et toti ſunt equales.

¶ Petitiones

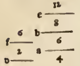
1 Cuilibet numero: quotlibet poſſe ſumi equales.
2 Quolibet numero: aliquem ꝙtumlibet eſſe maiorem.
3 Seriem numerorum in infinitum poſſe extendi.
4 Nullum numerum in infinitum decreſcere.
5 Maius non numerare minus.
6 Si numerum datum numerus multiplicet/ idemq; productum diuidat: numerũ datum redire. et contra. ſi aliquis numerus datũ numerum diuidat/ et quod prouenit rurſum multiplicet: itidem numerum datũ redire.

❡ Dignitates atqꝫ petitiones paucas vt diſciplina ſe faciliorē vbiqꝫ preſtet / adiecimus quas paſſim neceſſarias tanqꝫ omnibus notas author ſuppreſſit.

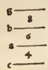


❡ Omnis numerus minor: maioris aut pars eſt aut partes. 1

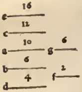
❡ Sint a / b / c / d quotlibet numeri. a maior: et b c d minores. dico b eſſe partē aut partes a: ⁊ c ⁊ d ſimiliter. Nā aut minor numerat maiorē vt d numerat a: ⁊ tunc d per diffinitionē eſt pars a. aut minor nō numerat maiorē quēadmodū b nō numerat a: ſed eſt alius eos cōiter numerās qui ſit c. et tunc quoties c fuerit in b minore: tot partes b minor per vltimā diffinitionem erit a maioris. quod ſi minor non numerat maiorē: vt c nō numerat a. neqꝫ numerus cōmunis eos numerat. cū per quintā cōceptionē cuiuſlibet numeri vnitas: ſit pars ab ipſo denominata / per vltimam diffinitionem idem efficis. conſtat igitur omnē minorem maioris eſſe partem aut partes.



❡ Omnis numerus / circū ſe poſitorum et equaliter ab eo diſtantiū eſt medietas. Et ſi eorūdē fuerit medietas: illos ab eo equidiſtare cōueniet. 2

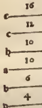


❡ Sit a quicūqꝫ numerus: et b et c circūpoſiti ⁊ ab eo equidiſtantes. b maior: et c minor. ⁊ ſit d differentia cōmunis eadē b ad a: et a ad c. ſitqꝫ e numerus cōpoſitus ex b et c: dico a eſſe medietatē e. ⁊ ſi a ſit medietas e: dico b et c circumpoſitos / equidiſtare ab a. Primū autē ſic oſtenditur. nā quātum a ſuperat c: tantū b ſuperat a. dempta ergo d cōmuni differentia ab b: per ſecundā partē none dignitatis reſiduū b equatur a. ſed et eadē differentia d addita c quod ſit f: per primam partem eiuſdem dignitatis equatur a. ergo per decimū ꝓloquiū reſiduū b et f que eidem numero a equantur: inter ſe equabūtur. ſed reſiduū b ⁊ d et c / ſimul per decimamſextā dignitatē equātur e: igitur ⁊ reſiduū b et f q̄ equātur reſiduo b et d et c ſimul etiam equantur e / et reſiduum b / et f monſtrata ſunt equalia: igitur f eſt medietas e. ſed f mōſtratus eſt equari a: igitur a medietas eſt e. quod eſt primū. et in oībus alijs cōſimili agatur argumēto. Secundū autē ſic patet. ſit a medietas numerorū b ⁊ c ſimul iunctorū: ſi b c nō equidiſtāt numero a / eorū differētie ad a per diffinitionē nō ſunt equales. ſit igitur d differētia a ad c illorum numerorū minimū addo d ad a: et cōpoſitꝰ ſit g. qꝛ igitur a ad c differētia eſt d ⁊ eadē dña eſt g ad a: igitur ꝑ diffinitionē g ⁊ c equidiſtāt nūero a. quia ergo g ⁊ c equidiſtant a: per imediate monſtratū a ipſorū ſimul iunctorū eſt medietas. ſed et a ponitur medietas b et c ſimul iunctorū: per tertiā igitur cōceptionē b c ſimul / ⁊ g c ſimul eidē numero a eque multiplices / adinuicē ſunt equales. ab vtroqꝫ igitur dempto cōmuni numero c per vndecimā cōmunē ſcientiā reſidui b ⁊ g adiuicē ſūt equales. que igitur differētia g ad a: eadē erit b ad a. quare equidiſtabūt b ⁊ c ab numero a. quod eſt cōtra hypotheſim ⁊ propoſitū.



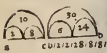
❡ Si duo numeri a duobus numeris circum ſe poſitis equaliter diſtēt: illis cōiūctis erūt equales. Et ſi eis equales fuerit: ab ipſis equidiſtare neceſſe eſt. 3

❡ Eadē que in precedēti demōſtratio eſt. Sint igitur a ⁊ b inter c et d equidiſtātes: c maximus ⁊ d minimus. et i differētia cōmunis / ſitqꝫ e cōpoſitus ex c d: et differētia c ad a ſit g. dico nūeros a b ſimul iūctos: equales eſſe c d ſimul iūctis. et cōtra ſi c d ſimul iuncti / ſunt equales a b ſimul iūctis: a b equidiſtantes eſſe c d. Primū patet: nā cū d differentia ſit e ad c. Eſt enī d numerus quo ſuperat c numerū e: g differētia extremorū c a cōſtabit ex d f differētijs ſcilꝫ extremorū ad mediū c. Eſt enī vt oſtēſum eſt d differentia c ad c / et f differētia c ad a per hypotheſim: cū poſita ſit f cōis differentia c ad a ⁊ b ad d. at qꝛ b cōſtat ex eiſdē: quod patet. nā cū f ſit differētia b ad d: ea ſiquidē differētia f addita minori numero d per nonā cōceptionē reddit b. eſt itaqꝫ b equalis g. quare e cōſtabit ex a b: cū per eandē conceptionē cōſtituatur e ex a ⁊ g ſua quidē differētia ad a: que equatur ipſi b. Sunt igitur a b iūcti ⁊ c d iuncti eidē tertio equales: adinuicē equales. quod eſt primū. Rurſum dico ſi c d ſimul equātur a b ſimul: etiā a b equidiſtare c d. Nā capio h qui equidiſtet ad c quātū b ad d: qui h b. quia ſic equidiſtabunt: per imediate monſtratū h b ſimul equātur c d. ſed et a b ponūtur eiſdē c d ſimul iūctis equari. quare h b et a b eidē tertio equales: adinuicē equabūtur. Subſtracto igitur ab vtroqꝫ cōmuni b: remanent per cōmunē ſcientiā h ⁊ a adinuicem equales. ergo equalis differentia a ad c et b ad d. quare per diffinitionem adinuicem equidiſtabunt. quod eſt ſecundū atqꝫ totum propoſitum.

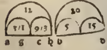


❡ Si fuerit primus ſecundi quota pars tertius quarti / erunt primus ⁊ tertius tota pars ſecundi et quarti: quota primus ſecundi. 4

❡ Sit a primus numerus / b ſecūdus / c tertius / ⁊ d quartus. quia a tota pars eſt ipſius b / quota pars c eſt ipſius d: intelligo b et d in ſimiles illas partes diuiſos. et quia prima vnius cū prima alterius: eſt tanqꝫ a c: et ſimiliter ſecūda cū ſecunda. et hec cōiunctio toties fieri poteſt quoties primus in ſecundo. toties igitur numerus equalis a c primo ⁊ tertio / ſumi poteſt in b d ſecūdo et quarto: quoties a in b. quare a c ſimul primus et tertius per diffinitionem erūt ſimilis et tota pars ſecundi et quarti: quota primus ſecundi. quod eſt propoſitum.



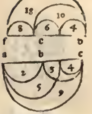
❡ Si fuerit primus tote partes ſecundi quote tertius quarti / erunt primus et tertius tote partes ſecundi et quarti: quote primus ſecundi. 5



❡ Sit vt prius primus nūerus a / ſecundus b / tertius c / et quartus d. ſitqꝫ a partes b ſumpte ſecūdū e et denoīate in b ſecundū f ſitqꝫ g vna illarū partiū a: et h vna partiū c. cū igitur g primus tota pars ſit b ſecūdi quota h tertius eſt d quarti: per premiſſā cōpoſitū ex g et h primo et tertio / tota pars erit b d ſecundi et quarti: atqꝫ denoīata ſecūdū f. at partes a et c ſumūtur ſecūdū e: erūt igitur partes a et c ad b d ſumpte ſecūdū e / et denoīate ſecūdū f. quare ⁊ ſimiles ⁊ quote partes fuerit a in b. qđ eſt ꝓpoſitū.



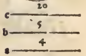
❡ Si fuerint quotlibet numeri totidem alijs eque multiplices: erit quoqꝫ compoſitus ex eis / compoſito ex illis eque multiplex. 6



¶ Sint a / b / c / d / e / f quotlibet numeri: ſintqȝ d e f eoꝝ multiplices a b c ſingulis ſinguli. itelligo itaqȝ a primū / d ſcđm / b tertiū / e quartū: eritqȝ per penultimā cōpoſitus ex a b primo et tertio tota pars cōpoſiti ex d e ſcđo et quarto / quota pars a eſt d. quare cōpoſitus ex d e eque multiplex ad cōpoſitū ex a b vt d ad a. Facio itaqȝ numerū ex a b cōpoſitū pmū / et cōpoſitū ex d e ſcđm / et c tertiū / et f quartum: et cōſimiliter argumentor. quia quota pars a b ad d e: tota pars c ad f. cōpoſitus igitur ex a b et c primo et tertio / tota pars erit cōpoſiti ex d e et f ſecundo et quarto: quota pars a b ad d e. quare cōpoſitus ex d e f / eque multiplex ad cōpoſitū a b c vt d ad a. et ita ſi cōplures numeri ſuccreſcerēt: ſemp vtare precedentiū cōpoſito vſqȝ dum ad vltimū decumbes. efficieſqȝ propoſitum.

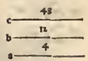
7 ¶ Si quoties vnitas in primo toties ſecundus in tertio: quoties vnitas in ſecūdo toties primus in tertio.

¶ Sint a b c tres numeri: a primus / b ſecūdus / c tertius. ſitqȝ vt quoties fuerit vnitas in a / toties ſit b in c: dico ergo ꝙ quoties vnitas fuerit in b / toties a eſſe in c. diuido enī a pmū numerū in vnitates / et c tertiū in totidem partes: quarum quelibet erit equalis b ſecundo. quia enī quoties prima pars a in prima parte c: toties ſecunda in ſecunda. et tertia in tertia: et ita deinceps. ergo per precedentē cōpoſitus a / tota pars erit cōpoſiti c: quota pars prima pars eius ad primā partē c. et c eque multiplex ad a / vt eius prima pars ad primā partem a. at quoties vnitas i b: toties prima pars a in prima parte c. Nā vnitas equatur prime parti a: et b prime parti c. ergo quoties vnitas in b ſecūdo: toties a prim⁹ in c tertio. quod erat demonſtrandum.



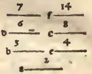
8 ¶ Si alterna fiat duoꝝ numeroꝝ multiplicatio: idē numerus vtrobiqȝ proueniet.

¶ Ut ſi a multiplicat b / et proueniat c: dico etiā ſi b multiplicat a / itidē prouenire c. nā ſi a multiplicat b / et proueniat c: per diffinitionē quoties erit vnitas in a / toties erit b in c. ergo per pmiſſam quoties vnitas in b ſecūdo: toties a primus i c tertio. per diffinitionem igitur ſi a ſibi toties coaceruatur quoties vnitas in b: per diffinitionē a per b multiplicatur. at cū hoc fit: prouenit c. nam probatū eſt a toties coaceruari in c: quoties vnitas in b. cōſtat ergo propoſitum.



9 ¶ Quod fit ex ductu alicuius numeri in quotlibet: tantum eſt ꝗ̄tum eſt quod fit ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

¶ Sit a numerus qui ducatur in b / et pueniat d: et in c / et proueniat e. dico ergo ꝙ cōpoſitus ex d e / producitur ex ductu a in cōpoſitū b c. cū enī b multiplicet d ſcđm a / b per diffinitionē numerat d ſcđm a: et per idem / c numerat e ſecundū a. ſunt igitur d et e eque multiplices b et c: quare per ſextā cōpoſitus ex d e eque multiplex ad cōpoſitū ex b c. Sit igitur f productus ex ductu a in cōpoſitū b c: cū itaqȝ b c multiplicet f ſecundū a / numerabit igitur numerus b c / ipm f ſecundū a. quare eque multiplex f ad b c / vt d ad b. ſed eidem b c aggregatus d e pbatus eſt eque multiplex: ſunt igiť d e et f eidē b c eque multiplices: per tertiā cōceptionē adinuicē equales. Eſt igitur quod fit ex ductu alicuius numeri in quodlibet tantū: ꝗ̄tū qđ fit ex ductu eiuſdē in cōpoſitū ex illis / quēadmodū erat propoſitū.

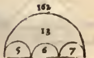


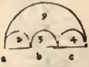
10 ¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in aliquem: equum eſt illi quod fit ex compoſito illorum in eundem.

¶ Sit eadē cū precedenti hypotheſis: ſed cōuerſo ordine. vt ducātur b ⁊ c in a: et proueniant d et e. dico quod fit ex ductu b et c in a ſingillatim: equū eſſe ei quod fit ex cōpoſito b c in a. nā per pcedētē quod fit ex ductu a in b et c ſingillatim: equū eſt ei quod fit ex ductu a in cōpoſitū b c. ergo alternati p octauā qđ fit ex ductu b et c in a: equū eſt ei qđ fit ex cōpoſito b c in eundē. qđ eſt ppoſitum.

11 ¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet numeros: equale eſt ei quod fit ex compoſito ipſorum in compoſitum ex alijs.

¶ Sint a b c quotlibet numeri qui ducātur in d e f quotlibet alios: vt quilibet primorum ducatur in quēlibet ſecūdoꝝ. dico quod fit ex ductu a b c ſingillatim i quēlibet alioꝝ d e f: equale eſſe ei qđ fit ex ductu cōpoſiti a b c in cōpoſitū d e f. nam qđ fit ex ductu a b c ſingillatim in d: equū eſt ei quod fit ex cōpoſito a b c in d. et cōſimiliter de ductu a b et c ſingillatim in e et f argumētaberis. qđ nichil aliud eſt ꝗ̄ qđ fit ex ductu a b et c in d e et f ſingillatim: per pcedentē equale eſſe ei qđ fit ex cōpoſito a b c in d e et f ſingillatim. Et per nonā quod fit ex cōpoſito a b c ſingillatim in d e et f: equū eſt ei quod fit ex compoſito a b c: in cōpoſitū d e f. quare cōſtat qđ fit ex ductu quotlibet numeroꝝ in quotlibet numeros: equū eſſe ei qđ fit ex cōpoſito illoꝝ in cōpoſitū ex alijs. Et he quatuor: octaua / nona / decima / et vndecima / praxim multiplicandiqȝ modum plane declarant.





12 ¶ Quicunqȝ numerus numerat totum et detractum: numerat ⁊ reſiduum.

¶ Sit a b totū: a detractū / et b reſiduū. dico ꝙ ſi c numerat a b et a: ipm numerare b. numeret enim a b ſcđm numerū d e / et a quidē ſcđm d: quia igitur per nonā ꝗ̄tū eſt c in d e: tantū eſt c in d et c in e. At a equale eſt ei qđ fit ex c in d: igiť a cū eo qđ fit ex c in e / equū eſt a b. quare qđ fit ex c in e: equū eſt b. ſed c numerat qđ fit ex c in e per diffinitionē: igitur et b ſuū equale numerabit. qđ eſt ppoſitum.

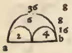
13 ¶ Tm̄ eſt qđ fit ex ductu nūeri in ſe: ꝗ̄tū qđ fit ex ductu eiuſdē in oēs ſuas ptes.

¶ Sit a quicūqȝ numerus quē ſemel pono diuiſū in oēs ſuas partes que ſint b / c / d / e / et ſemel indiuiſum: tunc quod fiet ex a in b et in c et in d et in e / per nonā equū eſt ei qđ fit ex a in cōpoſitū ex b c d e. at cōpoſitū b c d e: eſt a. quod fit igitur ex ductu numeri in omnes ſuas partes: equū eſt ei quod fit ex ductu eiuſdem numeri in ſe. quare et alternatim per octauā quod fit ex ductu numeri in ſe: tantū eſt ꝗ̄tū quod fit ex ductu eiuſdem in omnes ſuas partes.



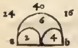
¶ Numero in duo diuiſo quod fit ex ductu totius numeri in alterū illoꝝ: eſt q̄tū 14
quod fit ex ductu eiuſdē in ſe et in reliquum.

¶ Sit a b nūerus in duo a ⁊ b diuiſus: dico qꝺ fit ex ductu a b in a equū eſſe ei qꝺ fit ex ductu a in ſe ⁊ in b. et ita quoqꝫ qꝺ fit ex a b in b: equale eſſe ei qꝺ fit ex b in ſe et b in a. ducatur ergo a b in a: tunc qꝺ fiet ex ductu a b in a ꝑ octauam equū erit ei qꝺ fit ex ductu a in a b. at qꝺ fit ex ductu alicui⁹ in a ⁊ in b equū eſt per nonā facto ex ductu in cōpoſitū a b. ergo cum a ducit̄ in ſeipm̄ a et in b: tantū facit q̄tū a b in a. et ita argumētare ſi a b ducatur ī b. et cōſimili modo cōcludes propoſitum. Poteſqꝫ id clari⁹ videre ſi bis ponis a et bis ponis b.



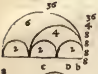
¶ Si numerus in duo diuidatur / quod fit ex ductu totius in ſe tantū eſt: q̄tū qꝺ 15
fit ex ductu vtriuſqꝫ diuidentiū in ſe et vnius bis in alterū.

¶ Sit a b numerus in duo a et b diuiſus: dico qꝺ fit ex ductu a b in ſe equū eſſe ei quod fit ex ductu a in ſe ⁊ b in ſe: et ex ductu bis a in b. Nā qꝺ fit ex a b in ſe: equū eſt ei quod fit ex ductu eius in a ⁊ b per tridecimā. At qꝺ fit ex ductu a b totius in a ⁊ in b per p̄cedentē bis ſumptā: equū eſt ei quod fit ex ductu a in ſe et in b et b in ſe et in a. ſed quod fit ex a in b et b in a alternatim per octauā equatur ei qꝺ fit ex ductu bis a in b: quod fit igitur ex a b in ſe: equatur ei quod fit ex a in ſe ⁊ b in ſe: et ex a bis in b qꝺ proponebatur. Et ex hoc cognoſcitur modus eliciendi latus tetragonum.



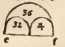
¶ Si nūerus in duo diuidat̄ / qꝺ fit ex toto in ſe cū eo qꝺ fit ex altero in ſe: equum 16
eſt ei quod ex toto in illud idē bis: quodqꝫ ex reliquo in ſe ducto producitur.

¶ Sit vt prius a b numerus in duo a et b diuiſus: dico qꝺ ꝓducit̄ ex a b in ſe cū eo quod fit ex a in ſe: equū eſſe ei quod fit ex a b bis in a / et b in ſe. Nā qꝺ fit ex a b in ſe: per p̄cedentē tantū eſt q̄tū qꝺ fit ex a in ſe ⁊ b in ſe: et a bis in b. quod ergo fit ex a b in ſe cū eo qꝺ fit ex a in ſe: tantū erit q̄tum quod ex a in ſe bis et a in b bis et b in ſe. ſed quod fit ex a in ſe bis / et bis in b per 14 equatur ei quod fit ex a b in a bis. cui adde quod fit ex b in ſe. tunc quoqꝫ qꝺ fit ex a b in ſe cū eo quod fit ex a in ſe: equabit̄ ei qꝺ fit ex a b in a bis ⁊ b in ſe. quod eſt propoſitum.



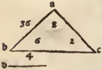
¶ Si numerus in duo diuidatur quod fit ex toto in ſe: equū eſt ei quod fit ex du- 17
ctu vnius partis in aliud quater: cum eo quod fit ex differentia in ſe.

¶ Sit a b numerus in duo a ⁊ b diuiſus / ſitqꝫ b maius: diuidaturqꝫ iterū b ī duo ſcꝫ in d eq̄le a / ⁊ c differētiā b ad a. dico qꝺ fit ex a b in ſe: equū eſſe ei qꝺ fit ex ductu q̄ter a in b et c ī ſe. Nā p decimāquītā quod fit ex a b in ſe: equū eſt ei quod fit ex a bis in b et a in ſe et b in ſe. at ꝑ p̄cedentē qꝺ fit ex b ī ſe cū a in ſe eq̄li d vni ptiū b: equat̄ ei qꝺ fit ex b bis in a ⁊ c ī ſe. q̄re alternatī ꝑ octauā et ei qꝺ fit ex a bis in b et c in ſe. Igit̄ a b in ſe tantus eſt q̄tus a quater in b cū differētia c in ſe. quod intenditur.

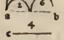


¶ Quod fit ex minore diuidentiū in ſe cū eo quod fit ex toto in eoꝝ differentiam: 18
tantū eſt q̄tū quod prouenit ex maiore eorūdem per ſe multiplicato.

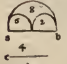
¶ Sit a numerus diuiſus in b maius et c min⁹: ſitqꝫ d differētia b ad c. dico qꝺ fit ex c in ſe: cū eo qꝺ fit ex a in d / tantū eſſe q̄tum qꝺ fit ex b in ſe. Nā per decimā quod fit ex a in d: equat̄ ei quod fit ex b in d et c in d. Sit itaqꝫ illud e. et qꝛ b diuiſum eſt in c et d differentiā / per 14 quod fit ex b in d alterū diuidentiū: equū eſt ei qꝺ fit ex d in ſe et in c. et cū per octauā c in d etiā equetur d in c: erit igit̄ a in d equū ipſis d in ſe et bis d in c ſimul. quibus ſi addas c in ſe quod ſit f: totū quod ꝓuenit ex a in d et c in ſe ſcꝫ e et f equabitur d in ſe / c in ſe / et bis d in ſe. at b in ſe (cū ipſum diuiſum ſit in d et c aut equale) per decimāquintā tantū etiā eſt: q̄tū d in ſe c in ſe / et bis d in c. ſcilꝫ q̄tū fit ex ductu vtriuſqꝫ partiū in ſe: et vnius in alterā bis. Eſt igit̄ qꝺ fit ex a in d toto ſcꝫ in differentiā / cū c minore parte in ſe: q̄tū quod fit ex b maiori parte in ſe multiplicata. quod intendit propoſitio.



¶ Si numerus per duo equalia duoqꝫ inequalia ſecetur / qꝺ ex ductu vni⁹ equa- 19
liū in ſe producitur tantū eſt: q̄tum quod fit ex ductu vnius inequaliū in reliquū
cum eo quod fit ex differentia in differentiam.

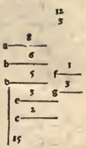


¶ Priuſq̄ veniamus ad demonſtrationē: notatu dignū arbitror ꝙ quādo aliquis numerus vt a b / in duo equalia pariter et in duo inequalia vt in a minus et b maius diuidit̄ / illa duo inequalia ad vnū equaliū quod totius medietas eſt: eandē atqꝫ cōmunē habere differentiā. nā cū illorū duorū inequalium ſimul iunctorum illud equale ſit medietas: illa ab eo equidiſtare per ſecundā partē ſecunde huius neceſſe eſt. quare ad ipm̄ cōem habebūt differētiā. Hinc fit etiā vt differētia vnius īequaliū ad reliquum: dupla ſit ad differētiam cōem ipſius equalis ad ipſa. Nam cum ipſa inequalia vt a et b extrema ſint ⁊ ipſum equale mediū: per octauam conceptionē differētia ipſorū conſtituta eſt ex differentijs eorum ad ipſum medium. Sed hec ſtatim nota ſunt. Nos ergo ad propoſiti demōſtrationem cōuertamus. Sit a b numerus diuiſus in a maiorē portionē ⁊ b minorem: ſitqꝫ c vna eius medietas et d ſit differētia cōmunis c ad a ⁊ ad b. Nam vt oſtēſum eſt c ad vtrūq̄ eandē cōmunemqꝫ habebit differētiā. Dico qꝺ fit ex c in ſe tātū eſſe: q̄tū qꝺ fit ex a in b cū eo qꝺ ex d ī ſe. qꝛ enī c diuiſū eſt in d et b: ideo per 15 quod fit ex c in ſe / equum eſt ei qꝺ fit ex d in ſe ⁊ b in ſe ⁊ b in d bis. et qꝛ a maior portio eſt totū / ⁊ eius partes b et differētia dupla ad d: ergo per decimāquartā a in b tātū eſt q̄tum qꝺ fit ex b in ſe et b bis in d. adde igitur ei qꝺ fit ex a in b numerū qui fit ex d in ſe: et tūc totū quod fit ex a in b et d in ſe equabitur ei quod fit ex d in ſe b in ſe et b in d bis. cui demōſtratum eſt equari c in ſe. conſtat igitur quod fit ex ductu vnius equaliū in ſe tantū eſſe q̄tum qꝺ ex vno inequaliū in reliquū cum eo quod fit ex differentia in differentiam



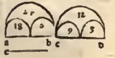
¶ Si numerus per duas quaſlibet diuiſiones diuidat̄: qꝺ fit ex ductu maximi 20

diuidentiū in minimū cum eo quod fit ex differentia ipſius maximi ad alterum mediorum in differentiam eiuſdem ad minimum tantum eſt quantum quod fit ex ductu duorū mediorum vnius in alterum.



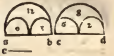
¶ Ut in p̄cedēti id ante aladuertere licet q̄ cū quilibet numer⁹ duabus hoc pacto diuiſionibus ſecatur vt a vna diuiſione in b et c ⁊ ſcđa in d ⁊ e. quoꝝ b ſit maximus ⁊ c minim⁹ ⁊ d mediorū maior et e minor: que differentia primi ad ſcđm eandē eſſe tertij ad quartū ipſis ſic ordinatis. Nā quia d e equales ſunt circūpoſitis b c: ab illis per ſecūdā partē tertie equidiſtāt. quare que differētia b ad d que ſit f: eadē erit e ad c. et etiā que differētia b ad e q̄ ſit g: eadē erit d ad c. Nā per octauā ꝯceptionē / differētia extremorū b c cōſtituitur ex differētiis b ad d et d ad e. et differētia d ad c extremorū per idē cōſtituit̄ ex differētiis d ad e et e ad c. Sed differētia d ad e eſt vtriq̄ cōmunis: ⁊ differētia e ad c probata eſt equalis differētie b ad d. erūt igit̄ differētie b ad e et d ad c ex equalibus quidē cōſtitute adinuicē equales. Eſto ergo a numerus eo qui poſitus eſt modo diuiſus: ⁊ differētie vt poſite ſunt aſſignate. dico ergo q̄d fit ex ductu b maximi diuidentiū in c minimū cū eo quod fit ex f in g: equale eſſe ei quod fit ex d in e vni⁹ videlꝫ mediorū in reliquū. q̄d enī fit ex ductu d in e per nonā adiuuāte octaua tantū eſt q̄tū q̄d fit ex d in c ⁊ in f. Nā e diuiſū eſt i c ⁊ differētiā f. Sed q̄d fit ex d in c ⁊ f p octauā equū eſt ei q̄d fit ex c et f in d. et q̄d fit ex f in d equat̄ per nonā ei q̄d fit ex f in c ⁊ g. at q̄d fit ex f in c tātū eſt p octauā q̄tū q̄d ex c in f. q̄d aūt ex c in d et i f tātū eſt p nonā q̄tū q̄d ex c i b. cōſtat igitur quod fit ex d in e tantū eſſe q̄tum q̄d ex c in b cū eo quod fit ex f in g et propoſitum.

21 **¶ Si quota pars totus totius tota pars detractus detracti: erit reſidu⁹ reſidui tota pars quota totus totius.**

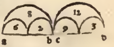


¶ Sit a b numerus cuius detractus ſit b ⁊ reſiduus a. ſitq̄ alius numerus c d cui⁹ detractus ſit d ⁊ reſiduus c. et quota pars totus c d eſt totius a b: tota pars ſit d detractus detracti b. dico ergo totā ptē c reſiduum eſſe reſidui a: q̄ta ps eſt totus c d totius a b. capio numerū e cuius c tota pars ſit q̄ta d eſt b. et intelligo quattuor numeros: c primū / e ſecundū / d tertiū / b quartū. cōſtat enī p quartā q̄r c tota pars eſt e quota d eſt b: cōpoſitū c d totā partē eſſe cōpoſiti e b quota pars c eſt e et tota pars poſitus eſt c d ad a b. eſt igitur a b eque multiplex ad c d vt e b ad c d et per tertiā ꝯceptionē adiuicem equales. quare e eſt equalis a. et vt c ad e: ita quoq̄ c ad a. ſed c ad e eſt vt detracti ad detractū et totius ad totū. eſt igitur c reſiduus ad reſiduū vt totus ad totū et quota pars totus totius quod eſt propoſitum.

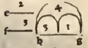
22 **¶ Si quote partes totus toti⁹ tote partes fuerit detractus detracti: erit reſidu⁹ reſidui tote partes quote totus totius.**



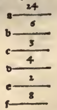
¶ Sit a b numerus cuius detractus ſit b ⁊ reſiduus ſit a: et c d alius numerus cuius detractus ſit d et reſiduus c. et quote partes totus c d eſt toti⁹ a b: tote ſit detractus d detracti b. Dico ergo c totas partes eſſe a quote c d eſt ipſius a b. Pone numerū e cuius c tote partes ſint quote d eſt b ⁊ argumētare penitus eodē modo p quintā quomodo in p̄cedēti argumētatus es per quartā. Item aliter.



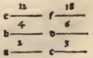
¶ Sit a b totus numer⁹ partes ipſius c d totius ſumpte in a b ſecundū e et denominate in c d ſcđm f. ſitq̄ a detractus / ptes ipſius c detracti itidē ſumpte in a ſcđm e ⁊ denoiate in c ſcđm f. dico b reſiduū: ipſius d reſidui eſſe partes ſumptas in b ſcđm e et denoiatas in d ſcđm f. Sit enī h g pars cōis per vltimā diffinitionē q̄ ſcđm e numeret a b ⁊ ſcđm f numeret c d. itidē per decimā diffinitionē ⁊ per vltimā ſit h pars cōis q̄ ſcđm e numeret a ⁊ ſcđm f numeret c. Quoniā quota pars totus h g eſt totius a b / tota pars h detractus detracti a. erit igit̄ per precedentē g reſiduus / reſidui b tota pars quota totus totius ſcꝫ denoiata a b e. Et quoniā h g totus / toti⁹ c d pars eſt denoiata ab f quota detractus h detracti c: erit igit̄ per p̄cedentē reſiduus g / ipſius d reſidui pars denoiata ab f tota ſcilꝫ quota totus toti⁹. Itaq̄ cū duo numeri / b d partē habeāt cōmunē g per vltimā diffinitionē: minor ſcꝫ b erit partes / d maioris ſumpte ſcđm e / tot ſcꝫ quoties eadē pars g fuerit in minore / ⁊ denoiate ab f tote ſcilꝫ quoties illa pars cōmunis fuerit in maiore. quod eſt propoſitum.



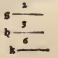
23 **¶ Omnis pars partis: eſt pars totius denominata a numero qui fit ex ductu duorum numerorum vnius in alterum partes illas denominantium.**



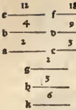
¶ Sit a totus numerus: b eius pars ⁊ c pars b / et numerus denoians b in a ſit d ⁊ denoians c in b ſit e. ſitq̄ f numerus qui fit ex ductu d in e. Dico ergo c denomiari in a ab f numero ſcꝫ qui fit ex ductu duorū denoiantiū vnius in alterū. Diuido enī f in partes equales e: et ſimiliter a in partes equales b. et q̄r quoties b eſt in a: toties e eſt in f. eſt enī d denoiator vtriuſq̄ cōis per hypoteſī cū b ſcđꝫ ipm numeret̄ in a et e ſcđm eundē numeret̄ in f. Ideo quot partes numero habet a ad b: tot habet f ad e. at q̄r c numerat b ſcđm e cū ex hypotheſī e ſit denoians quoties c in b. numerabit igit̄ c primā ptē a equalē ipſi b per primā partē f equalē ipſi e. et eadē ratiōe ſcđam per ſcđam et tertiā per tertiā. et ita de ceteris ſi plures ſunt. quare c per decimā numerabit a ſcđm f. per diffinitionē igit̄ denoiabit̄ quoties c in a ſcđm f atq̄ f erit ipm denoians. eſt itaq̄ c pars partis denoiata pars toti⁹ a ab f nūero quidē qui fit ex ductu duoꝝ numeroꝝ illas partes denoiantiū vni⁹ in alterū quod intenditur.



24 **¶ Si fuerit primus ſecundi tota pars quota tertius quarti: itēq̄ ſecundus quinti quota pars quartus ſexti: erit primus quinti tota pars quota tertius ſexti.**



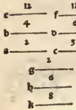
¶ Sint ſex numeri: a primus / b ſcđus / c tertius / d quartus / e quintus / f ſextus. ſitq̄ a tota pars b quota c eſt d et b tota pars e quota d fuerit f. dico igitur a totā partē eſſe e quota pars c eſt ipſius f. ſit enī g denominans quoties a in b et h quoties b in c. cū a ſit pars b et b pars e. ducaturq̄ g in h et



ꝓueniat k. q2 igiẜ a eſt pars b ptis ſcilꝫ ipſius e/ per precedentē a denominaẜ pars e a numero k qui fit ex ductu g in h numerorū illas partes denoiantiū vnius in alterū. at numerus h denominans b in e eſt etiā numerus denominans d in f et g denominans a in b etiā denominat c in d. denoiabitur igitur per eandē precedentem c in f ab eodem numero k qui fit ex ductu g in h denominantiū illas partes quare quota pars eſt a primus e quīti tota pars eſt c tertius f ſexti vtpote que ab eodem numero k denominatur: quod eſt propoſitum.

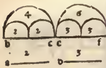
❡Si prim⁹ i ſecūdo quoties quart⁹ in ſexto/ itēq3 tertius i quarto quoties ſcd's 25
in quīto: neceſſe eſt toties eſſe primū in quīto/ quoties fuerit tertius in ſexto.

❡Sint vt prius ſex numeri: a prim⁹/ b ſecūdus/ c tertius/ d quartus/ e quītus/ f ſextus. ſitq3 a tota pars b quota d eſt f et c tota pars d quota b eſt ipſius e. dico a totā partē eſſe e quota c eſt f. hec penitus vt precedens demonſtratur.



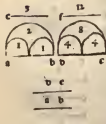
❡Si fuerit primus tota pars ſcd'i quota tertius quarti/ itēq3 primi⁹ quīti quota 26
tertius ſex: tierit primu s tota pars ſecūdi et quīti/ quota tertius quarti et ſexti.

❡Sint ſex numeri: a primus/ b ſecūdus/ c tertius/ d quartus/ e quītus/ f ſextus. ſitq3 p̄mus in ſcd'o vt tertius in quarto: et p̄mus in quīto vt tertius i ſexto. dico a p̄mū eſſe totā partē b e ſecūdi ⁊ quīti quota c tertius eſt d f quarti ⁊ ſexti. q2 per hypoteſim p̄mus in ſecūdo vt tertius in quarto: ſit ergo g numerus denoians quoties a in b et c in d. et q2 etiā per eandē hypoteſim p̄mus in quīto vt tertius in ſexto. ſit ergo h numerus denoians vtriuſq3 ſcꝫ quoties a in e et c in f: ſitq3 ꝯpoſitū ex g h numerus k. tūc ſic: qđ fit ex ductu a in g et h: tantū eſt ꝯtū b et e. ⁊ per nonā qđ fit ex a in g ⁊ h: tantū eſt ꝯtum quod ex a in k cōpoſitum ex ipſis. Similiter quod fit ex c in g et h: tantū eſt ꝯtum d et f. et ꝯtū quod fit ex c in k. igitur a primus tota pars eſt b e ſecūdi et quīti: quota c tertius d f quarti et ſexti. vt qui numerentur in illis ſecundū eundē numerū k: quod vult propoſitio.



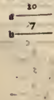
❡Si fuerit prim⁹ ſecūdi tota pars quota terti⁹ quarti primis quidē minorib⁹: 27
erit primus tertij tota pars aut partes quota pars aut partes ſecūdus quarti.

❡Sit a primus numerus/ b c ſecundus/ d tertius/ e f quartus/ a et b c ſimul exiſtentibus minoribus: et quota pars a eſt b c tota pars d ſit e f. dico igitur quota pars aut partes b c fuerit e f totā partem aut partes numerū a eſſe d. Diuidocni b c in partes ſuas equales a que ſint b et c: item diuido e f in partes ſuas equales d. et quia e f eſt eque multiplex ad d vt b c ad a ex hypoteſi: ideo tot partes numero erunt ipſius e f quot poſite ſunt b c. Sint igitur ille e et f. cū igitur b prima pars b c ſit equalis a et e prima pars ipſius e f ſit equalis d: quota pars aut partes b erit e tota pars aut partes a eſt d. et ita de parte c reſpectu partis f et reliquis partibus vni⁹ ad reliquas partes alterius ſi plures eſſent. Intellige igitur b eſſe primū numerū: e ſecundū/ c tertiū/ f quartū. et ſi b eſt partes e argumentor per quintā: q2 primus b probatus eſt tote partes e ſecūdi quote partes eſt c tertius f quarti. ergo b c primus et tertius tote partes ſunt e f ſecundi et quarti quote partes b primus eſt e ſecūdi. at a ad d monſtratus eſt tote partes quote b eſt e. igitur et quote b c ſecundus eſt e f quarti. et ſi b eſſet pars e omnino cōſimili modo per quartā vt nūc quoq3 factū eſt per quintā elicerē argumentum. Manifeſtū itaq3 eſt ſi primus in ſecundo vt tertius in quarto primis exiſtentibus minoribus: primū totā partē aut partes eſſe tertij quota pars aut partes ſecundus eſt quarti.



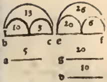
❡Si primus tote partes ſecundi quote tertius quarti primo et ſecūdo minori- 28
bus: erit prim⁹ tota pars aut partes tertij quota pars aut partes ſecūdus quarti.

❡Sint quattuor numeri: a b primus: c ſecundus: d e tertius: et f quartus. quorū a b et c duo primi duobus reliquis ſint minores: et ſit a b tote partes c: quote d e eſt f. dico a b totā partem vel partes eſſe d e quota pars vel partes c eſt f. diuido enī a b in ſuas partes ad c que ſint a et b ⁊ ſimiliter d e in ſuas ad f que ſint d et e. cū igitur per hypoteſim a b tot partes ſit c quot partes d e eſt f: tot erunt partes numero a b diuiſi quot et d e. et a prima pars a b tota erit c ſui totius quota d p̄ma pars d e eſt ſui totius f. quare per precedētē a prima pars a b ad d primā partē d e tota pars aut partes quota aut quote c ad f. et ſimiliter b ſcd'a pars primi ad e ſecundā partē tertij tota pars aut partes quota vel quote c ad f. ſicq3 de reliquis partibus primi ad reliquas tertij ſi plures ſint partes. Et ſi a ad d ſit pars facio a primū numerū: d ſecundū/ b tertiū/ et e quartū. et argumentor per quartam: quia a tota pars eſt d q̄ta b eſt e. ergo a b ad d e tota pars q̄ta a ad d. ſed a ad d mōſtratus eſt tota pars q̄ta c ad f: ergo a b primus ad d e tertium tota pars quota c ad f ſecundus ad quartū. Quod ſi a ad d ſit partes: penitus cōſimili modo per quintā argumentabere quomodo nunc per quartā de parte cōſtat argumētatū. Planū itaq3 eſt ſolidū eſſe propoſitū. Et ſi cōtingeret duos primos numeros duobus vltimis eſſe maiores: cōuerſo modo cōcludendū eſſet tertiū primi totā partē aut partes quota quartus ſecundi. quod facile monſtrari poteſt ordine permutato: cōſtituendo ſcilicet duos vltimos priores et primum et ſecundum poſteriores.



❡Omnis numerus minor aut maioris pars eſt/ aut eo a maiore quoties poteſt 29
detracto: relinquetur ipſius aut pars aut partes.

❡Sint a b duo numeri: a maior et b minor. dico b eſſe partē a vel eo detracto quoties poterit ab a remanere ipſius b aut partē aut partes. ſi enī b minor numerat a maiorē per diffinitionē b eſt pars a. ſi ſecus autē b nō metitur a. ſubſtracto igitur b quoties poterit ab a remanebit minor b. Nā ſi nichil remaneret numeraret a ſecundū numerū denoiantē quoties ſubſtraheretur. quoties enī aliquis numerus ab aliquo ſubſtrahi poteſt: toties in ipſo numerabilis eſt per ſextā petitionē qui ſi remanet minor b per primā propoſitionē eſt ipſius b aut pars aut partes: quod eſt propoſitum.



30 ¶ Si quote partes prim⁹ ſecūdi tote terti⁹ quarti primis itidē ſemꝑ minoribus: quoties erit primus in ſecūdo toties tertius in quarto. et quota pars vel partes primi ſuperunt in ſecundo: tota pars aut partes tertij ſupererūt in quarto.

¶ Sit a primus numerus / ſecūdus b c / tertius d / et quartus e f / et ꝑmi a et b c minores: ſitqꝫ a ꝑmus tot et tote partes b c ſecūdi quot et quote ptes d terti⁹ eſt e f quarti. Dico quoties a eſt in b c: toties d eſſe in e f. et quota pars vel ptes a ꝑmi ſupſunt in b c ſcđo: totā ptē vel ptes d tertij remanere i e f quarto. ſubſtraho eni a primū a ſcđo b c q̄ties poſſum: ſitqꝫ totus ſubſtract⁹ b et reſidu⁹ c. ſitqꝫ d toties l g: quoties a in b. quo quidē ita poſito q꞉ a tote ptes eſt b c quote d eſt e f: ergo ꝑ viceſimāoctauā a tota pars vel ptes eſt d: quota pars vel ptes b c eſt e f. Rurſus itelligo a ꝑmū numerū. b ſcđm. d tertiū. g quartū · et cōſil'iter argumētor ꝑ viceſimāſeptimā. q꞉ a tota pars eſt b q̄ta d eſt g ꝑ hypoteſim: ergo ꝑ viceſimāſeptimā q̄ta pars vel ptes b eſt g: tota ps vel ptes a eſt d. at a oſtēſus eſt tota pars vel ptes d q̄ta ps vel ptes b c eſt e f: igit' quota ps vel ptes eſt b c ad e f: tota ps vel ptes eſt b ad g. at q꞉ quot ptes a eſt b c: tot ptes d eſt e f. et quot ptes a eſt b: tot ptes d eſt g. nā b et g eque multiplices. et a eſt pauciores tote ptes b q̄ȝ totius b c: igit' et d pauciores tote ptes eſt g q̄ȝ e f. ſubſtrahat' igit' g ab e f: ſitqꝫ detractus e et reſiduus f: et cōſtabit primū propōnis ꝓpoſitū: ſcilȝ quoties a in b c: toties d eſſe in e f cū e ſit eq̄lis g. ex hoc etiā manifeſtū eſt b totā partē vel ptes eſſe e (nā e et g equal') detracti ſcȝ ad detractū q̄ta ps vel ptes eſt totus b c ad e f totū. ſi aūt nūerus b ipſi⁹ e tota ps fuerit: ergo ꝑ viceſimāꝑmā erit c reſidu⁹ reſidui f tota ps quota totus toti⁹. ſi autē tote ptes: erit ꝑ viceſimāſecūdā c reſidu⁹ tote ptes reſidui f: q̄te b c tot⁹ e f toti⁹. ſȝ eſto ergo vt b tota ps ſit e q̄ta ps tot⁹ b c: eſt toti⁹ e f / ⁊ quota a eſt ipſius d. Intelligo c ꝑmū: f ſcđm / a tertiū / ⁊ b q̄rtū. et argumētor ꝑ 27. q꞉ q̄ta pars c eſt f. tota pars a eſt d vt mōſtratū eſt: ergo q̄ta pars vel ptes c eſt ad a: tota ps vel ptes f eſt ad d. et ſi b eſſet ptes e cōſil'iter argumētare ꝑ viceſimāoctauā et ꝯclude iterū ꝑ eā c totā partē vel partes eſſe ipſius a: quota pars vel partes f eſt ipſius d. et hoc eſt totū propoſitū.

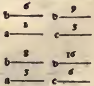
31. ¶ Si toties dempto primo de ſecūdo quoties tertio de quarto tota pars vel ptes primi relinquātur in ſecundo quota aut quote tertij in quarto: primū totas eſſe partes ſecundi quotas tertium quarti neceſſe eſt.

¶ Hec eſt cōuerſa ꝑcedētis: que vt ꝑcedētes duobus ꝑmis nūeris minoribus itelligat'. ſit igit' a vt prius ꝑmus nūerus / b c ſcđs / d tertius / et e f quartus: et ſint duo ꝑmi minores ⁊ toties demat' ꝑmus a ſecūdo ſitqꝫ dēptus b / quoties tertius a quarto q̄ dēptus ſit e et ſit vt q̄ta pars vel ptes ꝑmi relinquūtur in ſcđo tota pars vel ptes tertij relinquant' in quarto: ſitqꝫ c ꝛelicta pars vel ptes in ſcđo et f in quarto. Dico ergo a ꝑmū totas eſſe ptes b c ſecūdi quote d terti⁹ eſt e f q̄rti. Capio g qui ſit tote partes e f quote ꝑtes a eſt b c et per ꝑcedentē quoties a eſt in b c: toties g erit in e f. et quota ps aut partes a ſupſunt in b c: tota pars aut ptes g ſupererunt in e f. At toties poſitus eſt d eſſe in e f: quoties a eſt in b c. et totā partē vel ptes d ſupeſſe in e f: quota pars vel ptes a ſupſunt in b c. igit' g et d adinuicē ſunt equales. quote igitur partes a eſt b c: tote d eſt e f. quod eſt propoſitum.

¶ Primi elementorū Arithmetices Jordani Finis.

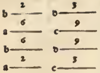
PRoportio eſt duarū quātitatū eiuſdē generis vni⁹ ad alterā certa in quātitate relatio. ¶ Numeri ad nūerū dicit' ꝓportio minoris quidē ad maiorē in eo ꝙ pars eſt vel ptes: maioris ꝟo ad minorē ſcđm ꝙ eū ꝯtinet ⁊ ei⁹ partē aut ptes. ¶ Proportionalitas eſt ſilitudo ꝓportionū. ¶ Cōtinua ꝓportiōalitas eſt quādo ꝯnectūtur nō diſſociatis medijs. hec aūt admin⁹ inter tres coaleſcit termios: cū ſaltē vnū ſumendū ſit mediū. Incōtinua ꝟo eſt i qua intercedit mediorū interruptio. Et hec ad minimū quatuor exigit termios ꝓpt' alterius medij ſuptionē. ¶ Quādo fuerit tres nūeri ꝯtinue ꝓportionales: dicet' primi ad tertiū ꝓportio primi ad ſcđm duplicata et ad quartū triplicata. ¶ Cū autē cōtinuate fuerit vel eedē vel diuerſe ꝓportiōes: dicet' primi ad vltimū proportio ex oībus ꝯpoſita. Denoīatio dicit' ꝓportiōis mioris quidē ad maiorē ps vel ptes quota vel quote illius fuerit: maioris vero ad minorē nūerus ſcđm quē eū ꝯtinet et pars vel ptes minoris q̄ in maiore ſupfluunt. Similes ſiue vna alij eadē: dicūtur ꝓportiones que eādē recipiūt denomiationē. maior vero que maiorem: et minor que minorem.

1 ¶ Si fuerit ꝓportio primi ad ſecundū que tertij ad quartū: erit ecōuerſo que ſecundi ad primū eadem quarti ad tertiū.



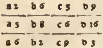
¶ Hec demōſtrat ꝯuerſam ꝓportionalitatē: que ab Euclide quīto geometrie ponit' ꝑma ſpēs ꝓportionalitatū. et eſt quoties ꝯcludimus ꝯn̄s ad an̄cedens vt ꝯn̄s ad an̄s: ꝙ an̄s ad ꝯn̄s ſeſe habuerit vt an̄cedens ad ꝯn̄s. an̄s eni eſt primū ꝓportiōis extremū: ꝯn̄s ꝟo ſcđm. Sint itaqꝫ quatuor numeri: a primus / b ſecūdus / c tertius / d quartus. ſitqꝫ vt que proportio a ad b: eadē ſit c ad d. dico econuerſo que ꝓportio b ab a: eādē eſſe d ad c. Nā cū ea ſit ꝓportio c ad d q̄ a ad b per diffinitionē eādē habebūt denoiationē. ſi itaqꝫ a ſit minor b ex diffinitionibus tota pars vel partes erit a ad b: quota pars

vel partes c ad d. Si autẽ ſit a ad b tota pars quota c ad d: vt in pͥma figuratiõe monſtrat̃: erit d eque multiplex ad c vt b ad a. quare que ꝓportio b multiplicis ad a: eadẽ erit d eque multiplicis ad c. at ſi a tote partes ſit b quote c eſt d: per triceſimã igitur primi b toties cõtinebit ipſum a et totã eius partẽ vel partes: quoties d cõtinet c et quotã eius partẽ vel partes. quare ſimilis erit denolatio b ad a que d ad c: et ꝙ ꝓportio b ad a: eadẽ et d ad c. ꝙ ſi a numer⁹ eſſet maior b: cõſimili argumẽto pateat ꝓpoſitum ponendo b primum numerum / a ſecundum / d tertium / c quartum.



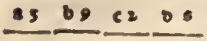
Si fuerit primus ad ſecundũ ſicut tertius ad quartũ: fueritq̃ primus maior ſecundo erit tertius maior quarto. 2

Sint vt prius quattuor numeri: a primus / b ſecundus / c tertius / d quartus: ſitq̃ a maior b. dico etiã c eſſe maiorẽ d. Nã per p̃cedentẽ q: que ꝓportio a ad b ea eſt c ad d: ideo et contra que ꝓportio b ad a eadẽ erit d ad c. at b ponit̃ minor a: igitur erit per primã primi b pars aut partes a. quare et d tota pars vel partes c: atq̃ d minor c qđ intẽdit̃. Potes ⁊ directe ꝓbare q: a eſt maior b aliq̃tiens cõtinet b vel aliq̃tiens vel partẽ aut partes. ⁊ cũ c eãdẽ ꝓportionẽ habeat ad d: ergo toties c ꝯtinebit d aut toties ⁊ partẽ aut partes. quare c maior eſt d. qđ eſt ꝓpoſitũ. Et cõſĩliter ꝓbare poſſis ꝗ̃facillime ſi primus minor ſecundo fuerit: tertiũ quarto eſſe minorem. Nã ſi pͥmus ſit minor ſecundo per primã primi erit pars vel partes ſecũdi. et cũ tertius ad quartũ eandẽ habeat ꝓportionẽ: tota pars aut partes erit tertius quarti quare minor quarto. et ſi primus eſſet equalis ſecundo: conſimiliter probabis tertium eſſe equalem quarto.



Si fuerit primus ad ſecundũ ſicut tertius ad quartũ: erit ꝑmutatim ſicut primus ad tertiũ: ita ſecundus ad quartum. 3

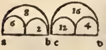
Hec demõſtrat permutatã ꝓportionalitatẽ / ꝗ̃ eſt quoties ꝯcludimus vt añcedẽs ad añcedẽs: ita cõſequẽs ad ꝯñs. ꝙ vt añs ad ꝯñs: ita añs ad ꝯñs ſeſe habuerat. Sint ergo ꝗ̃ttuor numeri: a pͥmus / b ſcđs / c tertius / d quartus. ſitq̃ ſimilis ꝓportio a ad b et c ad d. dico ſimilẽ eſſe ꝓportionẽ a ad c et b ad d. Nã primo ſi a ſit minor et pars b: q: ſimilis eſt ꝓportio a ad b et c ad d: hic euenit vt quota pars a ſit b tota pars c ſit d. ergo per viceſimãſeptimã primi quota pars vel partes b eſt ad d: tota ps vel ptes erit a ad c. erit itaq̃ eadẽ ꝓportio a pͥmi ad c tertiũ: et b ſecũdi ad d quartũ. Scđo ſi a ſit ptes b vt in ſcđa figuratione: idẽ et ſimiliter argumẽtabere per viceſimãoctauã pͥmi. Tertio ſi a ſit maior b: facto b primo / a ſcđo / d tertio / c quarto: auxilio prime huius idẽ efficies ꝗ̃facillime.



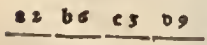
Si fuerit primus ad ſecundũ ſicut tertius ad quartum fueritq̃ primus maior tertio: erit quoq̃ ſecundus maior quarto. 4

Sit a primus numerus: b ſcđs / c tertius / d quartus. ⁊ ſimilis ꝓportio a ad b ⁊ c ad d: ſitq̃ a maior c. dico b eſſe maiorẽ d. Nã q: vt a ad b: ita c ad d. ꝑmutatim igit̃ per precedentẽ vt a ad c: ita b ad d. ſed a maior eſt c: ergo et b maior d per ſecundã. quod eſt propoſitum.

Si ſicut totus ad totum fuerit detractus ad detractum: erit reſiduus ad reſiduum ſicut totus ad totum. 5

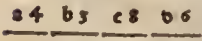


Sit a b totus numerus: a detractus / et b reſiduus. et c d alter tot⁹: c ab eo detractus ⁊ d reſidu⁹. ſitq̃ ſilis ꝓportio a b ad c d ⁊ a ad c: dico b ad d ꝓportionẽ eſſe ꝗ̃ eſt a b ad c d. Nã ſi a b fuerit minor c d / erit per viceſimãprimã ⁊ viceſimãſecũdã primi ſub diſtĩctione ꝗ̃ta pars aut partes fuerit a b ad c d: vt tota pars vel partes ſit b ad d reſidui ad reſiduũ. quare que ꝓportio totius ad totũ: ea erit ⁊ reſidui ad reſiduũ. at ſi a b ſit maior c d: ecõuerſo quota pars vel partes c d ad a b: tota ps vel partes erit d ad b. quare iterũ per primã huius cõcluditur propoſitũ.

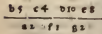


Si fuerit primus ad ſecundũ ſicut tertius ad quartũ: erit primus et ſecũdus ad ſecundũ ſicut tertius et quartus ad quartum. 6

In hac demõſtratur cõiũcta ꝓportionalitas: que eſt quoties cõcludim⁹ ꝯiũctũ antecedẽtis ⁊ cõſequẽtis ad cõſequẽs vt cõiũctũ añtis et ꝯñtis ad ꝯñs: ꝙ añcedẽs ad cõſequẽs ſe habeat vt añs ad cõſequẽs. Sit vt a primus numerus ſe habet ad b ſecundũ: ita c tertius ſe habeat ad d quartũ. Dico ergo vt a b ad b: ita et d c ad d. Nã q: eſt ſimilis ꝓportio a ad b et c ad d: ſi a ergo ſit minor b: erit vt quota pars vel partes a eſt b: tota pars vel partes c ſit d. ergo ſemel b eſt in a b: ⁊ ſemel d in c d. ⁊ in a b ſuperat a tota pars vel partes b: quota pars vel partes c eſt ipſius d exuperãs in c d. quare ꝗ̃ ꝓportio b ad a b: eadẽ erit d ad c d. per primã ergo huius que ꝓportio a b ad b: eadem erit c d ad d quod eſt propoſitũ quo ad hoc. At ſcđo ſi a ponatur maior b vt in ſcđa figuratione per primã quota pars vel partes b erit ad a: tota pars vel partes d eſt ad c. ergo b ſemel ſe ſuperaddens in a b: tota pars vel partes erit a b: quota pars vel partes d erit c d ſe itidem ſemel ſuperaddẽs in c d. quare eadem ꝓportio b ad a b et d ad c d. per primã ergo huius que ꝓportio a b ad b: eadem erit c d ad d. quod iterum eſt propoſitum.



Si vnus numerus duos multiplicet: erit productorũ et multiplicatorũ eadẽ proportio. vnde manifeſtũ eſt multipliciũ differentias ſubmultipliciũ differẽtiis eſſe eque multiplices. 7



Multiplicet a numerũ b: et ꝓueniat d. ⁊ idẽ a multiplicet c: ⁊ ꝓueniat e. dico que ꝓportio b ad c multiplicati ſcʒ ad multiplicatũ eandẽ eſſe d ad e ꝓducti ſcʒ ad ꝓductũ. Nã cũ b ſit in d ſcđm a / et c in e etiã ſcđm a: quoties b eſt ĩ d toties c eſt in e. ergo ꝗ̃ ꝓportio b ad d: ea erit c ad e. ꝑmutatim igitur per tertiam que proportio b ad c: ea erit d ad e. quod eſt propoſitum quoad hoc: et correlarium

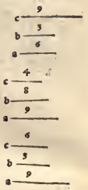
hoc intẽdit. ſi g ſit differẽtia d ad e:et f differẽtia b ad c.ꝙ q: d et e ſunt ſūpti eque multiplices ad b et c:proportionem g ad f eſſe eque multiplicem vt d ad b.et ſint b d duobus reliquis maiores.quia p preſentem ea eſt proportio d ad e:que b ad c.ergo permutatim per tertiam que proportio d ad b totius ad totum:ea eſt e ad c detracti ad detractum.ergo per quintam g ad f reſiduus ad reſiduum/ vt d ad b totius ad totum.quod eſt propoſitum.

8 ¶ Si duo numeri eūdẽ multiplicẽt:erit multiplicãtiū ac ꝓductoꝝ eadẽ ꝓportio

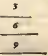
¶ Ut ſi i figuratione precedẽtis b multiplicet a:et proueniat d.et c itidẽ multiplicet a:⁊ ꝓueniat e. Dico q̄ proportio b ad c multiplicãtis ad multiplicãtem :eãdem eſſe d ad e producti ad productum Nam per octauā primi idẽ prouenit multiplicãdo a p b ⁊ b per a ſcꝫ d.et ſiliter idem prouenit multiplicãdo a per c ⁊ c p a ſcꝫ e.ſed per precedẽtem b et c multiplicatis per a:eadem eſt ꝓportio b ad c et d ad e.ergo ⁊ multiplicãtibus b ⁊ c a:eadem erit ꝓportio b ad c ⁊ d ad e.quod eſt propoſitum.

9 ¶ Si duo numeri ad tertiū cōparẽtur/maioris ad ipſum maior erit proportio et minoris minor: ipſius vero ad maiorẽ proportio minor/ad minorem maior. vnde manifeſtum eſt ſi duo numeri ad eundem comparati/eandem ſeruent proportionis habitudinem:illis vnum eundemq; eſſe numerum.

¶ Comparẽtur a b ad tertium c/ſitq; a maior b:dico ipſius a ad c maiorem eſſe ꝓportionẽ q̄ꝫ b ad c dico etiā c ad a minorem eſſe proportionẽ q̄ꝫ c ad b. Primū patet.et ſit primo c tertius: vtroq; a ⁊ b maior.qm̄ c eſt maior a ⁊ maior b/erit a pars vel partes c p primā primi:et per eãdem b eiuſdẽ erit pars vel partes .et cū a poſitus ſit maior b:ipſe erit plures ptes c q̄ꝫ b.quare maior ꝓportio a ad c q̄ꝫ b ad c. Sit ſcd̃o c tertius vtroq; a ⁊ b minor: ſi a pluries ꝯtinebit c q̄ꝫ b ipm̄ c cōtineat/cōſtat ꝓpoſitū. Et ſi a et b equaliter ꝯtinebūt c:q: a maior b plures ptes ipſius vltra ꝯtinebit a q̄ꝫ ꝯtineat ipſe b.q̄re idem cōcluditur a ſcꝫ ad c maiorẽ eſſe ꝓportionẽ q̄ꝫ b ad c. Sit tertio c terti⁹ minor a ⁊ maior b/ q: denominatio ꝓportionis a ad c ſit ad toto multiplice aut a toto ⁊ pte aut partibus/et denominatio ꝓportionis b ad c eſt a pte aut ptibus:ꝯſtat ⁊ hoc modo maiorẽ eẽ proportionẽ a ad c q̄ꝫ b ad c.et cū nō poſſit c tertius eſſe maior a ⁊ minor b/ q: quecūq; eſt maior maiore maior eſt ⁊ minore:ꝯſtat prima ps quoad oẽs eius modos firma. Scd̃a pꝫ.⁊ ſit primo c tertius maior a ⁊ b/ cū c ſit maior a ⁊ b ⁊ a ſit maior b.ſi c ꝯtinet plies b minorẽ q̄ꝫ a maiorẽ:ꝯſtat ꝓportionẽ c ad b eẽ maiorẽ q̄ꝫ c ad a.⁊ ſi c ꝯtinet b ⁊ a equaliter:ꝯtinebit inſuper plures ptes b minoris q̄ꝫ a.quare iteꝝ idẽ cōcludit̃. Sit ſcd̃o c vtroq; minor:erit itaq; ſūptis vnitatib⁹ totidẽ ptes maioris q̄t minoris.ſꝫ maioris p ꝯceptionẽ erit totideꝫ ptes minores:cū partes ille a maiore numero ſint denominate.quare ipſius ad maiorẽ iteꝝ minor proportio. Sit tertio c tertius minor a et maior b:cū ſit ſolū pars vel partes a et excedat ipm̄ b/maior erit ipſius ad b ꝓportio q̄ꝫ ad a:et cū non poſſit vt dictū eſt eſſe maior a et minor b: conſtat ſcd̃a pars quoad oẽs eius partes mōſtrata. Correlariū ex prima parte facile cognitū eſſe poteſt.

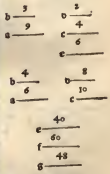


10 ¶ Si idem numerus ad duos cōparetur ad quem ipſius maior proportio fuerit: minorem/et ad quem minor:maiorem eſſe neceſſe eſt.



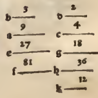
¶ Hec eſt ꝯuerſa precedẽtis. Sint ergo a b duo numeri:ad quos cōparetur c tertius.et ſit c ad a minor ꝓportio:et c ad b ꝓportio maior.dico a eſſe maiorẽ:et b minorẽ. Nam p̄mo nō erūt equales:quia c ad vtrūq; eſſet eadẽ proportio.neq; a erit minor b.nam per primā partẽ precedẽtis/ minor eſſet a ad c proportio q̄ꝫ b ad c.et per ſecundā partem eiuſdem maior c ad a proportio:et minor c ad b quod eſt contra hypotheſim. relinquitur igitur propoſitum verum.

11 ¶ Si fuerit proportio primi ad ſecundum maior q̄ꝫ tertij ad quartū :erit ſecundi ad primum proportio minor q̄ꝫ quarti ad tertium.



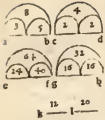
¶ Hãc i multiplicib⁹ demōſtrare ꝑfacile eſt. vt ſi ſit a ad b i gn̄e multiplici maior ꝓportio q̄ꝫ c ad d: dicā b ad a minorẽ eſſe ꝓportionẽ q̄ꝫ d ad c.capiā enī e eque multiplicẽ ad d: vt a ad b.q: ergo a ad b et e ad d eque multiplices:erit a ad b ⁊ e ad d eadẽ ꝓportio.at proportio a ad b poſita eſt maior q̄ꝫ c ad d:ergo et ꝓportio e ad d maior eſt q̄ꝫ c ad d.per ſcd̃am ptẽ igitur none maior eſt proportio d ad c q̄ꝫ d ad e.at q: eadẽ eſt proportio a ad b et e ad d:per primam igitur huius/eadẽ erit proportio b ad a et d ad e.ſed d ad c probata eſt maior proportione d ad e:maior igitur erit et ſua equali b ad a. quod eſt propoſitū.at q: demōſtratio hec nō eque aptanda eſt alijs gn̄ibus:idcirco alia vniuerſalior adhibẽda eſt. Sit ergo a ad b maior proportio q̄ꝫ c ad d:dico b ad a minorẽ eſſe proportionẽ q̄ꝫ d ad c.duco enī c in b ⁊ proueniat e:et idẽ c in a et proueniat f.p ſeptimā huius q̄ ꝓportio a ad b eadem erit f ad e. Ruſus duco d in a ⁊ ꝓueniat g.q: c ⁊ d multiplicauerūt a/ p octauā eadem erit proportio f ad g producti ad productū:q̄ c ad d multiplicãtis ad multiplicãtẽ. Eſt igitur f ad e ꝓportio vt a ad b:⁊ f ad g vt c ad d. ſed proportio a ad b poſita eſt maior proportione c ad d: igitur proportio f ad e maior eſt proportione eiuſdem f ad g.per precedentem igitur e minor eſt:⁊ g maior.igitur per primā partem none huius/ ꝓportio e ad f minor eſt q̄ꝫ g ad f.ſed proportio e ad f eſt eadem ꝓportiōi b ad a/⁊ ꝓportio g ad f eadem proportioni d ad c: vt facile per primā huius cognoſcere potes.igitur proportio b ad a ſecūdi ad primū/ minor eſt q̄ꝫ ꝓportio d ad c quarti ad tertiū.qd̃ erat demōſtrãdū.

12 ¶ Si fuerit primi ad ſecundum proportio maior q̄ꝫ tertij ad quartum : erit primi ad tertium maior q̄ꝫ ſecundi ad quartum.



¶ Sit vt prius quattuor numeri:a p̄mus/b ſcd̃s/c tertius/d quart⁹.⁊ ſit a ad b ꝓportio maior q̄ꝫ c ad d:dico maiorem eſſe ꝓportionẽ a ad c primi ad tertiū/ q̄ꝫ b ad d ſecūdi ad quartū.duco enī a i b: ⁊ proueniat e.⁊ a in ſe:⁊ ꝓueniat f.⁊ in d:⁊ proueniat g.⁊ in c :⁊ proueniat h.per ſeptimā huius que

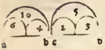
ꝓportio a ad b: ea eſt f ad e. et que c ad d: ea h ad g. deinde duco b in c: ⁊ ꝓueniat k. eritq̄ per octauā huius h ad k: ſicut f ad e. at ꝓportio f ad e q̄ equatur ꝓportioni a ad b: eſt maior ꝓportione c ad d. ergo ⁊ ꝓportio h ad k eadē ꝓportioni f ad e: maior eſt ꝓportione h ad g. cū h ad g equetur c ad d. ergo per decimā k minor eſt g. ⁊ q̄ f ad e vt h ad k: ergo per tertiā vt f ad h / ita e ad k. ⁊ q̄ g ꝓbatus eſt maior k: ergo per ſecūdam partem none / minor erit ꝓportio e ad g ꝙ e ad k. ſed e ad k per octauam huius adequatur ꝓportioni a ad c primi ad tertiū: ⁊ e ad g ꝓportioni b ad d ſecundi ad quartū. Eſt igitur ꝓportio primi ad tertium maior ꝙ ſecundi ad quartum qđ ꝓponitur.



¶ Si fuerit ꝓportio totius ad totum maior ꝙ detracti ad detractum: erit reſidui ad reſiduum ꝓportio maior ꝙ totius ad totum. 13

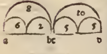
¶ Sit a b totū: ⁊ ab eo detractus a / ⁊ reſiduus b. ſit item c d aliud totū: ⁊ ab eo detractus c / ⁊ reſiduus d. ſitq̄ totius a b ad totū c d ꝓportio maior ꝙ a ad c: dico b ad d reſidui ad reſiduū maiorē eſſe ꝓportionē ꝙ a b ad c d totius ad totū. duco eni a b in a ⁊ in b ⁊ ꝓueniat e f: cuius detractus ſit e ⁊ reſiduus f. ⁊ duco idē a b in c ⁊ i d / ⁊ ꝓueniat g h: cuius g ſit detractus ⁊ reſiduus h. Itē ducatur a in c d et proueniat k: ſubſtrahaturq̄ k a toto g h et relinquatur l. cū enim per nonā primi quod ſit ex ductu alicuius numeri in oēs partes alicuius totius / equū ſit ei qui ſit ex ductu illius numeri in eūdē totū: totus e f equabitur ei qui ſit ex ductu a b in ſeipſum a b. ⁊ cū idē a b ductus in a ꝓduxerit e detractū e f: per ſeptimā huius que ꝓportio a b ad a / eadē erit e f ad e. et eadē ratione que a b ad b: eadē e f ad f. et que a b ad c d: eadē e f ad g h. ⁊ vt c d ad c: ita g h ad g. et g h ad h: vt c d ad d. et cum duo numeri ſcilȝ totus a b ⁊ a detractus / ducti ſint in eundē c d: ⁊ ꝓduxerit numerus a b numerū g h / et a numerū k: per octauā que ꝓportio a b ad a: eadē eſt g h ad k. ſed ⁊ cū e producatur ex a in a b: ⁊ k ex a in c d. per ſeptimā que ꝓportio a b ad c d: eadē erit e ad k. q̄re vt e f ad g h: ita et e ad k detract⁹ ad detractū. per quintā igitur vt e f ad g h: ita f ad l reſiduus ad reſiduū. et cū e ad g ſit ꝓportio que a ad c: erit ꝓportio e ad g minor ꝙ e ad k. quare per decimā k minor eſt g. igitur ⁊ l qui cōſtabit ex h ⁊ differētia k ad g: maior erit h. igit̄ per eandē decimā ꝓportio f ad h minorē numerū maior eſt ꝙ ad l. at ꝓportio f ad l ꝓbata eſt eadē ꝓportioni e f ad g h: quare ⁊ ꝓportiōi a b ad c d totius ad totū. Eſt igitur ꝓportio f ad h: que eſt eadē ꝓportioni b ad d reſidui ad reſiduū: maior ꝓportione a b ad c d totius ad totum. quod eſt propoſitum.

¶ Si vero detracti ad detractum fuerit ꝓportio maior ꝙ totius ad totum: erit reſidui ad reſiduū ꝓportio minor ꝙ totius ad totum. Ex his quoq̄ perſpicuū euadit ſi fuerit ꝓportio reſidui ad reſiduum ſicut detracti ad detractum: ꝓportionem detracti ad detractum eſſe tanꝙ totius ad totum. 14



¶ Sit a b aliquis totus numerus / ⁊ ab eo detractus a / ⁊ reſiduus b ⁊ c d alter totus / et ab eo detract⁹ c / et reſiduus d. ſitq̄ a ad c: maior ꝓportio ꝙ a b a d c d: dico b ad d minorē eſſe ꝓportionē ꝙ a b ad c d. quia eni a ad c eſt ꝓportio maior ꝙ a b ad c d: per vndecimā huius ecōtra minor erit ꝓportio c ad a ꝙ c d ad a b. cū itaq̄ maior erit ꝓportio c d ad a b totius ad totū ꝙ c ad a detracti ad detractū: per precedentē igit̄ maior eſt ꝓportio d ad b reſidui ad reſiduū ꝙ c d ad a b totius ad totū. Intelligo igit̄ d primū numerū / b ſcđm / c d tertiū ⁊ a b quartū. q̄ d ad b maior eſt ꝓportio ꝙ c d ad a b: per vndecimā ecōtra minor eſt ꝓportio b ad d / ꝙ a b ad c d. eſt itaq̄ notū totius ad totū maiorē eſſe ꝓportionē: ꝙ reſidui ad reſiduū et ꝓpoſitū. Correlariū patet. nam ſi totius ad totū maior eſſet ꝓportio ꝙ detracti ad detractū. ergo per ꝓcedentē reſidui ad reſiduū maior erit ꝓportio ꝙ totius ad totū. quare multo fortius reſidui ad reſiduū maior eſſet ꝓportio ꝙ detracti ad detractū. quod eſt cōtra hypotheſim. Si autē totius ad totū minor ſit ꝓportio ꝙ detracti ad detractū: ergo per precedentē reſidui ad reſiduū minor erit ꝓportio ꝙ totius ad totū. quare et multo fortius reſidui ad reſiduū minor erit ꝓportio ꝙ detracti ad detractū. quod eſt iterum cōtra hypotheſim. Cū itaq̄ ꝓportio totius ad totū: neq̄ maior neq̄ minor eſſe poſſit ꝙ detracti ad detractū: relinquitur eidem equalis.

¶ Si primi ad ſecundum fuerit ꝓportio maior ꝙ tertij ad quartū: erit primi et ſecundi ad ſecundum maior ꝓportio ꝙ tertij et quarti ad quartum. ad primum vero minor: ꝙ tertij et quarti ad tertium 15

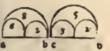


¶ Si a ad b maior ꝓportio fuerit ꝙ c ad d: dico primo a b ad b maiorē eſſe ꝓportionē ꝙ c d ad d. ſcđo a b ad a minorē eſſe ꝙ c d ad c. Primū patet. nā ſi a b ad b et c d ad d ponātur equales: vt que ꝓportio a b ad b / ea ſit c d ad d. ergo permutatim per tertiā huius erit ꝓportio a b ad c d: que b ad d. quare per quintā / que ꝓportio a b ad c d: ea erit et a ad c reſidui ad reſiduū. quare et que b ad d. et cū ſimiles ſint a ad c / et b ad d: ergo permutatim per tertiā / que ꝓportio a ad b ea ſit c ad d. quod eſt cōtra hypotheſim. Si aūt ponatur a b ad b minor / ⁊ c d ad d ꝓportio maior: cū c d ad d ſit ꝓportio maior ꝙ a b ad b. ergo per duodecimā huius c d ad a b maior ꝙ d ad b detracti ad detractū. ergo per decimātertiā c ad a maior reſidui ad reſiduū: ꝙ c d ad a b. quare multo potius ꝙ d ad b. cū itaq̄ c ad a ſit maior ꝙ d ad b: ergo per vndecimā / minor eſt a ad c ꝙ b ad d. Intelligo ergo quatuor nūeros: b primū / d ſcđm / a tertiū / c quartū. quia maior eſt ꝓportio b ad d ꝙ a ad c: ergo per duodecimā / maior eſt b ad a ꝙ d ad c ꝓportio: ergo p vndecimā minor a ad b ꝙ c ad d. qđ eſt ꝯtra hypotheſim. Relinquit̄ igit̄ ꝓportio a b ad b / cū neq̄ equalis neq̄ minor vt probatum eſt eſſe poſſit: maior eſſe ꝓportione c d ad d. quod eſt primū. Scđm patet. nā per īmediate mōſtratū a b ad b / maior eſt ꝓportio ꝙ c d ad d. ergo per duodecimā ꝓportio a b ad c d: maior ꝙ b ad d detracti ad detractū. ergo per decimātertiā a ad c reſidui ad reſiduū maior ꝓportio ꝙ a b ad c d. quare iterū per duodecimā a ad a b maior

ꝙ c ad c d. per vndecimā igitur a b ad a: minor ꝙ c d ad c. quod eſt ſecundum et totum propoſitum.

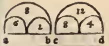
16 ¶ Si inequales numeri equalibus addantur: erit compoſitorum minor propor=
tio ꝙ adiunctorum.

¶ Sint a c nūeri inequales / b vero ⁊ d equales / ⁊ cōpoſiti a b et c d: ſitqꝫ a maior c: dico a ad c adiū=
cti ad adiūctū / maiorē eſſe ꝓportionē ꝙ a b ad c d cōpoſiti ad cōpoſitū. nam cū b ⁊ d idem ſint nume=
rus / ⁊ a ſit maior c: per nonā igitur maior eſt proportio a ad b ꝙ c ad d. ergo per duodecimā maior
proportio a ad c detracti ad detractū: ꝙ b ad d reſidui ad reſiduū. ergo maior ꝓportio a ad c detracti
ad detractū: ꝙ a b ad c d totius ad totū. nā ſi a ad c / et a b ad c d eadē eſſet proportio: per quintā ea=
dem eſſet a ad c / ⁊ b ad d. cuius oppoſitū demonſtratū eſt. Si autē maior eſſet a b ad c d proportio ꝙ
a ad c: ergo per decimātertiā eſſet ꝓportio b ad d reſidui ad reſiduū / maior ꝙ a ad c detracti ad detra
ctū. cuius etiā oppoſitū modo monſtratū eſt. relinquitur igitur a ad c ꝓportio maior adiuncti ſcilꝫ ad
adiunctū ꝙ a b ad c d cōpoſiti ad cōpoſitum. et propoſitum.



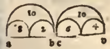
17 ¶ Si fuerit ꝓportio primi ad ſecundū maior ꝙ tertij ad quartū: fueritqꝫ primus
minor tertio / erit ſecundus minor quarto.

¶ Sint quatuor numeri: a p̄mus / b ſecūdus / c tertius / d quartus. ſitqꝫ a ad b ꝓportio maior ꝙ c ad d /
et ſit a minor c: dico b eſſe minorem d. nam cū c ſit maior a: ergo per nonā maior eſt ꝓportio c ad b /
ꝙ a ad b. quare multo fortius c ad b maior eſt ꝓportio ꝙ c ad d. per decimā igitur d maior eſt b. quod
eſt propoſitum.



18 ¶ Cū fuerit ꝓportio primi ad ſcd̄m maior ꝙ tertij ad quartū / et cōpoſitū ex primo
et ſecundo equale cōpoſito ex tertio ⁊ quarto: primū tertio maiorē eſſe neceſſe eſt.

¶ Sit a ad b maior ꝓportio ꝙ c ad d / et numerus cōpoſitus a b equalis cōpoſito c d: dico a eſſe ma=
iorē c. nā primo nō erit equalis: qꝛ ſi a eſſet equalis c / etiā b eſſet equalis d per conceptionē. alioqui ſi
equalibus inequalia adderentur: tota fierent inequalia. quare equalis eſſet ꝓportio a ad b / et c ad d:
quod eſt cōtra hypotheſim. neqꝫ erit c maior a: et a minor. nā per precedentē / b ſecundus eſſet mi=
nor d quarto. per cōceptionē igitur a et b duo minores ſimul ſumpti / minus ſunt ꝙ c d duo maiores
ſimul: quod iterū eſt cōtra hypotheſim. relinquitur igitur a eſſe maiorem c. et propoſitum.

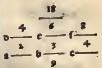


19 ¶ Si primus fuerit maior tertio / ⁊ compoſitus ex primo ⁊ ſecundo equalis com=
poſito ex tertio ⁊ quarto: maior erit ꝓportio primi ad ſecūdū ꝙ tertij ad quartum.

¶ Hec eſt cōuerſa precedētis. Sit vt pri⁹ a primus numerus maior c tertio: ⁊ cōpoſitus a b equalis
cōpoſito c d. dico maiorē eſſe a ad b ꝓportionē ꝙ c ad d. Nam qꝛ a eſt maior c / ⁊ a b ⁊ c d equales: erit
b minor d. nō enim eſſe poteſt b equalis d: nam ipſis a ⁊ c inequalibus additis / tota non fierēt equalia.
neqꝫ eſt b maior d: nam per cōceptionē qđ fieret ex a ⁊ b duobus maioribus plus eſſet. qđ eſt contra
hypotheſim. ⁊ cū ſit maior c: ergo per nonā proportio a maioris ad d / maior eſt ꝙ proportio c ad d.
ſed et cum b demonſtratus ſit minor d: per decimam igitur a ad b maior proportio ꝙ a ad d. quare
multo fortius ꝙ c ad d. quod eſt propoſitum.

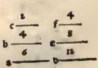
20 ¶ Si quotlibet numerorum ad totidem alios fuerit vna proportio: que vnius ad
vnum / ea omnium ad omnes pariter acceptos erit proportio.

¶ Sint a / b / c / quotlibet numeri: et d / e / f totidem alij. et ſit a ad d / ⁊ b ad e / ⁊ c ad f: ꝓportio vna. di=
co que ꝓportio a ad d: eādē eſſe totius a b c ad totū d e f. nā facile ex ſcd̄a hui⁹ cognoſcis tres antecedē=
tes eſſe eque aut maiores aut minores aut equales ad ſuos cōſequentes. Si autē ſint eque minores:
quota pars vel partes erit a ad d: tota pars vel partes erit b ad e / et c ad f. ergo per quartā ⁊ quintam
primi ſub diſiūctione quoties oportuerit repetitas / erit totus a b c tota pars vel ptes totius d e f: quo=
ta pars vel partes a ad d. quare eadē erit ꝓportio a ad d: ⁊ totius a b c ad d e f. At ſi ſint tres antece=
dentes eque maiores / quia que ꝓportio a ad d: ea eſt b ad e ⁊ c ad f. ergo per primā huius que ꝓpor=
tio d ad a: ea eſt e ad b ⁊ f ad c. quare quota pars vel partes d ad a: tota vel tote eſt e ad b / ⁊ f ad c. per
quartā igitur et quintā primi ſub diſiunctiōe quoties opus fuerit repetitas / quota pars vel partes eſt
d ad a: tota pars vel partes eſt d e f ad a b c. quare que ꝓportio d ad a: eadē erit totius d e f ad totū a b
c. ergo per primā huius / que ꝓportio a ad d: eadē totius a b c: ad totū d e f. quod iterū eſt ꝓpoſitum.
Si vero ſinguli ſingulis ſint equales: ſtatī adiuuante cōceptione ſi equales numeros equalibus addas
totos fieri equales / idem efficies. eſt itaqꝫ totū propoſitum notū.

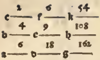


21 ¶ Si fuerint quotlibet numeri / alijqꝫ ſecundū eundē numerū continue in eadem
proportione ſumpti: extremorū eandē eſſe ꝓportionem neceſſe eſt.

¶ Hec declarat equā ꝓportionalitatē / que eſt quoties ſumptis quotlibet numeris ad alios totidē in
cōtinua ꝓportionalitate ſe habētibus / concludimus vt illorū ꝓportio extremi ad extremū: ita ho=
rū extremi ad extremū proportionē eſſe. quid autē ſit cōtinua proportionalitas: iam dictū eſt. ⁊ hec
equa proportionalitas bifariā formari poteſt: primo directe / ordineqꝫ recto. vt ſi hunc in modū dixe=
ro / ſicut a ad b: ita d ad e. et ſicut b ad c: ita e ad f. ergo ſicut a ad c: ita d ad f. pro quo eque proportio=
nalitatis modo ponitur preſens ꝓpoſitio. Secūdo vero formatur indirecte cōuerſoqꝫ ordine. vt ſi dixe=
ro que ꝓportio a ad b ea eſt e ad f: et que b ad c ea d ad e. ergo que eſt a ad c: ea eſt d ad f. pro quo qui=
dem eque ꝓportionalitatis modo ſequens ponetur ꝓpoſitio. Sint ergo a b c quotlibet numeri / in cōtinua
proportionalitate ⁊ directe ſe habentes ad totidē d e f. vt ſicut ſe habeat a ad b: ita d ad e. ⁊ ſicut b ad
c: ita e ad f: dico eandē eſſe ꝓportionē a ad c et d ad f. nā qꝛ que ꝓportio a ad b: ea eſt d ad e. ergo p̄mus

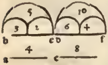


tatim per tertiã huius/ que ꝓportio a ad d ea eſt b ad e. et quia que proportio b ad c: ea eſt e ad f: igit̃ per eandẽ tertiã ꝑmutatim que ꝓportio b ad e: ea eſt c ad f. quare ⁊ que a ad d. cũ itaq; que ꝓportio a ad d ea ſit c ad f. ergo ꝑmutatim ꝑ tertiã que ꝓportio a ad c/ eadẽ eſt d ad f. quod eſt propoſitũ.



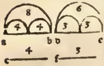
22 ❡Si quotlibet numeri totidem alijs indirecte proportionales fuerint: extremi quoq; in eadem ꝓportione proportionales erunt.

❡Sit a ad b vt e ad f/ et b ad c vt d ad e cõuerſo ordine ꝓportionales: dico a ad c vt d ad f. Duco enĩ d in e ⁊ in f: et ꝓueniãt g h. et e in f: ⁊ ꝓueniat k. per ſeptimã hui⁹ que ꝓportio e ad f: eadẽ eſt g ad h. quare et que a ad b: eadẽ eſt g ad h. et q2 d et e multiplicãt f: per octauã que ꝓportio d ad e: ea eſt h ad k. quare et que b ad c. et q2 g ſit ex d in e/ et k ex e in f/ et idẽ k per octauã primi alternati ſit ex f in e/ ergo per octauã huius que proportio d ad f: ea eſt g ad k. At per ꝑcedentẽ/ q2 vt a ad b: ita g ad h. et vt b ad c/ ita h ad k. ergo vt a ad c: ita g ad k. ⁊ cũ ꝓportio g ad k monſtrata ſit eadẽ ꝓportioni d ad f: erit igitur vt a ad c: ꝓportio d ad f quod erat demonſtrandum.



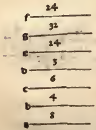
23 ❡Si fuerit primus ad ſecundũ: ſicut tertius ad quartũ. Itẽq; primus ad quintũ: ſicut tertius ad ſextũ erit ſicut primus ad ſecundũ et quintũ: ita tertius ad quartũ et ſextum.

❡Sit primus numerus a/ ſecũdus b/ tertius c/ quartus d/ quĩtus e/ ſextus f. ſitq; a ad b: ſicut c ad d. et a iterũ ad e: ſicut c ad f: dico vt a ad totũ be: ita c ad totũ df. q2 enĩ a ad b ſicut c ad d erit ꝑ primã huius vt b ad a: ita d ad c: erũt igit̃ ↄtinue ꝓportionales vt b ad a: ita d ad c. vt a ad e: ita c ad f. quare per viceſimãprimã vt b ad e: ita d ad f. ergo ꝑ ſextã huius/ erũt cõiunctim vt b ⁊ e ad e: ita d ⁊ f ad f. per primã igit̃ huius vt e ad be: ita f ad df. q2 ergo vt a ad e: ita c ad f. et vt e ad be: ita f ad df. ergo per viceſimãprimã vt a ad be: ita c ad df. quod eſt propoſitum.



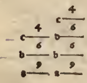
24 ❡Si fuerit primus ad ſecundũ ſicut terti⁹ ad quartũ/ fueritq; primus maxim⁹: numerus cõpoſitus ex primo ⁊ quarto maior erit nũero cõpoſito ex ſcd̃o ⁊ tertio.

❡Sit a b prim⁹ numerus/ c ſecũdus/ d e tertius/ f quartus. ſitq; vt a b ad e: ita d e ad f. ⁊ ſit a b illoꝝ quattuor numerorũ maximus. dico cõpoſitũ ex a b ⁊ f: maiorẽ eſſe cõpoſito ex c ⁊ d e. cũ enĩ a b ſit maximus eſt maior c ſecũdo: quare per ſecũdã huius d e maior f quarto. et cũ vt a b ad c: ita d e ad f. ergo ꝑmutatim per tertiã huius vt a b ad d e: ita c ad f. ſed cũ a b ſit maximus: per hypotheſim eſt maior d e. ergo per ſecundã huius/ ⁊ c maior f. eſt itaq; f illorũ minimus. eſto ergo b differẽtia a b ad c ⁊ e differentia: d e ad f. q2 ſicut a b ad d e: ꝓbatus eſt c ad f/ et a adequat̃ c et d equat̃ f. ergo que ꝓportio a b ad d e: ea eſt a ad d detracti ſcz ad detractũ. ergo per quintã huius vt a b ad d e: ita b ad e reſidu⁹ ad reſiduũ. quare per ſcd̃am huius/ cũ a b ſit maior d e: etiã b eſt maior e. ſunt itaq; b et f maius d e. quare iterũ a b et f maius c et d e. at a et b ſimul ꝑ cõmunẽ cõceptũ equãtur toti a b: eſt itaq; cõpoſitus ex a b et f primo et quarto maior cõpoſito ex c et d e ſecundo ⁊ tertio. quod eſt propoſitum.



25 ❡Si fuerint quattuor proportionales: quod ſub extremis cõtinetur equale eſt ei quod producitur ex medijs. quod ſi producta fuerint equalia: erunt et numeri proportionales.

❡Id ſub extremis cõtineri dicitur qd̃ ex extremo in extremũ ꝓducit̃. Sint a b c d quattuor numeri ꝓportionales: ita vt que ꝓportio a ad b/ ea ſit c ad d. dico primo qd̃ ſit ex a in d quod ſit e: equale eſſe ei quod ſit ex b in c quod ſit f. Secũdo ſi quod ſit ex a in d/ equale ſit ei quod ſit ex b in c: numeros illos eſſe ꝓportionales. Primũ patet: et vt dictũ eſt ex ductu a in d ſiat e/ ⁊ ex ductu b in c ſiat f: quos dico eſſe equales. Duco enĩ iterũ a in b: et proueniat g: erit per ſeptimã huius/ g ad e vt b ad d. ſed ⁊ quia ex a in b ꝓuenit g. alternatim ex b in a prouenit g. et etiã ex b in c prouenit f: ergo iterũ per ſeptimã g ad f/ vt a ad c. et quia vt a ad b ita c ad d: ergo ꝑmutatim per tertiã vt a ad c/ ita b ad d: quare g ad f vt b ad d. et ꝓbatus eſt etiã g ad e vt b ad d. quare e et f quorũ ad g eundẽ numerũ eſt ꝓportio vna/ adinuicẽ ſunt equales. quod eſt primũ. Preterea dico ſi e et f adinuicẽ ſunt equales: a b c d eſſe ꝓportionales. nam cum e ⁊ f ſint equales: ipſius g ad eos eſt ꝓportio vna. et quia vt dictũ eſt g ad f vt a ad c/ et g ad e vt b ad d: erit a ad c vt b ad d. ergo ꝑmutatim per tertiã a ad b vt c ad d quod eſt numeros a b c d/ eſſe adinuicem proportionales. ⁊ ſecundum.



26 ❡Tribus numeris proportionalibus: qui ſub extremis continetur/ quiq; ex medio in ſe producitur/ ſunt equales. Q; ſi illi equales fuerint: tres quoq; numeri erunt continue proportionales.

❡Sint a b c tres numeri cõtinue proportionales: dico primo quod ſit ex a in c/ equale eſſe ei qd̃ ſit ex b in ſe. Secũdo ſi qd̃ ſit ex b in ſe/ equale ſit ei quod ſit ex a in c: tres numeros a b c eſſe cõtinue ꝓportionales. Primã partẽ probas per primã partẽ precedẽtis: poſito b bis aut quocũq; numero vt d eq̃li b. Et ſecundã partem per precedentis ſecundã partẽ: nec vt demonſtretur eſt difficultas.

27 ❡Si fuerit proportio primi ad ſecũdum maior q̃ tertij ad quartũ/ qui ex primo in quartũ producitur: maior eſt producto ex ſecũdo in tertiũ. Q; ſi productus ex primo in quartũ ſit maior: et proportio primi ad ſecũdũ maior erit.

¶ Sit a ad b ꝓportio maior q̄ c ad d: dico p̄mo qḋ fit ex a in d/ maius eſſe eo qḋ fit ex b in c. Scḋo ſi qḋ fit ex a in d maius eſt eo qḋ fit ex b in c/ ꝓportionē a ad b maiorē eſſe ꝓportiōe c ad d. Primū patet et duco a in d ⁊ ꝓueniat e/ et b in c et ꝓueniat f: dico e maiorē eſſe f. Duco p̄terea b in d et fiat g. quia ergo a in d ꝓducit e/ et b in d ꝓducit g: ergo per octauā huius q̄ ꝓportio a ad b ea eſt e ad g. et q2 f fit ex b in c/ et g ex b in d: per ſeptimā huius q̄ ꝓportio c ad d ea eſt f ad g. mōſtratū eſt igit̄ vt q̄ ꝓportio a ad b: ea ſit e ad g. et que c ad d: ea ſit f ad g. At ꝓportio a ad b poſita eſt maior ꝓportione c ad d. ergo ꝓportio e ad g maior eſt ꝓportiōe f ad g. ergo ꝑ nonā huius e maior eſt f qḋ eſt primū. Ecōuerſo dico ſi e eſt maior f/ ꝓportionē a ad b maiorē eſſe ꝓportione c ad d. Nā q2 e eſt maior f: per nonā maior eſt ꝓportio e ad g q̄ f ad g. At ꝓportio e ad g ea eſt q̄ a ad b. et ꝓportio f ad g ea que c ad d vt oſtenſū eſt. igitur ꝓportio a ad b maior ꝓportione c ad d. quod eſt ſcḋm atq3 totū ꝓpoſitum.

28 ¶ Poſitis duobus nūeris an ſit tertius cū illis cōtinue ꝓportionalis: ꝑſcrutari.

¶ Datis ergo duobus nūeris ponat̄ eo2 quilibet quē voles ſcḋs: quē duc in ſeip̄m: ſi reliquus ꝓductū ſcḋm aliquē numeret/ nūerus ſcḋm quē ꝓductū nūerabit erit tertius nūerus in ꝯtinua ꝓportionalitate ipſis per viceſimāſextā adiungēdus. Sin reliquus ꝓductū ſcḋm aliquē numerū non numerabit: per eandē nullus ipſis adhibebit̄ cōtinue ꝓportionalis.

29 ¶ Datis tribus numeris an ſit tertius ad aliquem ſcḋm proportionē primi ad ſecundū: inueſtigare.

¶ Eadē facilitate hec pateat. nā datis tribus nūeris duc ſcḋm in tertiū: et ſi p̄mus numeret ꝓductū ſcḋm aliquē: is ſcḋm quē ꝓductū nūerat eſt ꝑ viceſimāquintā ad quē tertius vt p̄mus ad ſecūdū ſe habet. At ſi p̄mus ꝓductū ſcḋm aliquē nō numeret: per eandē viceſimāquintā nullus tertio in ꝓportiōe primi ad ſecundū adiūgetur.

¶ Secundi elementorū Arithmetices Jordani finis.

Numerus primus dicit̄: qui nō habet partē preter vnitatē. Cōpoſitus vero qui habet aliū numerū ip̄m numerantē. Cōmēſurabiles ſiue cōicantes vocant̄: quos cōiter aliquis nūerus nūerat. Cōtra ſe primi autē dicunt̄: qui a nullo cōiter nūerant̄ excepta ſola vnitate. Termini ꝓportiōis dicūt̄ nūeri minimi: iter q̄s iuenit̄ illa ꝓportio.

1 ¶ Ois numerus primus: ad omnē quem non numerat eſt primus.

¶ Sit a quicūq3 nūerus p̄mus: dico a ad quēcūq3 numerū quē numerat eſſe cōmēſurabilē atq3 cōicantē et ip̄m et quēcūq3 alterū quē nō numerat eſſe cōtra ſe p̄mos. Primū patet. nā ſi aliquē numerū nūerat/ illū ſcḋm ſeip̄m aliquoties ſumptū nūerabit quare ip̄e a/ ſeipſum et alterū nūerabit. erit vtq3 ꝑ diffinitionē cōmēſurabilis atq3 cōicans ad alterū. Secūdū patet. Nā ſi a aliquē nūerū nō nūerat: nullus nūerus vtrūq3 cōiter nūerabit. alioqui nūeraret a: et a non eſſet primus. quod eſt cōtra hypotheſim. per diffinitionē igit̄ a et nūerus quē nō numerat ſunt cōtra ſe primi/ et a primus ad illū quod eſt ſecundū.

2 ¶ Omnis numerus cōpoſitus: ab aliquo primo numeratur.

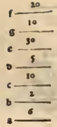
¶ Sit a quicūq3 numerus cōpoſitus ꝓductus ex b in c. aut ergo b aut c eſt primus: et ſic de eo habet̄ ꝓpoſitū. aut vterq3 eſt ꝯpoſitus. qḋ ſi ſic: fiat ergo b ex d i e. ſi iterū vterq3 d ⁊ e ſit ꝯpoſitus: fiat iterū d ex f in g. ſi iterū vterq3 eorū eſt cōpoſitus: hac ratione in infinitū numeri decreſcēt. qḋ eſt cōtra petitionē et īpoſſibile: niſi deueniat̄ tandē ad numerū quē nullus alius nūerabit. deueniemus igit̄ tandē ad aliquē numerū quē nullus alius nūerabit/ et ꝓpter hoc primū. qui cū erit pars ptis. ergo ⁊ per viceſimātertiā primi/ erit et pars totius. quare ꝑ diffinitionē ptis nūerabit ip̄m totū. qḋ eſt ꝓpoſitū.

3 ¶ Omnis numerus aut eſt primus: aut a primo numeratur.

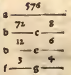
¶ Nā ois nūerus aut eſt primus aut ꝯpoſitus. atqui per p̄cedentē ois nūerus ꝯpoſitus a p̄mo nūerat̄: igitur ois numerus/ aut eſt primus aut a primo numerat̄. qḋ intendit ꝓpoſitio.

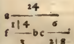
4 ¶ Si aliquis numerus primus numerū ex duobus ꝓductū numeret: neceſſe eſt eundem alterū eorum numerare.

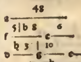
¶ Sit a nūerus ꝓductus ex b i c: quē nūeret nūerus prim⁹ d ſcḋm e: dico nūerū p̄mū d nūerare alterū duorū b aut c. Et eſto nō nūeret b: dico ip̄m numerare c. Intelligo enī primū numerū d ſcḋm b/ tertiū c/ quartū e: q2 qḋ ꝯtinet̄ ſub extremis d ⁊ e equū eſt ei qḋ cōtinet̄ ſub medijs b et c. ergo ꝑ ſecūdā partē viceſimequinte ſcḋi: d b c e/ ſunt ꝓportionales vt que ꝓportio d ad b: ea ſit c ad e. ſi ergo b fuerit maior d: etiā et c maior e vt ex demōſtratione ſecūde ſcḋi cognoſcit̄. Detractis ergo quoties fieri poterit d ⁊ c de b et e reliquant̄ f et g. eritq3 ꝑ triceſimā p̄mi vt quota pars vel ptes f relicta ſit d: tota ps vel ptes g ſit c. q2 ſi f relicta ſit ps d: cū d ſit nūerus prim⁹/ f eſt vnitas. qta ergo vnitas eſt in d: tota ps g eſt in c. ergo ꝑ ſeptimā primi quota ps vnitas eſt i g: tota ps d erit in c. nūerabit igit̄ d ip̄m c. At vo ſi f relictus ſit ptes d: eſt vnitates vt oſtenſū eſt/ ⁊ tote ptes erit g ipſius c. capiā ergo vnā vnitatē ab f: que ſit h ⁊ vnā ptē ab g q̄ ſit k: et argumētabor vt pri⁹ ꝑ ſeptimā primi. qta ps h vnitas eſt ad d: tota ps eſt k ad c. ergo ꝑ ſeptimā primi qta ps h ad k: tota d ad c. q̄re iterū d nūerat c. At vo ſi d maior eſt b: ꝑ ſcḋam ſcḋi c eſt maior e. et q2 q̄ ꝓportio d ad b eadē eſt c ad e: ergo ꝑ primā ſcḋi etiā que ꝓportio b ad d eadē erit e ad c. quare quota ps vel ptes b eſt ad d tota ps vel ptes e ad c. Diuido ergo b et e in

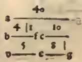


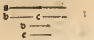








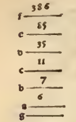




ſlas partes: manifeſtũ eſt enĩ cũ d ſit numerus primus / vnã ptiũ b eſſe vnitatẽ. capio ergo vnã ptiũ d que ſit f / et vnã partiũ c q̃ ſit g: qꝛ igiť quota pars f vnitas eſt d tota pars g eſt ipſius c. ergo ꝑ ſeptimã primi quota pſ vnitas ad g: tota pſ d eſt ad c. nũerabit igiť d ipſm c qḋ iterũ eſt ꝓpoſitũ.

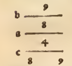
¶ Si nũerũ ex duobus ꝓductũ tertius nũeret: idẽ alteri illoꝝ erit ꝯmẽſurabilis. 5

¶ Sit a numerus ex b ĩ c ꝓductus quẽ nũeret d: dico d alteri nũeroꝝ b aut c eſſe ꝯmẽſurabilẽ. nã aut d eſt pmus aut cõpoſitus. ſi primus: ergo per ꝑcedentẽ alterũ coꝝ nũerat / quare alteri eorũ erit ꝯmẽſurabilis. ſi cõpoſitus: ergo per ſcđam huius ab aliquo pmo numerať d / qui ſit e. qꝛ e nũerat d: numerabit etiã per viceſimãtertiã primi a: quare e per precedentẽ numerabit b aut c et cum etiã cõiter nũeret d: ſunt per diffinitionẽ d et alter duorũ b aut c quos cõmuniter e idẽ numerus numerat cõmenſurabiles: quod intenditur.



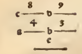
¶ Sũptis quotlibet nũeris primis: diuerſũ ab illis nũerũ primũ eſſe neceſſe eſt. 6

¶ Sint a b c quotlibet nũeri pmi: dico alterũ ab ipſis eſſe. Duco enĩ nũerũ primũ in ſcđm et ꝓueniat d / et tertiũ ĩ ꝓductũ et ꝓueniat e / et ſi eſſet qrtus / ducerẽ ipm in ꝓductũ e: et ita deĩcepſ. et qꝛ pores ſemꝑ erũt partes partiũ vltimi ꝓducti: ergo ꝑ viceſimãtertiã primi / et diffinitionẽ oẽs illi nũeri pmi numerabũt vltimũ ꝓductũ: cui addo vnitatẽ / et ſit totus ꝓductus f. qui aut eſt primus / ſicq̃ cõſtabit ꝓpoſitũ. aut cõpoſitus qui ſi fuerit cõpoſitus: ꝑ ſcđam huius ab aliquo pmo nũerať qui ſit g. et cũ g ſit primus et nõ ſit aliq̃s pdictoꝝ: nã ſi aliq̃s pdictoꝝ numeraret f / cũ numeret detractũ e vt oſtẽſum eſt: per duodecimã primi numeraret reſiduũ numerus / ſcilicet vnitatẽ quod eſt impoſſibile. cõſtat igitur alium ab ipſis eſſe numerũ primũ.



¶ Si fuerint duo nũeri cõtra ſe primi: q̃cũq; nũerat alterũ eſt ad reliquũ primus. 7

¶ Sint a et b cõtra ſe pmi ⁊ c numeret a: dico b et c eſſe cõtra ſe pmos. alioq̃ ſi c numerat b aut alius q̃cũq; b ⁊ c / cũ idẽ ꝑ viceſimãtertiã pmi nũeraret a: nõ eſſẽt a ⁊ b ꝯtra ſe pmi. qḋ eſt ꝯtra hypotheſim.

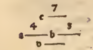


¶ Quicũq; numerãt numeros cõtra ſe primos: et ipi ſunt adinuicẽ primi. 8

¶ Sint a b numerãtes c d numeros cõtra ſe primos / a quidẽ c et b ipm d: dico a b eſſe cõtra ſe pmos. nam ſi ſint cõmenſurabiles ſit e eos cõmuniter numerans. quia ergo e numerabit a: etiã per viceſimã tertiã primi numerabit c. et qꝛ e etiã numerat b: per candẽ numerabit d. nõ ſunt igitur c d cõtra ſe primi: quod eſt cõtra hypotheſim.

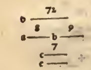
¶ Nũerus cõpoſitus ex duob⁹ nũeris cõtra ſe primis: ad vtrũq; illorũ eſt prim⁹. 9

¶ Sint a et b nũeri cõtra ſe pmi / et cõponãt c: dico c ad vtrũq; eorũ eſſe primũ. nã ſi eſt cõmenſurabilis vni eorũ vt nũero a: nũeret igiť eos aliq̃s nũerus vt d. qꝛ ergo d nũerat c ⁊ a detractũ: ergo ꝑ duodecimã primi d etiã numerat b reſiduũ. nõ ſunt igiť a b cõtra ſe pmi / quod eſt cõtra ꝓpoſitũ.



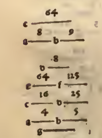
¶ Si duoꝝ numeroꝝ vterq; ad tertiũ fuerit primus: et qui ex ipſis ꝓduciť ad eũdem erit primus. 10

¶ Sint a b duo nũeri quoꝝ vterq; ad c ſit pmus / et ſit d ꝓductus ex a in b: dico d eſſe pmũ ad c. nã ſi c et d eſſent ꝯmẽſurabiles: aliq̃s eos vt e cõiter nũeraret qui cũ nũeraret d ꝓductũ ex duob⁹ ſcꝫ a et b: ꝑ qrtã hui⁹ cõicabit alteri eorũ / qḋ ꝑ ſeptimã hui⁹ eſt ipoſſibile. nõ itaq; c et d ſunt ꝯmẽſurabiles.



¶ Si fuerint duo numeri cõtra ſe primi: qui ex altero in ſe ducto produciť / ad reliquum erit primus. 11

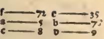
¶ Sint a et b cõtra ſe pmi / et a in c ductus ꝓducat c: dico c eſſe pmũ ad b. capio d eq̃le a / et qꝛ vterq; a ⁊ d eſt pmus ad b: ergo per ꝑcedentẽ qui fit ex a in d eſt pmus ad b. ſed qui fit ex a in ſe / equaľ ei qui fit ex a in d. igitur qui fit ex a in ſe / eſt primus ad b. quod eſt ꝓpoſitum.



¶ Si fuerint duo nũeri cõtra ſe primi: qui ex eis in ſe produceňť / erũt adinuicẽ primi. Et ſi iĩdẽ in ꝓductos ducanť: et qui inde ꝓducẽtur erũt cõtra ſe primi. Sicq; deinceps ſi principia in ꝓductos ducãtur: producti erũt incõmenſurabiles. 12

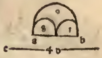
¶ Sint a et b cõtra ſe primi / ducaturq; a in ſe ⁊ fiat c / ⁊ b ĩ ſe et fiat d. dico c d eſſe cõtra ſe pmos. Itẽ dico ſi a ducať in c et fiat e / et b ĩ d et fiat f ſimiliter e f eſſe incõmenſurabiles atq; cõtra ſe pmos. ⁊ ſi iterũ duxeris a in e et b in f / qui produceňť eſſe contra ſe primos. et hoc quotiens feceris ita euenire. Primũ patet. nam per premiſſam qꝛ a eſt primus ad b et c fit ex a in ſe: per precedentem c eſt primus ad b. et quia c eſt primus ad b et d fit ex b in c per eandem c eſt primus ad d quod eſt primum. Preterea quia vterq; a et c eſt primus ad b: igitur ꝑ decimã e qui ex ipſis ꝓducitur eſt pmus ad b. qꝛ igitur e b ſunt cõtra ſe primi / et d ꝓducitur ex b in ſe: per ꝑcedentẽ e etiã eſt pmus ad d. eſt itaq; vterq; duoꝝ b d ſit primus ad e vt monſtratũ eſt. igiť per decimã f qui fit ex ipſis ſcꝫ ex b in d eſt pmus ad e. et ita q̃tũcũq; ſeries ꝓcedat cõclude. et hoc eſt ſcđm. ¶ Ex huius pma parte cognoſciť: tetragonos quoꝝ latera incõmenſurabilia ſunt eſſe incõmenſurabiles. et ex ſecũda: teſſeras incõmẽſurabiles eſſe / quoꝝ latera ſunt icõmenſurabilia. et cõtra demõſtrare promptũ eſt ſi latera ſunt comenſurabilia / tetragonos et teſſeras eſſe cõmẽſurabiles. Ut ſint a b latera cõmenſurabilia / et c tetragonus a: ⁊ e ei⁹ teſſera. d tetragonus b: et f eius teſſera. qꝛ a b ſunt cõmenſurabiles: ergo eſt numerus cõiter eos numerãs qui ſit g / qꝛ g nũerat a: ergo per viceſimãtertiã pmi numerat c ⁊ e. et qꝛ etiã g numerat b: per candẽ viceſimãtertiã numerat d et f. ſunt igitur tetragoni c d itẽ et teſſere e f: adinuicẽ cõmẽſurabiles. ſed de his hactenus quorũ in ſexto huius vbi de numeris tũ quadratis tum cubis agetur: exactiſſima determinatio futura eſt.

13 ¶Si duo numeri ad aliquos duos vterq̧ ad vtrunq̧ fuerit primus: et qui ex eis ꝓducitur ad productū ex reliquis erit primus.



¶Sint a b primi ad c et primi ad d: et ex a in b fiat e/ et ex c in d fiat f. dico e et f eſſe inter ſe primos nã q̄ vterq̧ numerus a et b eſt primus ad c: per decimã huius e eſt ꝑmus ad c. et q̄ iterū vterq̧ a et b eſt primus ad d: ergo per eandē e eſt primus ad d. eſt itaq̧ vterq̧ duoꝝ c d monſtratus primus ad e. quare per eandem decimã f productus ex illis eſt primus ad e. quod erat demonſtrandum.

14 ¶Si fuerint duo numeri cõtra ſe primi/ minorq̧ de maiore aliquoties detrahat̃: aut relinquetur vnitas/ aut numerus ad detractum primus.



¶Sint a b et c contra ſe primi; a b maior/ c minor. detrahaturq̧ c de a b aliquoties: ſitq̧ ſubſtractus a/ et reſiduū b. dico b aut eſſe vnitatē aut eſſe numerū ꝑmū ad c. Nam ſi b ſit cõmēſurabilis c: ſit d illorū cõis mēſura. q̄ d numerat c: per viceſimãtertiã primi etiã numerabit a. et q̄ etiã numerat b: per nonã primi numerabit totum a b. nõ erunt igitur a b et c ꝯtra ſe primi: quod eſt cõtra hypotheſim.

15 ¶Cū fuerit duo nūeri ꝯtra ſe primi/ ⁊ minore de maiori quoad põt detracto: reſiduū a prius detracto detrahat̃ ꝯtinua hoc pacto detractione facta/ vnitatē relinqui neceſſe eſt. q̄ ſi vnitas reſidua fuerit: poſitos nūeros īcõmēſurabiles eſſe ꝯueniet.



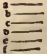
¶Sint a b duo numeri cõtra ſe primi: a maior et b minor. detrahaturq̧ b ab a q̄ties id fieri poteſt: ⁊ reliquat̃ c qui detrahat̃ quoties põt a nūero b/ et ita ꝯtinue hoc pacto detractio quoad põt. dico ꝑmo tandē relictū iri vnitatē. dico ſcđo q̄ ſi hoc pacto ꝯtinuata detractiõe relicta ſit vnitas: datos nūeros eſſe cõtra ſe primos. Primū pꝫ. nã detrahatur b de a quoties poteſt/ et relictū reſiduū ſit c: ipm c relictū minus eſt b. ⁊ per p̄cedētē/ aut eſt vnitas aut nūerus primus ad b. ſi vnitas ꝯſtat qđ proponitur. ſi nūerus primus ad b/ detraho ipm quoties poſſum ab ipo b: ⁊ relinquet̃ minus c qđ ſit d. quod ſilr̃ d per p̄cedētē ſilr̃ eſt vnitas aut nūerus prim⁹ ad c. ſi nūerus ꝑmus ad c/ ipm detrahã ab c: quare aut ſemꝑ decreſcet nūerus dãdo minorē ad ꝑmū ſm exigētiam p̄cedētis/ aut relinq̄tur vnitas qđ eſt primum. Scđm pꝫ. nã ſi a ⁊ b ſunt cõmēſurabiles: idē numerus nūerabit totū et detractū. quare ꝑ duodecimam ꝑmi/ idē nūerabit reſiduū nūerus ſcꝫ vnitatē. qđ eſt īpoſſibile. qđ quidē vt clari⁹ ꝑcipias: ſi c cõſidera ſi a ⁊ b ſint ꝯmēſurabiles: d ergo eos cõiter nūeret. ſubſtrahat̃q̧ b ab a quoties poteſt: ⁊ reliquatur c. ſi c ſit vnitas: cū nūerus d nūeret b/ nūerabit oēꝫ nūeratū ab b ꝑ 23 ꝑmi. quare totū detractū ab a: et nūerat etiã a vt poſitū eſt. ergo per duodecimã primi detiã numerabit reſiduū ſcꝫ c: nūerus ſcꝫ vnitatē. qđ eſt īpoſſibile. ⁊ ſi c ſit nūerus q̄ d numerat totū a et detractū vt ꝓbatū eſt: ergo ꝑ 12 ꝑmi d etiã nūerabit c reſiduū. detrahat̃ ergo quoties põt c de b: ⁊ reliquat̃ e. ſi e eſt vnitas: argumētare vt prius nūerū d nūerare e vnitatē. ſi vero e ſit nūerus: cõſilr̃ d ipm numerabit. et ſic ꝓcedēdo habebis q̄ quãdocūq̧ dabit̃ vnitas/ ipam d nūerabit: qđ eſt īpoſſibile. Et ex hac demõſtratione clꝫ: ſi duoꝝ ꝯmēſurabiliū alter ab altero quoties poteſt ſubtrahatur/ ſitq̧ reſiduus: reſiduū illis eſſe commenſurabilem.

16 ¶Datis duobus nūeris cõicãtibus: maximū eos nūerãtē inuenire. vnde manifeſtū eſt q̄ ois numer⁹ duos quoſcūq̧ nūerãs/ maximū eos numerãtē nūerabit.



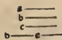
¶Sint a b duo numeri cõicantes: a maior et b minor. ꝓpoſitū eſt maximū numerū ipſos numerantē inuenire. Si enĩ b numerat a: cū b ſe etiã nūeret/ ipe eſt maxim⁹ eos numerãs. ſin autē b nõ nūerat a/ detrahat̃ b ab a q̄ties poteſt ⁊ ſit relictus c: q̄ ſi nūeret vtrūq̧ ipe eſt nūerus petit⁹. ſi nõ nūeret/ detrahat̃ ergo iterū c ab b q̄ties poteſt: et ſit relictus d qui erit mior c. ſi nūeret d vtrūq̧ b ⁊ a ipe eſt petit⁹ at ſi nõ numerat/ q̄ nõ decreſcet numerus in īfinitū neq̧ decūbet ad vnitatē: q̄ ꝑ p̄cedētē a ⁊ b eſſet cõtra ſe primi/ tandē deueniet̃ ad aliquē qui añ relictū numeret quē ꝯprimū habebimus dico ipſum eſſe maximū numeꝝ eos cõiter numerãtē. nã ſi eo maior ponatur/ accidet per duodecimã primi maiorē nūerare minorē: qđ eſt īpoſſibile. Ex hoc correlariū eſt notū. ponãtur enĩ a b nūeri cõicãtes: et b minor ſubſtractus ab a quoties põt/ ⁊ relictus c. et c ſubſtract⁹ ab b quoties põt et relict⁹ d/ q̄ ſubſtractus ab c nichil reliquat: q̄ ideo erit maxim⁹ numerãs a et b ꝑ p̄mitem. ⁊ ſit g cõiter numerãs a b: dico g numerare d maximū numerãtē. ſi enĩ g ſit idē numero d: cum ois numerus ſeipm numeret etiã de eo verum eſt ꝓpoſitum. ſi eſt alius ab d: nõ erit maior d. nã d nõ eſſet maximus numerus numerans a b: verū potius g. erit ergo minor de neceſſitate. qui q̄a nūerat b: ergo per viceſimãtertiã primi numerabit totū detractū ab a. et cū etiã numeret a: per duodecimã primi numerabit reſiduū c. et cum numeret c: per viceſimãtertiam primi numerabit totum detractum a numero b. et cum numeret b: ergo per duodecimã primi numerabit reſiduum ſcilicet d. quod eſt propoſitum.

17 ¶Propoſitis quotlibet nūeris adiuicē ꝯpoſitis: maximū eos cõiter nūerãtē repire



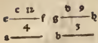
¶Sint a b c quotlibet nūeri adiuicē ꝯpoſiti: ꝓpoſitū eſt maximū nūerū eos nūerãtē inuenire. Inuenio enĩ ꝑ p̄cedentē maximū numerantē a ⁊ b qui ſit d. qui ſi numerat c: ille eſt q̄ petit̃. alioqui ſi dabis maiorē: accidet ꝑ duodecimã ꝑmi minorē nūerare maiorē. ſi autē d nõ numerat c: q̄ ergo q̄cunq̧ nūerat a b c/ numerat a b. ⁊ q̄cūq̧ numerat a b: ꝑ correlariū precedētis numerat d maximū numeꝝ eos nūerãtē. ergo d et c ſunt ꝯmēſurabiles. inuenio ergo ꝑ precedētē maximū nūeꝝ nūerãtē c et d qui ſit e: quē dico eſſe maximū numerãtē a b c. nã ſi ſit quicūq̧ alius maior e/ eos cõiter numerãs: is ſit f. quia ergo f numerat a b: ꝑ correlariū precedētis numerat d maximū eos numerãtē. et q̄ numerat d ⁊ etiã c ꝑ poſitū: ergo per idē correlariū numerat e maximū eos numerantē. at f ponitur maior e: numerat igit̃ maior minorē. quod eſt impoſſibile. relinquitur igit̃ e eſſe maximū numerantē a b c. et ꝓpoſitum.

¶Quilibet duo numeri in ſua ꝓportione minimi: ſunt cõtra ſe primi. 18



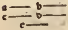
¶Sint a b duo numeri in ſua ꝓportione mimi: dico eos eſſe cõtra ſe ꝑmos. nã ſi ſint ꝯpoſiti: ſit cõis eoꝝ mẽſura c/ q̃ nũeret a ſm d et b ſcõm e. ꝑ ſeptimã ſcđi q̃ ꝓportio d ad e: ea eſt a ad b. at cũ d ſit minor a et e minor b: nõ erãt a ⁊ b in ſua ꝓportione minimi. quod eſt cõtra poſitũ.

¶Numeri quilibet in ſua ꝓportione minimi/ nũerãt quoſlibet in eadẽ ꝓportione ſumptos: minor minorẽ et maior maiorẽ equaliter. 19



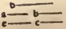
¶Sint a et b minimi in ſua ꝓportione: a maior b minor. ſintq; eiuſdẽ ꝓportionis c d: c quidẽ maior/ d minor. dico a nũerare c/ et b nũerare d eq̃liter. nã q2 vt a ad b ita c ad d: ergo ꝑmutati ꝑ tertiã ſcđi vt a ad c ita d ad b. quota ergo ps vel ptes eſt a ad c: tota ps vel ptes eſt b ad d. ſi tota pars/ cõſtat ꝓpoſitũ a eq̃liter nũerare c et b nũerare d. ſi tote ptes: ergo ꝑ triceſimã primi q2 toties erit a in c quoties b in d. et quota pars vel ptes a remãſerint in c: tota pars vel ptes b remanebũt in d. ſubſtraho ergo quoties poſſum a de c: et detractus ſit e ⁊ reſiduus f. ſiliter ſubſtraho quoad poſſum b de d: ⁊ detractus ſit g et reſiduus h. q2 ergo a nũerat e: et b nũerat g equaliter atq; ſecũdũ eundẽ numerũ. ergo ꝑ octauã ſcđi q̃ ꝓportio a ad b: ea eſt e ad g. ergo et q̃ ꝓportio c ad d totius ad totũ: ea eſt e ad g detracti ad detractũ. igiť ꝑ quitã ſecũdi q̃ ꝓportio c ad d toti⁹ ad totũ: ea eſt f ad h reſidui ad reſiduũ. q̃re iterũ que ꝓportio a ad b: ea eſt f ad h. at cũ f et h relicta ſint minora a et b: nõ erãt itaq; a ⁊ b in ſua ꝓportione minimi. quod eſt cõtra hypotheſim. cõſtat ergo quoſcũq; in ſua proportione minimos/ ceteros vt dictũ eſt numerare.

¶Si fuerint duo numeri adinuicẽ primi: ipſi erũt in ſua proportiõe minimi. 20



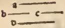
¶Sint a ⁊ b nũeri adinuicẽ ꝑmi: a maior b minor. dico eos in ſua ꝓportione eſſe minimos. nã ſi ſint alij q̃ ſint i illa ꝓportiõe minimi: ſint ergo illi c d. q2 ergo c d ſunt in illa ꝓportiõe minimi: ꝑ p̃cedẽtẽ numerabũt quoſlibet in eadẽ ꝓportione minor minorẽ et maior maiorẽ eq̃liter. nũeret ergo c numerũ a ſecundũ e: et d numeret b ſecundũ eundẽ numerũ e. manifeſtũ eſt q2 e nũerabit a et b: quare nõ ſunt a et b cõtra ſe primi. quod eſt contra hypotheſim.

¶Poſitis duob⁹ numeris cõtra ſe primis/ ſi alter ducať in numerũ quẽ reliquus nõ numerat: productus quoq; ab eodẽ nõ numerabitur. 21



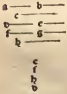
¶Sint a b numeri cõtra ſe ꝑmi/ et a ducať in c ⁊ ꝓueniat d/ et b nõ nũeret c: dico b nõ nũerare d. Si ergo b nũeret d: nũeret ergo ipm ſecundũ e. intelligo primũ numerũ a/ ſcõm b/ tertiũ e/ et quartũ c. quia ergo quod cõtineť ſub extremis a c: equũ eſt ei quod cõtineť ſub medijs b e. ergo per viceſimãquintam ſecũdi q̃ proportio a ad b: ea eſt e ad c. quia ergo a b ſunt primi: per p̃cedẽtẽ ſunt in ſua ꝓportiõe minimi. ergo per ante p̃cedentẽ a nũerabit e: et b nũerabit c equaliter. quod eſt contra hypotheſim. poſitum enim erat b non numerare c.

¶Si numerũ a duobus ꝓductũ tertius numeret: idẽ alterũ eorũ numerabit/ aut erit vtriq; cõmenſurabilis. 22



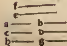
¶Sit a numerus ꝓductus ex b in c quẽ d numeret: dico d nũerare b aut c aut eſſe vtriq; cõmẽſurabilẽ. Si eni alteri fuerit incõmẽſurabilis vt verbi cauſa b: cũ ergo b et d ſint cotra ſe ꝑmi/ et b in c producat a: ergo ꝑ p̃cedẽtẽ ſi d nõ nũerat c/ neq; quidẽ d numerabit a. at poſitus eſt d nũerare a: numerat igiť d alterũ coꝝ. Si itaq; vni fuerit incõmẽſurabilis/ neceſſario numerat alterũ: ideo vtriq; incõmẽſurabilis eſſe nequit. quo fit vt aut nũeret alterũ/ aut vtriq; ſit cõmẽſurabilis ⁊ propoſitũ.

¶Numeros minios: ſcõm ꝓportionẽ numeroꝝ aſſignatoꝝ ꝑſcrutari. patetq; ex hoc maximũ duos nũeros cõiter nũerantẽ: ſcõm minos illi⁹ ꝓportiõis nũerare. 23



¶Sint a b in aliqua ꝓportione: ꝓpoſitũ eſt minimos nũeros ꝓportionis a ad b reperire. aut eni a et b ſunt cõtra ſe ꝑmi: et tũc ꝑ viceſimã huius illi ſunt in ſua ꝓportione minimi neq; alij querẽdi ſunt. aut ſunt cõpoſiti: ⁊ tũc ꝑ decimãſextã hui⁹ quero maximũ numerũ eos numerantẽ qui ſit c/ numeretq; a ſcõm d: ⁊ b ſecũdũ e ꝑ ſeptimã ergo ſcđi/ eadẽ eſt ꝓportio a ad b ⁊ d ad e. dico itaq; d et e eſſe minimos nũeros in illa ꝓportione. ſi eni ſint alij: ſint f ⁊ g. q2 f et g ſunt minimi i illa ꝓportione: ergo ꝑ decimãnonã hui⁹ numerãt a b: maior maiorẽ/ ⁊ minor minorẽ ſcõm eundẽ numeꝝ q̃ ſit h. intelligo ergo quattuor nũeros: c ꝑmũ/ f ſcõm/ h tertiũ/ et d quartũ. q2 a cõtineť ſub extremis c d: ⁊ idẽ a ſub medijs f h. ergo ꝑ viceſimãquintã ſcđi que ꝓportio c ad f: ea eſt h ad d. ergo ꝑmutatim ꝑ tertiã ſcđi/ eadẽ eſt ꝓportio c ad h ⁊ f ad d. ſed f poſitus eſt minor d: ergo ⁊ c minor h. tũc ſic c eſt maxim⁹ nũerus numerans a b ꝑ hypotheſim ⁊ h poſitus eſt etiã nũerare a b: ergo h ꝑ correlariũ decimeſexte huius nũerabit c maior lz minorẽ quod eſt ipoſſibile. nõ dabũtur igitur alij ab ipis d e in illa ꝓportione minimi: quod eſt propoſitũ. ⁊ in hoc etiã correlariũ notum eſt.

¶Quilibet duo numeri minimos numeros ſue ꝓportionis maior minorẽ ⁊ minor maiorẽ multiplicãtes: minimũ ab ipis numeratũ ꝓducũt. Ex quo ꝯſtat minimũ quẽ duo numerãt: quẽlibet ab eis numeratũ numerare. 24

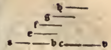


¶Sint duo numeri a b multiplicãtes c d minimos ſue ꝓportionis maior minorẽ ⁊ minor maiorẽ: dico ipos minimũ ab ipis numeratũ ꝓducere. nã q2 ſicut a ad b ita c ad d: ergo ꝑ viceſimãquintã ſcđi q̃ cõtinetur ſub extremis a d: equus eſt ei qui cõtineť ſub medijs b c. qui ſit e/ quẽ dico eſſe minimũ ab ipſis numeratũ. Si eni ſit alter: eſto ergo ipe f quẽ a ſcõm g ꝓducat ⁊ b ſcõm h. poſitis ergo ordine terminis a b h g: q2 qui cõtinetur ſub extremis a g equať ei qui cõtinetur ſub medijs b h. ergo per viceſ-

ſimamquintā ſecundi que proportio a ad b ea eſt h ad g: quare ⁊ eue c ad d. et q2 a producit e ſm d e idem a producit f ſecundū g: ergo p ſeptimā ſecundi q̄ proportio d ad g ea eſt e ad f. at cū c ad d ſicut h ad g: ergo pmutatim ſicut c ad h / ita d ad g. quare ſicut c ad h: ita e ad f. ſed c numerat h p decimā-nonam huius: ergo ⁊ e numerat f. ⁊ f poſitus eſt minor e: numerat igitur maior minorem qđ eſt impoſſibile et propoſitum. Et ex modo demonſtrationis patet correlarium.

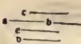
25 ¶ Propoſitis quotlibet numeris: minimum ab eis numeratum inueſtigare.

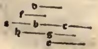
¶ Sint a b c quotlibet numeri: quoꝝ ꝓponit̃ minimū ab eis numeratū inuenire. quero primo minimū quem numerant a ⁊ b: q̄ ſi a numerat b certū eſt b eſſe minimum ab eis numeratū. et ſi a ⁊ b ſunt contra ſe primi: duco vnum in alterū. et q2 illi ſunt primi: ergo p viceſimam huius erūt in ſua proportione minimi. p precedētem igit̃ productus ab ipſis erit minimus quē numerabūt. at ſi ipſi fuerit cōicantes ſumo p p̄cedentē minimū quē numerāt qui ſit e: ⁊ conſimiliter capiā minimū quē numerāt e c qui ſit f ⁊ minimū quē numerāt d f q̄ ſit g quē dico eſſe minimū numeꝝ quē numerāt a b c d. numerabunt enī eū p 23 primi. at q̄ nō numerent minorē p3. nā ſi ſit dabilis nūerus minor g quē numerāt a b c d ſit ille h: q2 ergo a b numerāt h / ergo p correlariū p̄cedentis e minim⁹ ab eis nūeratus nūerat h: ⁊ q2 e ⁊ c nūerāt h: ergo p idem correlariū f minimus ab eis nūeratus nūerat h. ⁊ q2 f nūerat h ⁊ d poſitus eſt etiam ipſum numerare ergo per idem correlarium g minimus ab f ⁊ d numeratus numerabit h. at h poſitus eſt minor g: numerat igitur maior minorem. quod eſt impoſſibile.



26 ¶ Si minimum numerum a quotlibet numeratū aliquis primus numeret: eundem quoq3 aliquem illorum numerare neceſſe eſt.

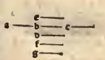
¶ In duob⁹ numeris id facile ppendit̃. Sint ergo a b duo nūeri: c minimus ab eis nūeratus / ⁊ d nūer⁹ p̄mus nūerans c. dico d nūerare a vel b. numeret enī a minimū numeratū c ſm e: ergo p 24 huius e eſt vnus minimoꝝ ꝓportionis a ad b numerās b. tūc ſic d numer⁹ p̄mus nūerat c productū a duobus nūeris a ⁊ e. ergo p quartā hui⁹ d numerat alterū numeroꝝ a aut e. ſi a ꝯſtat propoſitū: ſi e itidē. nā p 24 nūerabit b. In pluribus aūt cōſilr oſtēditur. Sint a b c quotlibet nūeri d minimus ab eis nūeratus / e numerus p̄mus numerans d / dico e nūerare a b aut c. capio enī ſcđm exigētiam precedētis minimū numerū quē numerant a b q̄ ſit f: et minimū numerū quē numerant f c quem ex p̄cedēti manifeſtū eſt eſſe d ⁊ nūeret c minimū d ſm g q̄ p 24 hui⁹ eſt vn⁹ numerorū ꝓportionis f ad c ⁊ q̄ numerat f. Cū itaq3 e numerus p̄mus nūeret d productū ex duobus numeris c g: ergo p quartā huius e nūerat alteꝝ nūeroꝝ c g. ſi numerat c ꝯſtat propoſitū: ſi numerat g ergo p 24 numerat f. q2 ergo f eſt minimus numer⁹ quē numerant a b: numeret ergo a minimum f ſcđm h q̄ per ſepe ſumptam viceſimāquartam hui⁹ erit vnus minimoꝝ proportionis a ad b ⁊ numerans b. cū ergo e probatus ſit numerare f productū ex duobus numeris a h: ergo per quartam huius numerat a aut h. ſi numerat a conſtat propoſitū. ſi h / itidē nam h numerat b: quare e per viceſimamtertiam primi etiam numerabit b. et propoſitum.





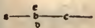
27 ¶ Cum fuerint quotlibet numeri ad aliquem primi: et minimus quem numerant ad eundem erit primus.

¶ Sit a b c quotlibet nūeri p̄mi ad d: ſitq3 e minimus nūerus quē nūerant a b c. dico e eſſe p̄mū ad d. nā ſi d eſt cōmēſurabilis ad e: ergo eſt aliquis nūerus eos cōiter numerās qui ſit f. Si enī f ſit numerus p̄mus cū numeret e: ergo p precedentē nūerabit a b aut c. et cū etiam nūeret d nō ſunt ergo a b c p̄mi ad d qđ eſt cōtra hypotheſim. at ſi f ſit nūerus ꝯpoſitus: ergo p ſcđam hui⁹ f ab aliquo p̄mo numerat̃ q̄ ſit g: qui p viceſimātertiā p̄mi nūerabit d ⁊ e: q2 ergo g eſt p̄mus ⁊ nūerat e. ergo p p̄cedentē nūerabit a b aut c ⁊ etiam numerat d. non ſunt igitur a b ⁊ c primi ad d. quod eſt contra hypotheſim.



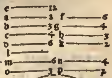
28 ¶ Si ſumatur minimus numerus quē numerāt aliquot primi numeri aſſignati: aliū ab illis numerū primū / eundem numerare impoſſibile eſt.

¶ Sit e minim⁹ nūerus quē nūerāt a b c quotlibet nūeri p̄mi: dico nullū ipſis p̄mū aliū ab ipſis nūerare e. nā ſi darẽ alius vt d: q2 ipſe nūeraret e: ergo p 26 nūeraret etiā a b aut c: qđ eſt ꝯtra hypotheſim.



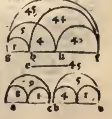
29 ¶ Numerū minimū: propoſitarū denominationū partem habentem inuenire.

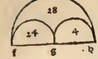
¶ Si propoſitarū partiū vt verbi cauſa vni⁹ ſecūde tertie q̄rte ⁊ ſexte ꝓpoſitū ſit minimū numeꝝ partes illas habētem reperire. capio a b c d nūeros ptes illas denoīantes quoꝝ minimus ab eis nūerat⁹ ſit e: nūeretq3 a minimū e ſm f / et b eūdem ſecūdū g / ⁊ c eūdem ſm h / et d eūdem e ſcđm k. alternati ergo p octauā primi f g h k nūerabūt e ſcđm a b c d datos nūeros: erūt ergo in e partes denoīate ab a b c d quē ⁊ dico eſſe minimū in quo ptes ille repertiātur. q̄ enī ptes illas habeat: iā notū eſt. ſed ſi nō ſit minimus ſit ergo ille l minor eo illas habēs: et eius partes ab illis denōiate ſint m n o p. erunt ergo alternatim per octauam a b c d partes l denoīate ab m n o p. nō erat ergo e minimus quem numerabāt a b c d. nam l ponitur minor: quod eſt contra hypotheſim.

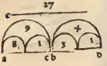


30 ¶ Sumptis duobus numeris contra ſe primis quorum minore de maiori quoad poteſt detracto reſidua ſit vnitas: multiplicē cuiuſlibet eorum qui ſuper alterius multiplicem / ſolam apponat vnitatem reperire.

¶ Sit a b nūeri ꝯtra ſe p̄mi: a maior b minor. detractoq3 b de a quoties pōt reliquat̃ vnitas: ꝓpoſitū eſt dare mltiplicē ad a: ſola vnitate multiplicē ad b ſupantē. detraho ergo q̄ntū poſſum b ptiale de totali a et ſit totus detract⁹ a ptialis: q̄ quidē eſt idē aut mltiplex ad b. et ſit c relicta vnitas ⁊ addo ad b vnitatē q̄ ſit d. et duco a totū i b d ⁊ ꝓueniat e: quē manifeſtū eſt eē mltiplicē totalis a. Deide duco

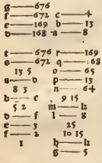






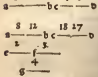
a partialẽ eundẽ ſcʒ aut multiplicẽ ad b in b d et pueniat f k quẽ manifeſtũ eſt p 23 primi eſſe multiplicẽ ad b ptiale. Deinde duco c vnitatẽ in b d ⁊ veniat k g qui qꝛ vnitas in quẽcũqꝫ numerũ ducaꝛ illũ pducit eſt eq̃lis b d: ſed b d ſupat b ſola vnitate. ergo k g ſupat b ſola vnitate. Hac igiꝛ demõ q̃ ſit h g tũc aggregatus f h eſt multiplex ad b: ſed aggregatus f g ſupat totũ f h ſola vnitate h g. ſed cũ f g fiat ex ductu a ptialis ⁊ c in b d equaꝛ e q̃ fit ex ductu a totalis in b d p decimã pmi. at dictũ eſt e eſſe multiplicẽ ad a: et f h multiplicẽ ad b. igiꝛ e multiplex ad a eq̃lis quidẽ f g ſupat f h multiplicẽ ad b ſola vnitate qḋ erat demõſtrãdũ. ⁊ ppoſitũ quoad vnã partẽ. Sed rurſum demõſtrandũ eſt dabilẽ eſſe multiplicẽ ad b q̃ ſolã hʒ vnitatẽ ſup multiplicẽ ad a: auſero vnitatẽ ab b totali q̃ ſit d et duco b ptiale in totalẽ a et pueniat e manifeſtũ eſt e eſſe multiplicẽ ad a. ⁊ duco iteꝝ b ptialẽ i a ptiali eq̃li aut multiplice totius b ⁊ pueniat f g manifeſtũ eſt f g eſſe multiplicẽ ad totũ b. deinde duco b d in c vnitatẽ et fiat g h qui qꝛ quicũqꝫ numerus in vnitatẽ ducaꝛ ſeipm pducit: g h eſt equalis toti b quare totus f h eſt multiplex ad b.. Sed cũ p nonã primi qḋ fit ex b ptiali in a c equeꝛ ei q̃ fit ex eodẽ b ptiali in a ⁊ in c: et ille qui fit ex b ptiali in a: et b totali in c ſolã vnitatẽ ſupaddat illi q̃ fit ex b ptiali in a ⁊ in c. ſequiꝛ ergo ꝙ multiplex ad b ſcʒ f h qui fit ex b ptiali in a et b totali in c: ſolã addet vnitatẽ ſup e multiplicẽ ad a qui fit ex b ptiali in a c: quod eſt ſecundũ et totũ propoſitũ.

¶ Propoſitis duobus numeris cõtra ſe primis: multiplicẽ cuiuſlibet eorũ iueſtigare cuius ad multiplicẽ alterius differẽtia ſit dato numero equalis. 31



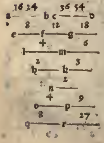
¶ Sit a b duo nũeri cõtra ſe pmi quoꝝ cuiuſlibet iubemur aſſignare mltiplicẽ cui⁹ differẽtia ad multiplicẽ alteri⁹ ſit dato nũero q̃ ſit c eq̃lis. capio ſm exigẽtiã pcedẽtis multiplicẽ a qui ſit d ⁊ multiplicẽ b q̃ ſit e addẽs ſup multiplicẽ a ſolã vnitatẽ et multiplico d p c numerũ datũ ⁊ pioueniat f et e per eundẽ c et pueniat g. et qꝛ tantũ eſt c in e q̃tũ c i d ⁊ vnitatẽ p nonã primi: et oĩs nũerus in vnitatẽ ſeipm pducit. ergo dr̃ia g ad f eſt nũerus datus c: ⁊ cũ a ſit pars d et d p f/ et ſiliter b pars e ⁊ e p g ergo p viceſimã tertiã primi a eſt pars f et b p g. q̃re f et g multiplices ſunt ad a b iter quos nũerus aſſignatus eſt dr̃ia. et poſſes ſiliter p pcedẽtẽ capere mltiplicẽ a q̃ ſupadderet vnitatẽ multiplici ipi⁹ b. deinde pcedere vt dictũ eſt. Ceterũ ſi minor qties poteſt de maiore detractus nõ ſolã reliquat vnitatẽ ſed vlterior fiat ſubſtractio quo min⁹ p pcedẽtẽ opari poſſes hoc modo poteris opari. Datis enĩ a b nũeris cõtra ſe pmis et c nũero cui ſit capiẽda differẽtia multiplicũ eq̃lis ⁊ detracto b ad a qties poteſt remaneat d/ et d detracto ab b qties poteſt reliqu⁹ ſit e: ⁊ e detracto ab d quoties poteſt maneat t et qꝛ tandẽ p decimãquitã hui⁹ relinq̃tur vnitas ſit ergo vt detracto f ab e quoties poterit relinquaꝛ vnitas. ſi ergo multiplex a vel et addere ſupra multiplicẽ b/ ſumo alterũ extremorũ qui eſt i ſitu ipari ab a vt t et ſumaꝛ h multiplex eius qui addat vnũ ſup multiplicẽ e ⁊ in quo ſit f ſm g ducaturqꝫ g in d ⁊ fiat h k q̃ addet ſup multiplicẽ e vnitatẽ: qm̃ g in d q̃tũ in e vel eius multiplicẽ et in f. dempto ergo vno de h k remaneat m k vt ſit m et vnitas eq̃le h ſitqꝫ e in m k ſm l q̃ ductus in b faciat n: cui addito vno fiat o quẽ numerabit d eadẽ rõne et ſit vt ſcdm p q̃ ductus in a faciat r: q̃ ſiliter addit ſup multiplicẽ b qui ſit q vnitatẽ. multiplico igiꝛ r et q p c numerũ datũ et pducãtur s ⁊ t q̃ erũt multiplices b ⁊ a iter ſe differẽtiã ſm c nũerũ aſſignatũ ſeruãtes. ¶ Tertij elemẽtoꝝ Arithmetice Jordani finis.

Si fuerint quotlibet numeri cõtinue ꝓportionales: duo et duo proximi erunt cõmenſurabiles. 1



¶ Sint a b c d quotlibet numeri cõtinue ꝓportionales: dico a b eſſe cõmenſurabiles. Itẽ et b c et c d. Si enĩ a nũeret b manifeſtũ eſt a ⁊ b eſſe cõmẽſurabiles. et qꝛ q̃ ꝓportio a ad b ea eſt b ad c et c ad d ideo b nũerabit c: et c nũerabit d. quare cõſtabit ꝓpoſitũ a b/ b c/ c d: eſſe cõmenſurabiles. at ſi a nõ nũerat b: qꝛ ipoſſibile eſt tũc a et b eſſe in ſua ꝓportione minimos. nã ſi a et b eſſent i ſua ꝓportiõe minimi eſſent p decimã octauã tertij adinuicẽ pmi: ⁊ p decimãnonã nũerarẽt q̃ſlibet in ſua ꝓportiõe: et qꝛ q̃ ꝓportio a ad b: ea eſt b ad c. a ergo nũeraret b pmus ꝯtra ſe pmũ qḋ eſt ipoſſibile ⁊ etiã oppoſitũ poſiti. nõ erũt ergo a et b i ſua ꝓportiõe mimi. capiã ergo p 25 tertij e f mimos i illa ꝓportiõe q̃ p decimãnonã eiuſdẽ nũerabũt a b ſm eũdẽ nũerũ eq̃liter vt ſm g. et cõſilr b c et c d. ſunt igiꝛ a b/ b c/ et c d adinuicẽ cõmẽſurabiles: quod eſt ꝓpoſitũ.

¶ Si nũeroꝝ ꝯtinue ꝓportionaliũ duo extremi fuerit cõicãtes erit nũerus cõiter oẽs nũerans: maximuſqꝫ q̃ oẽs nũerabit erit maxim⁹ extremos numerãs. Ex hoc ꝯſtat ꝙ ſi aliquot ꝓportiõales iter duos cõicãtes ceciderit: totidẽ iter vtrũqꝫ eoꝝ et maximũ nũerũ eos cõiter nũerantẽ cadere neceſſe eſt. Palãqꝫ fit etiã maxios q̃ binos ⁊ binos numeroꝝ ꝓportionaliũ cõiter numerãt eſſe cõtinue ꝓportiõales. 2

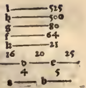


¶ Sint a b c d nũeri cõtinue ꝓportiõales quoꝝ a d extremi ſint cõicantes: dico p̃mo aliquẽ eſſe nũeꝝ eos oẽs cõiter nũerantẽ. ſcdo maximũ nũeꝝ oẽs nũerantẽ eſſe maximũ nũerantẽ extremos. Cũ enĩ p pcedentẽ a b cõicent et ſiliter b c ⁊ c d: capio p 16 tertij maximũ nũeꝝ nũerãtẽ a b q̃ ſit e: ⁊ maximũ nũerantẽ b c q̃ ſit f: et maximũ nũerantẽ c d q̃ ſit g. ponoqꝫ h k mimos in ꝓportiõe a ad b et p 23 tertij et 19 eiuſdẽ e f g nũerabũt a b c ſm h: et g nũerabit d ſm k. ſumo itẽ maximũ numerãtẽ e f qui ſit l et maximũ numerãtẽ f g q̃ ſit m: p viceſimã tertiã tertij l nũerabit e ⁊ m f ſm h. et iterũ l nũerabit f ſm k et m numerũ g ſcdm k. p 19 tertij et l et m ſunt diuerſi nũeri ab h k. nã ſi idẽ eſſent h in ſe pduceret e et k in ſe pduceret g et h in e pducit a et k in g producit d et h k p 18 tertij ſunt cõtra ſe primi. erũt ergo a d p duodecimã tertij cõtra ſe primi quod eſt ꝯtra hypotheſim. ſunt ergo l et m alij ab h k. quia ergo h k numerant l et m equaliter: numerent ergo ipſos ſecundũ n qui per 23 tertij eſt maximus eos

numerãs quiet idē n per 23 primi numerabit a b c d: qd eſt ꝑmū in ꝓpōne intētū. Et per 17 tertij n erit inuētus maximus nūerus numerãs a b c d: alioqui ꝑ correlariū 16 accidet maiorē numerū numerare minorē. ⁊ qꝛ h denōiat n in l ⁊ l in e: ergo ꝑ 23 primi nūerus qui fit ex h in ſe qui ſit o denōiat n in e. ⁊ qꝛ h etiā denōiat e in a. ergo ꝑ eãdem 23 nūerus qui fit ex h in o qui ſit q denominat n in a. ⁊ eadē rōne qꝛ k denōiat n in m ⁊ m in g: ergo ꝑ viceſimãtertiã primi nūerus qui fit ex k in ſe qui ſit p/ denominat n in g. et etiã qꝛ k denominat g in d: igit̄ per eãdē nūerus qui fit ex k in p qui ſit r denōiat n in d. numerat igit̄ n numerū a ſcdm q et numerū d ſcdm r. et qꝛ h k ſunt adinuicē primi: ergo per duodecimã tertij q ⁊ r ſunt cōtra ſe primi. quare per viceſimã eiuſdē in ſua ꝓportione minimi. Per correlariū igit̄ viceſimetertie eiuſdē/ q ⁊ r numerabūt a ⁊ d ſcdm maximū numerū numerantē a et d. eſt igit̄ n maximus nūerus numeros a d extremos nūerãs qd eſt ſecundū. Primū correlariū hinc cognoſcit̄ nam qꝛ idem numerus h in n l e: producit l e a. ergo per ſeptimã primi/ a e l n erunt cōtinue ꝓportionales. ⁊ per idē qꝛ k in n m g producit m g d: ergo d g m n erūt cōtinue ꝓportionales. quare ſicut inter a et d cadūt b c duo medij proportionales ſimiliter iter a ⁊ n cadūt duo e l. ⁊ inter d et n cadunt g m duo medij proportionales ſcꝫ totidē medij proportionales inter duos cōicãtes et totidē inter vtrūqꝫ coꝝ et maximū eos cōiter numerãtem: qd eſt primū correlariū. ſecundū vero hic fit notū. nam quia per viceſimãtertiã tertij ⁊ decimãnonã h in c in f ⁊ in g producit a b c: ergo ꝑ ſeptimã ſecundi a b c ⁊ e f g ſunt continue proportionales: quod eſt ſecundum correlarium et propoſitum.

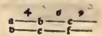
3 Numeros diuerſarum proportionū ſumere: quorū maximi cōmuniter binos ⁊ binos numerãtes ſint cōtinue proportionales.

Sint a b nūeri cōtra ſe ꝑmi: a minor ⁊ b maior/ et a in ſe ꝓducat c/ ⁊ in b ꝓducat d/ ⁊ b in ſe ꝓducat e. per ſeptimã ſecūdi que ꝓportio a ad b: ea eſt c ad d. et ꝑ octauã eiuſdē iterꝫ que ꝓportio a ad b: ea eſt d ad e. ſunt ergo c d e cōtinue ꝓportionales. duco ergo a in e ⁊ fiat f/ ⁊ in d ⁊ fiat g. eritqꝫ ꝑ ſeptimã ſecūdi g ad f ſicut d ad e. quare ⁊ ſicut b ad a. et qꝛ que ꝓportio a ad b ea eſt c ad d: ergo ꝑ 25 ſecūdi qd fit ex a i d/ equū eſt ei qd fit ex b in c. at qd fit ex a in d poſitū eſt eſſe g: quod ergo fit ex b in c eſt g. et qd fit ex e in a eſt f. ergo ꝑ correlariū viceſimetertie tertij e eſt maximus numerꝰ numerãs f g. Item duco d in e ⁊ ꝓueniat h/ qꝛ ergo d in a ꝓducit g/ ⁊ d in e ꝓducit h: ergo ꝑ ſeptimã ſcdi q̄ ꝓportio e ad a ea eſt h ad g: et ꝓportio e ad a non eſt vt b ad a. nã e ⁊ b totū ſcꝫ et pars equarent̄: qd eſt ĩpoſſibile. ergo ꝓportio h ad g nō eſt ꝓportio g ad f. Itē qꝛ a b ſunt cōtra ſe primi/ ⁊ e ꝓducitur ex b in ſe: igit̄ e ꝑ vndecimã tertij eſt ꝑmus ad a. ſunt igit̄ e et a in ſua ꝓportione minimi. at d numerat g ſm a ⁊ idē d nūerat h ſm e: igit̄ ꝑ correlariū viceſimetertie tertij d ē maximꝰ nūerus nūerans g ⁊ h. ſumo ergo k primū ad d ⁊ maiorē d in alia quidē ꝓportione q̄ꝫ b ad a ⁊ q̄ꝫ e ad a: ⁊ duco ipm k in e ⁊ ꝓueniat l. qa ergo e in d facit h ⁊ e in k facit l ꝑ ſeptimã ſecūdi q̄ ꝓportio k ad d ea eſt l ad h. at ꝓportio k ad d poſita eſt alia a ꝓportione b ad a ⁊ e ad a: ergo eſt alia q̄ꝫ g ad f et h ad g. et qꝛ k d ſunt cōtra ſe primi/ et ideo in ſua ꝓportiōe minimi/ ⁊ nūerãt h l ſm e: eſt igit̄ per idē correlariū 23 tertij e maximus nūerus numerãs h et l. ſumpti ſunt igit̄ f g h l nūeri diuerſaꝝ ꝓportionū quoꝝ maximi c d e binos et binos cōiter numerãtes/ ſunt continue proportionales. qd eſt propoſitum.



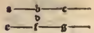
4 Si numeroꝝ cōtinue proportionaliū duo extremi ſunt cōtra ſe primi: erūt ōnes illi in ſua proportione minimi.

Sint a b c continue ꝓportionales/ quoꝝ a ⁊ c ſint cōtra ſe ꝑmi: dico tres nūeros a b c eſſe mĩmos in ꝓportione a ad b. nã ſi ſint tres minores/ ſint d e f: qꝛ ꝑ viceſimãprimã ſcdi ex equã ꝓportionalitatē q̄ proportio a ad c ea eſt d ad f. et a et c ꝑ hypotheſim ſunt ꝯtra ſe ꝑmi: ergo ꝑ viceſimã tertij ſunt in ſua proportione minimi. numerãt ergo nūeri a c ꝑ decimãnonã eiuſdem/ numeros d et f: maiores ſcꝫ minores. quod eſt impoſſibile.



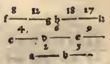
5 Si quotlibet numeri fuerit in ſua ꝓportione minimi: ipſorū duo extremi erūt contra ſe primi.

Hec eſt cōuerſa ꝓcedētis. Sint ergo a b c in ſua ꝓportione minimi: dico a ⁊ c eſſe cōtra ſe primos. Nã ſi a et c ſint cōicãtes: erit nūerus aliquis idē ꝑ ſcdam huius/ eos oēs cōiter numerãs q̄ ſit d. quos qꝛ a b c ſunt tres numeri equales: numerabit ſcdm tres diuerſos numeros. numeret ergo a ſm e ⁊ b ſm f et c ſm g: ꝑ ſeptimã ſecūdi e f g ſunt in eadē proportione cū a b c. et cū ſint minores a b c vtpote qui ſunt coꝝ partes: nō ſunt igit̄ a b c dati minimi. qd eſt contra hypotheſim.

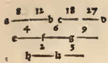


6 Nūeros quotlibet ſcdm datã ꝓportionē minimos īueſtigare. Vn̄ manifeſtū erit ex duoꝝ in aliqua ꝓportiōe minimoꝝ primo in ambos ⁊ ſcdo in ſe: tres. et ex eodē ꝑmo in illos tres eodēqꝫ ſcdo in tertiū: quattuor ꝯtinue naſci illius ꝓportionis minimos. q̄ ſi primū hoc pacto in oēs ducere pergis ⁊ ſcdm i vltimū: quotquot libuerit in aliqua ꝓportione minimos efficies.

Illius ꝓportiōis mĩmi ꝑ viceſimãtertiã tertij reperiãtur q̄ ſint a b: duco a in ſe ⁊ ꝓueniat c ⁊ a in b ⁊ ꝓueniat d et b in ſe ⁊ ꝓueniat e ꝑ ſeptimã ⁊ octauã ſcdi tres nūeri c d e erūt ꝯtinue ꝓportionales et ꝑ duodecimã tertij extremi c e ſunt ꝯtra ſe ꝑmi: quare ꝑ quartã huius illi tres nūeri ſunt in ſua ꝓportione minimi. Itē duco a in oēs illos ⁊ ꝓueniãt f g h ⁊ b in e ⁊ ꝓueniat k ⁊ eadē rōne f g h k ſunt cōtinue ꝓportionales: et extremi f et k cōtra ſe ꝑmi/ ⁊ illi q̄ttuor in ſua ꝓportiōe minimi. et hoc ꝓceſſu quinqꝫ ſex ſeptem et quotquot voles reperiãtur. Correlarium ex modo demōſtrationis cognitū eſt.



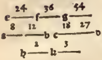
7 Si nūeri ꝯtinue ꝓportionales in ſua ꝓportiōe fuerit minimi: quotcūqꝫ iter extremos fuerit medij totidē iter vtrūqꝫ extrēoꝝ ⁊ vnitatē ꝓportiōales eē ꝯuenient.



¶ Sint a b c d numeri cōtinue proportionales in ſua proportiōe minimi: dico quot fuerint medij cōtinue ꝓportionales inter a et d totidē eſſe medios proportiōales īter a ⁊ vnitatē et totidē īter d ⁊ vnitatē. nā qꝛ ꝑ primā huius qlibet duo nūeri ꝯtrā ſe primi erūt ꝯmēſurabiles / ſumo maxios binos ⁊ binos numerātes qui ſint e f g q̄ per ſcōm correlariū ſcde hui⁹ erūt ꝯtinue ꝓportionales ⁊ ſumo maximos illorū maxioꝝ duos ⁊ duos numerātes q̄ ſint h k: erūtqꝫ h k vt a ad b ꝑ vigeſimātertiā tertij nūerant e f et f g ſm minimos illius ꝓportiōis. at cū e numeret a: et g nūeret d et ſint a et d ꝑ quītā huius cōtra ſe primi / erūt ergo e et g ꝑ octauā tertij ꝯtra ſe primi: et eadē rōne h et k ſunt cōtra ſe ꝑmi. ideoqꝫ in ſua proportiōe minimi. ꝑ correlariū igit̄ vigeſimetertie tertij e nūerat a ſcōm h et h nūerat e ſcōm h. et itē g nūerat d ſcōm k et k g ſcōm k. q̄ties ergo ꝑ diffinitionē eius qd̄ eſt numerū ꝑ aliū multiplicari vnitas in h et h in e et e in a. et ſi͠liter quoties vnitas in k toties k in g et g in d. ſunt igit̄ vnitas h e a cōtinue proportionales ſimiliter et vnitas k g d cōtinue proportionales. quare ſicut inter extremos a d continētur b c duo medij proportiōales. ſimiliter inter a et vnitatē cōtinētur duo e h ⁊ īter d ⁊ vnitatē itidē duo g et k medij proportionales: quod eſt propoſitum.

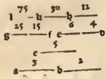
¶ Si inter vtrūqꝫ duorū numerorū et vnitatē numeri ꝓportionales equales numero ceciderint: inter ipſos quoqꝫ totidē cadere neceſſe eſt. 8

¶ Hec eſt cōuerſa ꝓcedētis vt ſi inter vnitatē et a cadāt h et e duo nūeri cōtinue proportiōales ⁊ īter vnitatē et d cadāt k g: totidē medij ꝓportionales dico īter a ⁊ d totidē cadere. Nā qꝛ q̄ties vnitas in h toties h i e. ideo h in ſe ductus ꝓducet e et ꝑ idē k in ſe producet g ⁊ h et k ducti in e ⁊ g ꝓducūt a ⁊ d duco ergo h in k et fiat f manifeſtū erit ꝑ ſeptimā et octauā ſcdi e f g in cōtinua proportione eſſe vt h ad k. deīde duco h in f et fiat b et k in f ⁊ fiat c ꝯſtabitqꝫ ꝑ ſeptimā ſcdi vt a ad b ita b ad c ⁊ c ad d. cadent itaqꝫ duo numeri b et c medij proportionales inter a et d quēadmodū cadebant inter vnitatē ⁊ a et inter vnitatē ⁊ d: quod eſt propoſitum.



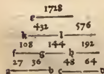
¶ Si fuerint quotlibet numeri cōtinue ꝓportionales: minimi quos duo et duo proximi numerant: in eadē proportione proportionales erunt. 9

¶ Sint a b c d nūeri cōtinue ꝓportionales at ꝓ minimi quos duo et duo proximi nūerāt ſint e f g dico e f g eſſe ꝯtinue ꝓportionales. ſumo eni h k in illa ꝓportiōe minimos. et ꝑ 24 tertij a b e numerāt e f g ſcōm k. et b c d nūerāt eoſdē ſm h. ergo ꝑ ſeptimā ꝑmi e f g ſunt ꝯtinue ꝓportiōales: qd̄ eſt ꝓpoſitū.



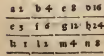
¶ Numeros diuerſarū proportionū ſumere: a quorū binis ⁊ binis numerati minimi / ſunt cōtinue proportionales. 10

¶ Volo ſumere nūeros diuerſarū proportionū a quoꝝ binis ⁊ binis minimi nūerati ſint ꝓportionales. Capio a b nūeros ꝯtra ſe ꝑmos a quidē maiorē ⁊ b minorē quoꝝ ꝯpoſitus ſit c q̄ cū vtroqꝫ ꝑ nonā tertij eſt primus. et duco b in ſe ⁊ proueniat d et b in a ⁊ proueniat e et a in c et fiat f ⁊ c in ſe et fiat g: ꝑ ſeptimā ꝑmi q̄ ꝓportio a ad b ea eſt e ad d et f ad c tanq̄ c ad b et c eſt maius a ergo ꝑ nonā ſcdi maior eſt f ad e q̄ e ad d et g ad f vt c ad a que nō eſt vt b ad a. nā c b eſſent equales neqꝫ vt a ad b. nā ꝑ primā hui⁹ qꝛ eſſet ꝯtinua ꝓportionalitas c ad a ⁊ a ad b proīde c ⁊ a cōicarēt. eſt itaqꝫ proportio g ad f alia a ꝓportione f ad e ⁊ e ad d. capio ergo minimū quē nūerāt d e q̄ ſit h ⁊ minimū quē numerāt e f. ⁊ ſit k et minimū quē numerāt f g et ſit l. dico h k l eſſe ꝯtinue ꝓportionales. nā ꝑ 24 tertij b in e facit h. et qꝛ f ad c tanq̄ c ad b et c b ſunt in ſua ꝓportione minimi: ergo ꝑ eandē 24 b in f producit k. eſt ergo k ad h vt f ad e quare vt c ad b. et qꝛ ꝑ idē c ducit̄ in f ad producēdū l. nā f eſt minor et g maior ergo per octauā ſcdi erit l ad k tanq̄ c ad b. nā b in f facit k et c in f facit l. ſunt igit̄ l k h ꝯtinue proportiōales minimi a binis et binis numeroꝝ diuerſarū proportionū ſumptorū numerati: quod eſt propoſitū.



¶ Si inter duos numeros quotlibet ꝯtinua ꝓportionalitate ſumātur: īter vtrūqꝫ eorū et minimū quē oēs numerāt totidē aſſignari neceſſe eſt. 11

¶ Sint a b c d nūeri ꝯtinue ꝓportionales quoꝝ ꝑ 25 tertij e ſit luctus minimus quē nūerant: dico quot nūeri ꝯtinue ꝓportionales cadūt īter a et d: totidē ꝯtinue ꝓportionales cadere īter a ⁊ e ⁊ īter d et e. ſint f g h minimi q̄s a b / b c / et c d: bini et bini numerāt. erūt f g h ꝑ nonā hui⁹ cōtinue ī eadē ꝓportione a ad b proportionales. Itē minimi quos f g et g h bini et bini numerāt ſint k l dico k eſſe minimū quē numerāt a b c. nā ſi eſſet minor ꝑ correlariū 23 tertij f et g eundē numerarēt quare et per idē correlariū k minimus ab eis nūeratus: maior ſcꝫ minorē qd̄ eſt īpoſſibile. et eodē argumēto l eſt minimus quē nūerāt b c d et ex eodē oſtēdet̄ minimū quē nūerāt k l eſſe minimū quē nūerāt a b c d. at minimus quē nūerāt a b c d poſitus eſt e. igit̄ e eſt minimus quē numerāt k l. Sint ꝑterea m et n minimi ꝓportionis a ad b: ergo per 24 tertij a numerat f et f k ⁊ k e ſcōm n et ꝑ idē d numerat h et h l et l e ſcōm m. quare per octauā ſcdi a f k e ſunt ꝯtinue proportiōales. itē et d h l e: atqꝫ ſicut īter a et d ſunt b c duo medij proportionales: ita īter a et e ſunt duo f k et īter d et e duo h l itidē medij proportionales: quod eſt propoſitū.

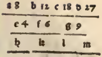


¶ Si primus ad ſecūdū ſicut tertius ad quartū: quotcūqꝫ inter primū et ſcōm totidē inter tertiū et quartū ꝓportionaliter medios cōſiſtere neceſſe eſt. 12

¶ Sit a ad d ſicut e ad h: et īter a et d ſint b c duo medij ꝓportiōales. dico etiā īter e ⁊ h eſſe duos medios ꝓportionales. Sumo q̄tuor minimos illi⁹ ꝓportiōalitatis q̄ ſint k l m n: ꝑ 21 ſcdi ⁊ equā ꝓportionalitatē k ad n ſicut a ad d quare ⁊ ſicut e ad h. et qꝛ ꝑ quītā ꝑtis k n ſunt ꝯtra ſe ꝑmi erūt ꝑ 20 tertij in ſua proportione minimi et ꝑ decimānonā eiuſdē minimi k n numerabūt eqliter e ⁊ h. nūerāt igit̄ numeri l m numeros f et g ſcōm eundē numerū. et per ſeptimā ſecundi e f g h erūt continue proportionales. ſunt igit̄ f g itidē duo medij ꝓportionales inter e et h. vt duo b c inter a et d: quod eſt ꝓpoſitū.

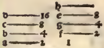
13 **℃Numerorū cōtinue proportionaliū: ſi primus nō numeret ſecūdū nō numerabit aliquis eorū vltimū. q si primus numeret vltimū numerabit ⁊ ſecundum.**

℃Sint a b c d numeri ꝯtinue ꝓportionales / ⁊ a nō numeret b: dico nullū eorū nūerare d: ⁊ certū eſt q꞉ ſicut a ad b: ita c ad d. ⁊ a nō numerat b: c etiā nō numerare d. at q b nō numeret d pꝫ. capio enim c f g tres minimos ꝓportionis a ad b. p equā enī ꝓportionē q̄ proportio e ad g: ea eſt b ad d. at e ⁊ g per quītā ſunt cōtra ſe primi: ergo e nō numerat g. quare neqꝫ b numerabit d. ſi enī e numerat g / ipſe eſſet vnitas. ⁊ cū q̄ proportio e ad f: ea ſit a ad b. ⁊ e vnitas numeret f a etiā numeraret b: qđ eſt cōtra hypotheſim. ⁊ cōſimiliter ꝓbabis a non nūerare d: acceptis quartuor minimis ī illa ꝓportione q̄ ſint h k l m. nā cū primus non ſit vnitas (alioqui oēs nūeraret ⁊ ita a oēs) pmꝰ ⁊ vltimus p quītā huius erūt ꝯtra ſe primi / ⁊ primus h non numerabit m: quare neqꝫ a numerabit d. vt enī h ad m: ita per equam proportionalitatem a ad d quod eſt primum. Secūdum patet ex oppoſito ꝯſequētis huius vltimi mōſtrati. Si enim a non numerat b: etiam non numerat d vt monſtratum eſt per primā partem ergo ex oppoſito ꝯſequētis ſi a numerat d numerat ⁊ b. quod eſt ſecūdum.



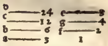
14 **℃Si primus in tertio quoties vnitas in ſecūdo: inter primū et tertium et inter vnitatem ⁊ ſecūdum numeri proportionales numero equales inueniētur.**

℃Sit tres numeri a c d: a primus / c ſecūdus / d tertius. ⁊ ſit vt quoties a eſt ī d: toties vnitas ſit ī c. dico ergo quot numeri iter a ⁊ d ꝯtinue proportionales īueniūtur: totidem iter vnitatē et c reperiri. Reperiātur enī iter a ⁊ d duo nūeri b c ꝯtinue ꝓportionales: qm̄ enim a numerat d ergo per ꝓmiſſam a nūerabit b. vnitas ergo numeret f quoties a eſt ī b: itēqꝫ f numeret g quoties b numerat c / numeret etiā g toties quēcūqꝫ numerū. vt verbi cā h quoties c nūerat d: q꞉ ergo vt a ad b / ita vnitas ad f ⁊ vt b ad c: ita f ad g. ⁊ vt c ad d: ita g ad h. ergo per equā ꝓportionalitatē vt a ad d: ita vnitas ad h. ſed et vt a ad d: ita ⁊ vnitas ad c. ſunt ergo h et c idem numerus: quare īter vnitatem et c duo pariter numeri f et g reperiūtur medij proportionales vt inter a et d duo b et c: quod eſt propoſitum.



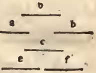
15 **℃Si fuerint duo numeri cōtra ſe primi quotcūqꝫ inter alterū eorum ⁊ minimum que numerant: totidem inter reliquū ⁊ vnitatē proportionales reperiri contingit.**

℃Sit cōtra ſe primi a ⁊ e ⁊ mīmus quē numerāt ſit d: dico q ſi īter a ⁊ d cadūt b c duo medij ꝯtinue ꝓportionales totidē cadere inter vnitatē ⁊ e. q꞉ a ⁊ e ſūt ꝯtra ſe ꝓmi / ⁊ ideo ī ſua proportione minimi ⁊ d eſt minimus quē numerāt: ergo p viceſimāquartā tertij a numerat d ſecūdum e. eſt ergo toties a ī d quoties vnitas in e: ergo per precedentem quot numeri inueniūtur inter a et d primum ⁊ tertium: totidem continue proportionales inueniuntur inter vnitatem ⁊ e ſecūdum. quod eſt propoſitum.



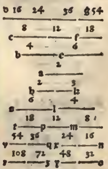
16 **℃Si fuerint duo numeri cōmunicantes: quotcūqꝫ inter alterum eorꝫ ⁊ maximū qui eos numerat: totidem inter reliquum ⁊ minimū ab eis numeratum continue proportiōales conſiſtere neceſſe eſt.**

℃Sit a b numeri adiuicē ꝯmēſurabiles: ⁊ c maximꝰ eos nūerās / ⁊ d minimus ab eis nūeratus. dico quot ꝓportionales cadūt iter c ⁊ b: totidē cadere iter a ⁊ d. itē quot cadūt iter c ⁊ a: totidē cadere iter b ⁊ d. Sit enī e f minimi ī proportione a ad b: ergo p viceſimātertiā tertij e ī c facit a. ⁊ p viceſimāquartā eiuſdē c ī b facit d: ergo p ſeptimā ſcđi q̄ proportio c ad b / ea eſt a ad d. ergo p duodecimā huius quotcūqꝫ cadūt medij proportiōales iter c ⁊ b ꝓmū ⁊ ſcđm: totidē cadūt iter a ⁊ d tertiū ⁊ quartū ⁊ iterū q꞉ vt c ad b: ita a ad d. ergo ꝑmutati c ad a vt b ad d: q̄re p eādem duodecimā quot medij proportionales cadēt iter c ⁊ a: totidē cadent iter b ⁊ d. manifeſtū eſt ergo quotcūqꝫ iter alterꝫ eorꝫ ⁊ maximū eos numerātem cadāt: totidem iter reliquū ⁊ minimū ab eis nūeratū cadere. qđ eſt propoſitū.

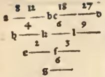


17 **℃Si ab vno principio duo ordines numerorum proportionalium numero equalium ſumātur quotcunqꝫ inter primū et alterū extremorꝫ: totidem iter extremos medij ſecūdum proportionem proximorum a primo proportionales erunt.**

℃Incipiat ab a ad d vnus ordo numerorū cōtinue proportionaliū et ab eodem a ad g ſecūdus ⁊ numero quidem eqlium: dico quot medij proportionales cōtinebūtur iter a ⁊ d / totidem cōtineri iter d ⁊ g ſm proportionem proximorꝫ a ꝓmo. ꝯtineātur ergo b c medij proportionales iter a ⁊ d / ⁊ e f medij proportionales iter a ⁊ g: totidem ꝯtineri dictū eſt iter d g ſm proportionē b e. qđ oſtenditur. Capio enī h k l m minimos proportionis b ad e ⁊ duco h ī omnes illos ⁊ fiāt ī m n o ex vna pte: ⁊ ex altera ptē fiāt l p q r p ſeptimā ſcđi l m n o ſunt ꝯtinue proportionales: ſimiliter ⁊ l p q r. ⁊ p eādem q̄ proportio b ad e: ea eſt m ad p. Deīde duco k in a e ⁊ f et proueniant s t v: eruntqꝫ p ſeptimam ſcđi s ad t et t ad v ſicut l ad p: p ad q et q ad r. ⁊ per octauam eiuſdem ſicut h ad k: ita ⁊ l ad s. quare m ad p ſicut l ad s. ⁊ q꞉ p fit ex h in e ⁊ t ex k in e: ideo p octauam ſecūdi p ad t vt h ad k / quare vt m ad p. ſunt igitur continue proportionales m p t. ⁊ q꞉ dictū eſt vt s ad t et t ad v: ita l ad p p ad q et q ad r. eſt ergo eeconuerſo r ad q vt v ad t: ergo permutatim r ad v vt q ad t. ⁊ quia iterum q ad p vt t ad s: ergo permutatim q ad t vt p ad s: quare p ad s q ad t et r ad v erunt in eadem proportione. et quia que proportio m ad l / ea eſt n ad m et o ad n: et m ad l probata eſt vt p ad s. ergo vt n ad m: ita q ad r. ergo permutatim que proportio n ad q: ea eſt m ad t. ergo per duodecimam huius cum inter m et t contineatur vnum medium proportionale ſcilicet p ſecundum proportionem m ad p: itidem continebitur vnum medium proportionale inter n q ſecūdum proportionem m ad p qđ ſit x. et q꞉ q ſit ex h l f et v ex k l f per octauam primi erit proportio q ad v vt h ad k: quare vt m ad p. ſunt igitur n x q v ꝯtinue proportionales ſm

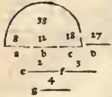


ꝓportionē m ad p. at rurſum cū que ꝓportio o ad n ea ſit r ad v: ergo ꝑmutati o ad r vt n ad v. ſed inter n ⁊ v cōtinent̄ x q duo medij ꝓportionales ſcđm ꝓportionē m ad p: ergo per duodecimā huius ſm eandē ꝓportionē totidē cōtinebūt̄ medij iter o ⁊ r qui ſint y z. at cū o fiat ex h in d ⁊ r ex h in g: ergo per ſeptimā ſcđi que ꝓportio o ad r ea eſt d ad g. ergo per duodecimā huius quot medij ꝓportionales cōtinētur inter o ⁊ r ſcđm ꝓportionē m ad p/ totidē cōtinebūtur inter d et g. at duo medij y z vt mōſtratū eſt ſcđm ꝓportionē m ad p ſiue b ad e quod idē eſt cōtinētur inter o et r: igit̄ ⁊ duo ſecundū eandē ꝓportionē cōtinentur inter d et g. quod erat demonſtrandū.



¶ Si fuerint quotlibet numeri in ſua proportione minimi: quicūq; aliquē illorū numerat/ alteri terminorū illius ꝓportionis erit cōmenſurabilis. 18

¶ Termini diffiniti ſunt qui in aliqua ꝓportione ſunt minimi. Sint ergo a b c d quotlibet numeri cōtinue ꝓportionales in ſua ꝓportione minimi ⁊ ſint e f termini in ꝓportione a ad b ⁊ numeret g numerū a aut b aut c aut d vt verbi cauſa c. dico g eſſe cōmenſurabilē e aut f. capio tres minimos in ꝓportione a ad b per ſextā huius qui ſint h k l. quia igit̄ ex correlario eiuſdē ſexte ex e in l fit c: ergo ꝑ quītā tertij g cōmunicabit cū e aut cū l. ſi cū e/ cōſtat ꝓpoſitū. ſi autē cū l/ q2 per idē correlariū ex f in ſe fit l: per eandē quintā tertij cōmunicabit cū f. quod eſt propoſitū.



¶ Si fuerint quotlibet numeri in ſua proportione minimi: quilibet eorū ad cōpoſitum ex reliquis erit primus. 19

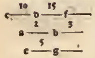
¶ Sint a b c d quotlibet numeri cōtinue ꝓportionales in ſua ꝓportione minimi: e f vero termini ꝓportionis a ad b. dico cōpoſitū ex a b c eſſe primū ad d. Nā ſi aliqs numeraret cōpoſitū ex a b c et d: ergo ꝑ precedentē cōicabit cū e aut f. erit ergo aliquis numerus cōiter numerās e aut f: ⁊ cōpoſitū ex a b c ⁊ d qui ſit g. q2 ergo g numerat e aut f et cōpoſitū ex a b c et numerū d: ⁊ vterq; e et f numerat b et c per decimānonā tertij. ergo per viceſimātertiā primi g numerabit b et c. ergo ⁊ g ꝑ quintā ſcđi numerabit a reſiduū. ſed g poſitus eſt etiā numerare d: et a et d per quintā huius ſunt cōtra ſe primi/ igitur g numerat cōtra ſe primos qđ eſt īpoſſibile. nō ergo cōpoſitus ex a b c eſt cōpoſitus ad d ſed neceſſario primus: quod eſt ꝓpoſitū. et ita de quolibet alio ad cōpoſitū ex reliquis argumētare.

¶ Si quotlibet numeri fuerint in ſua ꝓportione minimi: qui ex oībus cōponitur ad quēlibet eorū erit primus. 20

¶ Hoc ideo eſt q2 numerus cōpoſitus ex duobus cōtra ſe primis ad quēlibet eorū per nonā tertij eſt primus. at per precedentē quilibet numeroꝝ in ſua ꝓportione minimoꝝ ad cōpoſitū ex reliqs eſt primus: ergo cōpoſitus ex illis per eandē nonā ad quēlibet illorū numerorū et cōpoſitū ex reliquis eſt primus. quare ad quēlibet illoꝝ erit primus: quod eſt propoſitū.

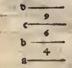
¶ Si fuerint duo numeri contra ſe primi: tertiū eis in cōtinua proportionalitate adiungi eſt impoſſibile. 21

¶ Nam ſi tertius eis in cōtinua ꝓportionalitate adiūgeret̄: ergo per primā hui⁹ primus et ſecūdus erūt cōmenſurabiles. quare nō erūt ꝯtra ſe primi. quod eſt ꝯtra hypotheſim ⁊ propoſitū.



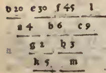
¶ Si duo numeri ꝯtra ſe primi numerēt alios duos ſcđm numerū a neutro eorū numeratū: illis quoq; in ꝯtinua ꝓportionalitate nō adiūgetur tertius. 22

¶ Sint a b numeri ꝯtra ſe primi: et e numerus neq; ab a neq; ab b nūeratus ſcđm quē a numeret c et b numeret d. dico nō eſſe numerū in continua ꝓportionalitate numeris c et d adiungendū. Si eni ſit aliqs: eſto ille f. q2 per octauā ſecūdi ꝓportio c ad d vt a ad b erit: ergo d ad f vt a ad b. et a b ſunt cōtra ſe ꝑmi: quare ꝑ viceſimā tertij ſunt ī ſua ꝓportiōe minimi. et ꝑ decimānonā eiuſdē/ quoties a numerat d: toties b numerat f. ſit ergo vt eq̄liter numerēt ſcđm g. cū itaq; b numeret d ſcđm e et f ſm g ergo per ſeptimā ſcđi q̄ ꝓportio d ad f/ ea eſt e ad g. quare et que a ad b: ea eſt e ad g. et a b ꝓbati ſūt in illa ꝓportione minimi: igitur per decimānonā ſcđi a b numerant e g equaliter. numerabit igit̄ alter numerorū a aut b numerū e: quod eſt contra hypotheſim.



¶ Si numeri ꝓportionales fuerint in ſua ꝓportione minimi: non erit extremi ad aliquē ꝓportio que primi ad ſecundū. 23

¶ Sint a b c cōtinue ꝓportionales in ſua ꝓportione minimi: dico c ad nullū eſſe ꝓportionē que a ad b. Si eni ſit aliquis: eſto ille d. q2 ergo a ad b ſicut c ad d: ergo ꝑmutati a ad c ſicut b ad d. et q2 a b c ſunt ī ſua ꝓportione minimi: ergo per quintā huius a c ſunt ꝯtra ſe primi. quare per viceſimā tertij in ſua ꝓportione minimi. quare per decimānonā eiuſdem a numerabit b: et c numerabit d equaliter. at ſi a numerat b: etiā b numerat c. nā eadē ꝓportio. quare per viceſimātertiā primi ⁊ a nūerabit c: verūtamē a c erant cōtra ſe primi. hoc igitur īpoſſibile et propoſitū.

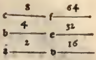


¶ Si quotlibet numeri in ſua ꝓportione minimi totidē alios numerēt ſcđm numerū a neutro illi⁹ ꝓportiōis nūeratū: nō erit ali⁹ cū illis ꝯtinue ꝓportionalis. 24

¶ Sint a b c numeri cōtinue ꝓportionales in ſua ꝓportione minimi qui numerēt totidē d e f ſcđm k neq; numeret̄ ab g neq; ab h in ꝓportione a ad b minimis: dico q2 d e f nō eſt adiūgendus aliqs cū illis cōtinue ꝓportionalis. Si eni fuerit aliquis ſit l qui adiūgat̄ poſt f: numerabūt ergo a b c tres minimi tres vltimos illius ꝓportionis e f l eq̄liter: ſitq; id ſcđm m. et q2 c numerat f ſcđm k ⁊ l ſcđm m per ſeptimā ergo ſcđi k ad m ſicut f ad l. quare ⁊ ſicut g ad h ꝑ decimānonā. ergo tertiū g h ī illa ꝓportiōe minimi numerabūt k m eq̄liter: quod eſt cōtra hypotheſim. poſitū eni erat neq; g neq; h numerare k

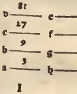
25 ℭ Si ſumantur numeri ab vnitate ↄtinue ꝓportionales: nullus coꝝ numerabit vltimū niſi ſecundū aliquē in illa ſerie diſpoſitorū.

ℭ Sint a b c d e f numeri cōtinue ꝓportionales ab vnitate: dico nullū coꝝ numerare f/ niſi ſm aliquē in illo ordine poſitoꝝ. nā qꝛ quoties vnitas in a toties e in f: ergo ꝑ diffinitionē e nūerat f ſcd̄m a. Itē qꝛ vt vnitas ad a: ita d ad e. et vt a ad b: ita e ad f. ergo per equā ꝓportionalitatē vt vnitas ad b ita d ad f. quoties ergo vnitas in b: toties d in f per diffinitionē igit̄ d numerat f ſm b. ⁊ qꝛ iterū per equā ꝓportionalitatē ꝑ viceſimāprimā ſecūdi vt vnitas ad c: ita c ad f. quoties ergo vnitas in c toties c in f: quare c numerat f ſcd̄m ſe. et qꝛ monſtratus eſt d numerare f ſecundū b: ergo alternatī per octauā primi b numerat f ſcd̄m d. et qꝛ etiā e mōſtratus eſt nūerare f ſm a: alternatim a numerabit f ſm e. eſt itaqꝫ oſtenſum a b c d e numerare f vltimū ſcd̄m aliquē in illo ordine poſitoꝝ. quod erat propoſitū.



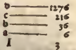
26 ℭ Si numeroꝝ ab vnitate ↄtinue ꝓportionaliū ſecūdus ab vnitate fuerit numerus primus: nullus numerabit vltimū niſi aliqͥs in ordine antecedentiū.

ℭ Sint a b c d numeri cōtinue ab vnitate ꝓportionales: et a numerus ꝑmus. dico ꝙ nullus nūerabit d: niſi aliqͥs ꝑcedentiū d in ordine numeroꝝ a b c d. Si enī aliquis alius numeret d ſit e: qui numeret eū ſcd̄m f. qꝛ ergo a nūerus ꝑmus nūerat d ꝓductū ex e in f: ergo ꝑ quartā tertij a nūerat e aut f. ſit ergo vt numeret e intelligo qͣttuor numeros: a/ e/ f/ c: et qꝛ per precedentē a in c extremus in extremū ꝓducit d ⁊ eūdē ꝓducit e in f medius I mediū. ergo ꝑ viceſimāquintā ſcd̄i vt a ad e: ita f ad c. ſed a nūerat e: ergo et f numerat c. numeret ergo f numerū c ſm g: eadē ratione f vel g nūerabit b: ſitqꝫ id ſm h. ꝑ idē qͦqꝫ tādē ↄcludes g aut h nūerare a: q̄re a nō eſt nūerus ꝑm⁹. qḋ eſt ↄtra hypotheſim. at ſi g aut h ponat̄ eq̄lis a: argumētaberis ꝑ ꝑmiſſā reliqͦ eſſe eq̄les ijs qui ſunt I ordīe a b c d: et ꝓpoſitū.



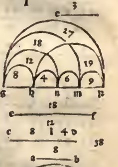
27 ℭ Numeris ab vnitate ꝓportionalibus ſi aliquis primus vltimū numeret: ſecūdū quoqꝫ ab vnitate numerabit.

ℭ Sint a b c d cōtinue ꝓportionales ab vnitate/ ſitqꝫ e nūerus ꝑmus q̄ numeret d vltimū: dico ipſm e nūerare a ſcd̄ʒ ab vnitate. Si enī e ꝑmus nō nūerat a: ergo ꝑ primā tertij/ e erit prim⁹ ad a. ⁊ cū quoties vnitas in a toties a ſit I b: ergo a ſcd̄m ſe nūerat b. q̄re ꝑ vndecimā tertij b eſt ꝑm⁹ ad e. et cū quoties vnitas in a toties b ſit in c: ergo b numerat c ſecundū a. quare per decimā tertij e eſt ꝑmus ad c. et iterū quoties vnitas in a toties c in d: ergo c numerat d ſecundū a. per eandē ergo decimā: e eſt ꝑmus ad d. nō ergo e numerat d. quod eſt oppoſitū poſiti.



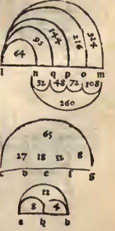
28 ℭ Si numerorū continue proportionaliū primus de ſecundo ⁊ vltimo tollatur: que proportio fuerit reſidui ſecundi ad primū ea eſt reſidui vltimi ad cōpoſitū omnium precedentium.

ℭ Sint a b/ c d/ e f/ ⁊ g k numeri cōtinue ꝓportionales: ⁊ detrahat̄ a b prim⁹ de c d ſecūdo/ ſitqꝫ reſiduus ſcd̄i I d. Itē detrahat̄ a b de vltimo g k/ ſitqꝫ reſiduus h k. dico que ꝓportio I d ad a b: eā eſſe h k ad ꝯpoſitū ex a b c d ⁊ e f. ſumo enī ex g k nūerū g m equalē e f/ ⁊ g n equalē c d. ⁊ intelligo g k/ g m ⁊ g n/ vt tria tota. qꝛ ergo g m equat̄ e f: que ꝓportio g k ad e f: ea eſt toti⁹ g k ad totū g m. ⁊ qꝛ g n equat̄ c d: ideo que ꝓportio e f ad c d: ea eſt totius g m ad totū g n. ⁊ ꝑ idem que ꝓportio c d ad a b: ea eſt g n ad g h. ⁊ vltra q̄ ꝓportio toti⁹ g k ad totū g m: ea ē g m detracti g k ad g n detractū g m/ ꝙ numeri g k. e f. et c d: poſiti ſint ↄtinue ꝓportionales. et que ꝓportio totius g m ad totū g n: ea eſt g n detracti g m ad g h detractū g n quare ꝑ quintā ſcd̄i m k ad n m/ et n m ad h n reſiduorū ad reſidua vt totoꝝ ad tota: id eſt m k ad n m: ſicut e f ad c d. et n m ad h n ſicut c d ad a b. ergo ꝑmutatī ꝑ tertiā ſecūdi ſicut m k ad e f: ita n m ad c d et h n ad a b: ergo ꝑ viceſimā ſecūdi h n m k ſimul qui ſunt h k: ad cōpoſitū ex e f c d et a b: ſicut h n vnius illorū ad a b vnū hoꝝ. at cū g n equet̄ c d/ et g h equet̄ a b: ergo g h equabit̄ c l. equat̄ ergo h n nūero I d. ablatis enī equalibus ab equalibus: reſidua ſunt eq̄lia. quare ergo q̄ ꝓportio I d ad a b: ea erit h k ad cōpoſitū ex oibus ꝑcedētibus. quod eſt propoſitū.



29 ℭ Propoſitis duobus numeris/ ſumptiſqꝫ quotlibet ſcd̄m ꝓportionē coꝝ ꝓportionalib⁹: ſi minor in minorē ⁊ maior in maiorē ducat̄ et ꝓductorū differētia per differentiā ꝓpoſitorū diuidat̄: exibit numerus qui ex oibus alijs coaceruatur.

ℭ Sint a b et a h duo numeri ⁊ h b eoꝝ differētia: et ſint c d/ d e/ e f/ et f g: quotlibet in ↄtinua ꝓportione a b ad a h: ducaturqꝫ a b in c d et ꝓueniat l m. itē a h in f g ⁊ ꝓueniat l n: ſitqꝫ differētia l m ⁊ l n nūerus n m. dico ꝙ ſi n m diuidat̄ per h b: differentiā primi ad ſcd̄m ꝓuenire c g nūerū ex c d e f g cōpoſitū. Nā ex a b in d e fiat l o ⁊ in e f fiat l p et in f g fiat l q. qꝛ per decimā ꝑmi qḋ fit ex ductu a b in f g: equum eſt ei quod fit ex ductu a h et h b in eundē numerū f g: et ex a b in f g fit l q: et ex a h in eūdē fit l n. ergo ex h b in f g ꝑ eandē decimā fit n q. Preterea intelligo quatuor nūeros: a b primū/ a h ſecundū/ e f tertiū/ et f g quartū. et qꝛ que ꝓportio primi ad ſcd̄m ea eſt tertij ad quartū: ergo ꝑ viceſimā quintā ſecūdi quod fit ex ductu a b in f g primi ī vltimū: equū eſt ei qui fit ex a h in e f medio in mediū. at qḋ fit ex a b I f g eſt l q. ergo qḋ fit ex a h I e f eſt l q at vero qḋ fit ex toto a b in e f eſt l p: ergo ꝑ decimā primi qḋ fit ex h b in e f eſt q p. Et eadē cōſimiliqꝫ argumētatione: qḋ fit ex h b in d e eſt p o: et m c d eſt o m. quare ꝑ nonā primi h b in toto c g ꝓducit n m. ergo ꝑ ſextā petitionē primi ſi ꝓductus n m diuidat̄ per eundē numerū h b: redibit prior numerus c g. qḋ erat demonſtrandū.



ℭ Quarti elementorū Arithmetices Jordani finis.

Omnis proportio ſuper aliã quãlibet addere ꝓportionẽ dicitur: que cũ illa ↄtinuata ipam ↄponit. Differẽtia ꝓportiõis ad aliã: vocatur illa ꝓportio qua eadẽ ſupra reliquã abundare dicitur.
¶ Quod addit ꝓportio primi ad ſcdm ſuper ꝓportionẽ tertij ad quartũ: eſt proportio que eſt inter productũ ex primo in quartum et productum ex ſecundo in tertium. 1

e 6	f 4	g 3	
a 2	b 1	c 4	d 3

¶ Hec docet ſubſtrahere ꝓportionẽ a ꝓportione: et que/ quãtaqꝫ ꝓportio minore ꝓportione a maiore ſubſtracta relicta ſit. quã hic differẽtiã ꝓportionis a ꝓportione nolamus. Sint quattuor numeri: a primus/ b ſcds/ c tertius/ d quartus. ⁊ ſit maior ꝓportio a ad b qȝ c ad d/ ⁊ ex a i d fiat e: et ex b in c fiat f. Dico ꝓportionem quã addit a ad b ſup ꝓportionẽ c ad d: eã eſſe que eſt inter e et f. duco enĩ iterũ b in d/ et fiat g. qꝛ enĩ b in c facit f/ et in d facit g: ergo ꝑ ſeptimã ſcdi q̄ ꝓportio c ad d: ea eſt f ad g. et quia a in d facit e: et b in d facit g. ergo ꝑ octauã ſcũdi e ad g vt a ad b. et qꝛ poſita eſt a ad b maior ꝓportio qȝ c ad d: eſt ergo ⁊ e ad g maior ꝓportio qȝ f ad g. quare ꝑ nonã ſecũdi e maior eſt qȝ f: eſt itaqꝫ ex diffinitione ꝓportionis cõpoſite ex ſcdo hui⁹ habita ꝓportio e ad g cõpoſita ex ꝓportiõib⁹ e ad f et f ad g: addit ergo ꝓportio e ad g ꝓportionẽ e ad f: ſup ꝓportionẽ f ad g. quare ⁊ ꝓportio a ad b eandẽ ꝓportionẽ e ad f addit ſup ꝓportionẽ c ad d. quod eſt ꝓpoſitũ. ¶ Id tamẽ aiaduerti dignũ eſt ſi ſemel minore ꝓportione de maiore ſubſtracta relicta ſit differẽtia ꝓportio maior: iterũ ab ea demat minor/ et id toties fiat quouſqꝫ relicta ſit aut ſubſtracte equalis aut ea minor. ſicqꝫ cognoſcere promptũ erit quoties proportio minor fuerit in maiore et quã inſup ſupaddet minorem: ſi vltra ſuperaddat.

¶ Quo abundat proportio primi ad ſcdm ſup ꝓportionẽ tertij ad quartũ: eo abũdat ꝓportio primi ad tertiũ ſup ꝓportionẽ ſcdi ad quartũ. Itẽ ꝓportio quarti ad tertiũ ſuper ꝓportionem ſecundi ad primũ. 2

e 6	f 4	g 12	
a 2	c 4	b 1	d 3
e 6	f 4	g 12	
d 3	c 4	b 1	a 3

¶ Sit eadẽ hypotheſis que prius: dico primo quã ꝓportione vt e ad f abũdat ꝓportio a ad b ſup ꝓportionẽ c ad d eadẽ ꝓportiõe abũdare a ad c ſup ꝓportionẽ b ad d. Scdo eadẽ quoqꝫ ꝓportiõe abũdare d ad c ſup ꝓportionẽ b ad a. Primũ pꝫ: nã qꝛ a ad b primi ad ſcdm maior eſt ꝓportio qȝ c ad d tertij ad quartũ. ergo per duodecimã ſecũdi maior eſt proportio a ad c primi ad tertiũ: qȝ b ad d ſecũdi ad quartũ. fac ergo a primũ/ c ſecundũ/ b tertiũ/ d quartũ: et argumẽtare per precedentẽ et videbis propoſitũ. Secũdũ ſimiliter pꝫ: nã qꝛ a ad b maior qȝ c ad d: ergo ꝑ vndecimã ſecũdi erit d ad c maior qȝ b ad a. fac ergo d primũ/ c ſecũdũ/ b tertiũ/ a quartũ. ⁊ argumẽtare ꝑ pcedentẽ: ⁊ facile videbis ꝓpoſitũ.

¶ Si addat aliqua ꝓportio ſup alterã quantũ tertia ſup quartã: erit vt ↄpoſita ex prima et quarta cõpoſite ex reliquis ſit equalis. 3

e—8 f—4 g—3
a—2 b—1
c—4 d—3

a 2	c 4	e 4	g 8
b 1	d 3	f 2	h 6

l—16
k—8
m—6
n—64
q—48
o—32
p—24

¶ Priuſqꝫ ad propoſitũ demõſtrandũ veniam⁹: volo demõſtrare quo pacto ꝓportio ꝓportioni addẽda ſit: et dico ꝓportionẽ ꝓductoꝝ ex primo termio vni⁹ proportiõis in primũ alterius: ⁊ ſcdo in ſcdm eſſe ex duabus illis proportiõibus ↄpoſitã. Sint enĩ a ad b ⁊ c ad d due ꝓportiões: quas volo ſimul addere atqꝫ ex ipis ↄpoſitã cõſtare. duco c in a ⁊ ꝓueniat e: et d in b ⁊ ꝓueniat g. dico proportionẽ e ad g: eſſe cõpoſitã ex proportiõibus a ad b ⁊ c ad d. duco enĩ iterũ c in b ⁊ prouenıat f: et ꝑ ſeptimã ſcdi q̄ proportio a ad b: ea eſt e ad f: et ꝑ octauã eiuſdẽ q̄ proportio c ad d: ea eſt f ad g. ⁊ proportio e ad g ↄponit ex ꝓportionib⁹ e ad f ⁊ f ad g. quare ⁊ ex proportiõibus a ad b/ et c ad d: qđ intẽdebat. Nũc ergo ad demõſtrandũ propoſitũ veniam⁹. Sit ergo vt quantũ ꝓportio a ad b addit ſup ꝓportionẽ c ad d tm addat proportio e ad f ſup proportionẽ g ad h. dico ergo proportionẽ ↄpoſitã ex ꝓportiõibus a ad b et g ad h eſſe equalẽ proportiõi ↄpoſite ex proportiõib⁹ c ad d ⁊ e ad f. duco enĩ g in a ⁊ in b ⁊ fiãt l k ⁊ b in h et fiat m: per ſeptimã ergo primi l ad k ſicut a ad b. et qꝛ b in g facit k ⁊ in h facit m: ꝑ eandẽ k ad m ſicut g ad h. quare erit proportio l ad m cõpoſita ex proportionib⁹ a ad b ⁊ g ad h prima ſcꝫ et vltima. Deinde duco c in l/ l k/ ⁊ in m/ et prouenıãt n/ o/ p: q̄ ꝑ ſeptimã ſcdi erũt ꝓportiõales ſm proportiões l/ k/ m. qꝛ ergo n ad o ſicut l ad k/ et o ad p ſicut k ad m: ergo ꝑ equã ꝓportiõalitatẽ n ad p ſicut l ad m quare eq̄les ſunt propoitiões l ad m ⁊ n ad p. deĩde duco d in l ⁊ prouenıat q. qꝛ ergo n fit ex c in l et q ex d in l: ꝑ octauã ergo ſecũdi eſt n ad q ſicut c ad d. Itẽ qꝛ l ad k ſicut a ab b: addet l ad k ſup ꝓportionẽ c ad d quantũ a ad b addit ſup eandẽ proportiõem c ad d. Intelligo ergo quattuor nũeros l/ k/ c/ d. et qꝛ l in d facit q/ et k in c facit o vt mõſtratũ eſt: ergo ꝑ primã huius q ad o eſt qđ addit a ad b ſup proportionẽ c ad d. et qꝛ eandẽ ꝓportionẽ addit e ad f ſup g ad h: addit ergo e ad f proportiõem q ad o ſup proportionẽ g ad h. at proportio o ad p eſt vt g ad h/ ⁊ q ad o eſt qđ addit e ad f ſup g ad h: ergo q ad p cõſtãs ex q ad o: et o ad p equal̃ proportioni e ad f. et n ad q vt dictũ eſt equal̃ c ad d: et n ad p equal̃ l ad m cõpoſite ex prima ⁊ vltima. et n ad p cõſtituit̃ ex ſcda et tertia. ſic itaqꝫ ↄſtructũ eſt propoſitũ.

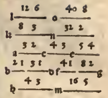
p 24	q 6	r 20	s 8

¶ Si inequales ꝓportiões vni addant̃: erit additaꝝ ⁊ ↄpoſitarũ eadẽ differẽtia. 4

a—4 c—6 e—5
b—2 d—3 f—4
g—24
h—12
k—6
l—120
m—60
o—48
n—30

¶ Sit a ad b quecũqꝫ proportio: ſintqꝫ c ad d et e ad f due ꝓportiões ineq̄les vt c ad d maior/ et e ad f minor. addaturqꝫ proportio c ad d ꝓportioni a ad b: ſitqꝫ ↄpoſita proportio p ad q. addat̃ itẽ proportio e ad f eidẽ proportioni a ad b: ⁊ prouenıat ↄpoſita r ad s. dico eãdẽ eſſe differentiã proportiõis p ad q ad proportiõem r ad s: q̄ eſt proportiõis c ad d ad proportiõem e ad f. duco enĩ c in a et in b et proueniat g h: et b in d ⁊ proueniat k. ꝑ ſeptimã ſcdi erit proportio g ad h vt a ad b: et h ad k vt c ad d. quare proportio g ad k eſt ↄpoſita ex proportiõibus a ad b ⁊ c ad d: atqꝫ eadẽ proportioni p ad q. duco itẽ e in g/ in h/ et in k: et proueniant l/ m/ n proportionales per ſeptimam ſecundi g h k. et duco f in h et

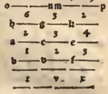
prouěniat o. erit enī l ad m ſicut g ad b: q̄re ſicut a ad b. et q2 e l h producit m: ⁊ f in h producit o. ergo per octauā ſcđi q̄ proportio e ad f: eadē eſt m ad o. quare proportio l ad o ꝯpoſita eſt ex proportiōe a ad b et e ad f. atq3 eadē proportioni r ad s. at q2 l ad n et g ad k: et p ad q equāſ: ⁊ ſilr l ad o ⁊ r ad s ad inuicē equātur: ⁊ l ad n ſupat l ad ē ꝓportione o ad n. erit o ad n differētia p ad q: et r ad s proportionū ꝯpoſitarū. at cū m ad n equeſ c ad d: et m ad o equeſ proportioni c ad f vt hec oīa mōſtrata ſunt: et proportio m ad n ſupet proportionē m ad o in proportione o ad n. erit ergo eadē proportio o ad n differentia c ad d ⁊ e ad f proportionū ſc3 additarū et ꝯpoſitarū. quod eſt propoſitū.



5 Proportiōes miores mioribus ſiue eq̄libus addite: minorē ꝓportionē ꝯſtituūt.

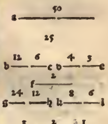
Sit a proportio minor b / et c mior d / et e minor f. dico proportionē ꝯpoſitā ex a c miorē eſſe ꝓportione cōpoſita ex b ⁊ c et proportionē ex c e minorē eſſe proportione ex d e. ſit itē proportio g equalis proportioni f. dico proportionē ex e g: minorē eſſe proportione ex f g. Primū patet: nā cū ꝓportiōes a b ſint ineq̄les: et b ſit maior a. ſit ergo h dr̄ia qua abūdat b ſup a / et proportio ex b addita c ſit k / et ex a addita c ſit l: p p̄cedentē eadē erit dr̄ia k ad l et b ad a. ſed b eſt maior a in proportiōe h: igiſ et k maior l in eadē proportiōe. et eadē rōne monſtrabis ꝓportionē ꝯpoſitā ex d e maiorē eſſe proportione ꝯpoſita ex c e. qđ eſt p̄mū. Scđm p idē p3: nā q2 f maior eſt e ſit m dr̄ia f ad e / et cōpoſita ex f g ſit n: ⁊ ex e g ſit o. p p̄cedentē eadē eſt dr̄ia f ad e et n ad o. ſed f maior eſt e in ꝓportione m igiſ ⁊ n proportio cōpoſita ex f g: maior eſt proportione o ꝯpoſita ex e g in eadē proportione m. quod eſt ſcđm.

6 Datas proportiones: in minimis terminis cōtinuare.



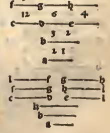
Sint a ad b / c ad d / et e ad f / date ꝓportiones in mimis terminis: quas in proportionalitate ꝯtinua in mimis nūeris aſſignare iubemur. capio mimū quē nūerāt b c q̄ ſit g. et quoties b eſt in g: toties ſit a in h. et p ſeptimā ſcđi tūc q̄ proportio a ad b: ea eſt h ad g. et q̄ties c eſt in g: toties ſit d in k. per eādem ſeptimā eadē erit proportio c ad d ⁊ g ad k. erūt ergo due proportiones a ad b ⁊ c ad d in ꝯtinua proportiōalitate in nūeris h g k: ⁊ etiā in minimis nūeris. nā ſi in mioribus eſſe poſſint cōtinue: ſit ergo vt in t v x. p decimānonā tertii b ſiſ r et c nūerabit v. quare et p correlariū viceſimequarte tertii g minim⁹ ab eis nūeratus etiā nūerabit v. nō ſunt igiſ t v x mimi hoc pacto ꝯtinuati vt ponebaſ. et ſi e nūeraret aliq̄ties k: caperem l quē ſm eūdem nūeraret f. quare p ſeptimā ſcđi q̄ proportio eſſet f ad e: eadē eſſet k ad l. ſicq3 addita eſſet tertia proportio l cōtinua proportionalitate ⁊ in mimis termis. In mimis q̄dem propſ cauſā imediate adductā. at q2 hic e nō nūerat k: capio mimū nūez quē nūerāt e ⁊ k qui ſit m. et quoties k eſt in m ſm eūdē nūez ſit g in n ⁊ h in o. Itē quoties e eſt in m toties / ſcđmq3 eundē nūerū ſit f in p. et p ſeptimā ſcđi erit o ad n ſicut h ad g. quare ſicut a ad b et n ad m: ſicut c ad d et m ad p: ſicut e ad f. q̄re tres ꝓportiōes date ſunt in cōtinua ꝓportionalitate in nūeris o ad n / n ad m / et m ad p. ⁊ etiā in mimis nūeris. nā ſi aſſignarenſ miores / vt q r s y: p decimānonā ſcđi b ⁊ c nūerarēt r. ergo g minim⁹ ab eis nūeratus p correlariū viceſimequarte tertii etiā numerat r. et cū q̄ proportio g ad k ea ſit r ad s: ergo p mutati que proportio g ad r / ea eſt k ad s: ſed g nūerat r. ergo k nūerat s et etiā p decimā nonā tertii e numerat s: quare et m minimus ab eis numeratus p correlariū viceſimequarte tertij numerabit s. nō ſunt igiſ q / r / s / y minimi illas ꝓportiones cōtinue retinētes: vt ꝓponebatur. quare nulli tales erūt: preter o n m p. quod eſt propoſitum.

7 Numerum propoſitum per partes inequales ſecundū aſſignatas proportiones continue ſumptas: diuidere.

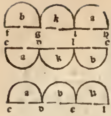


Numerus datus is eſſe debet qui p numerū proportiōes aſſignatas in mimis cōtinentē diuidi poſſit: alioquin in eo ptes aſſignatis ꝓportionibus reſpōdentes iuenire eſſet impoſſibile. Sit ergo talis numerus datus a: quē ꝓpoſitū eſt diuidere in quattuor ptes inequales: quarū prima ad ſcđam ſit dupla / ſcđa ad tertiā ſeſqualtera / et tertia ad quartā ſeſquitertia. ꝯtinuo p p̄cedentē tres aſſignatas ꝓportiones ſc3 duplā / ſeſqualterā / ⁊ ſeſquitertiā in minimis ſminis qui ſint b c d e: ſitq3 totus ex ipſis cōpoſitus b e. et quia a ex hypotheſi diuidi poteſt p b e. diuidaſ ergo per b e ſcđm f / eritq3 f numerus ex diuiſione ꝓuenīēs: duco b c d e i f et ꝓueniāt g h k l qui p octauā ſcđi cōtinebūt eaſdē ꝓportiōes cū b c d e: ita vt ſit g ad h / vt b ad c / et h ad k / vt c ad d / et k ad l / vt d ad e. et q2 per decimā primi qđ ſit ex ductu b e in f: equaſ ei qđ ſit ex ductu b c / c d / et d e in f: et p ſextā petitionē p̄mi ducto b e in f ſit atq3 reuertiſ a. eſt ergo a diuiſus i quattuor partes inequales g h k l in cōtinua ꝓportionalitate ꝓportiones aſſignatas continentes. quod eſt propoſitū.

8 Quotlibet ꝓportiones quocūq3 ordine cōtinuate: eādem ꝓportionē cōſtituūt.

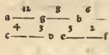


Id primo in duabus ꝓportionibus oſtendēdū eſt. Sint ergo a b quecūq3 due ꝓportiones vt a dupla et b ſeſqualtera: et cōtinueſ primo dupla ſeſqualtere in numeris c d e: ita vt dupla ꝓportio p̄cedat: et ſeſq̄ltera ſequaſ. erit enī c ad d duplus: et d ad e ſeſqualter. ꝯtinuētur ſcđo eedē ꝓportiōes i nūeris f g h: ita tamē vt ſeſqualtera p̄cedat et dupla ſequaſ: erit enī f ad g ſeſqualter: ⁊ g ad h duplus. dico c ad d et d ad e: itē f ad g et g ad h eandē ꝯſtituere ꝓportionē. Nā que ꝓportio g ad h ea eſt c ad d: ⁊ que f ad g ea eſt d ad e: ergo p viceſimāſecundā ſcđi et equā ꝓportionalitatē indirectā: que ꝓportio f ad h eadē eſt c ad e. quod eſt ꝓpoſitū in duobus cōcluſum. In tribus autē proportiōibus id adiuuātibus duabus oſtendiſ: vt ſi qua ſit tertia ꝓportio que ipſis cōtinuāda ſit: cōtinueſ ergo illis p̄mo i fine. vt c ad l ſit ꝓportio k. et ſimiliter h ad l. q2 vt oſtēſum eſt: q̄ ꝓportio f ad h / ea eſt c ad e. ⁊ que h ad l: ea e ad l. ergo p equā ꝓportionalitatē q̄ ꝓportio f ad l: ea eſt c ad l. et ita ſi vtriq3 p̄ponaſ. at ſi vni poſtponatur vt e l ſit proportio k poſtpoſita: et l f eadē prepoſita. q2 que ꝓportio f ad h ea eſt c ad e: et q̄ l ad f ea eſt



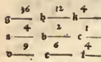
e ad l. ergo ꝑ indirectam ꝓportionalitatem q̃ ꝓportio l ad h eadē eſt e ad l: et ſi k interſerat̃ duabus aliis ita vt c ad d ſit ꝓportio a/ ⁊ d ad l ſit k/ ⁊ l ad e ſit b: itē f ad g ſit b/ ⁊ g ad l ſit k et l ad h ſit a. que ꝓportio l ad h: ea eſt c ad d. ⁊ que g ad l: ea eſt d ad l. ⁊ que f ad g: ea l ad e. ergo ꝑ equā ꝓportiōalitatē directā que ꝓportio f ad h: eadē eſt c ad e. ⁊ ſi hic poſtponat̃ k/ illic vero interſerat̃ vt ſit in duabus vltimis figurationibus: quia que ꝓportio d ad l: ea eſt e ad l. ⁊ que l ad e: ea eſt d ad e. ergo ꝑ indirectā ꝓportionalitatē que ꝓportio d ad e: ea eſt d ad l. addita ergo vtriq̃ eadē ꝓportione c ad d: erit tota ꝓportio c ad e/ equalis toti c ad l. at ꝓportio f ad h equat̃ ꝓportioni c ad e: ergo ⁊ ꝓportioni c ad l. quod eſt ꝓpoſitum. Et ſi de quattuor ꝓportionibus id deſideras: adiuuātibus tribus adinuicem cōtinuatis id efficere ſtudeas. nam idem demonſtrandi modus eſt.

Omnium duorū compoſitorū proportio que eſt vnius ad alterū: eſt ex laterum ſuorum ad latera alterius compoſita proportionibus. 9



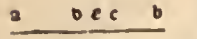
Latera compoſiti dicūtur numeri qui in ſeinuicē ducti: cōpoſitum ꝓducūt. Sint ergo duo cōpoſiti a b: ⁊ latera a/ ſint c d. c quidem maius et d minus. et latera b/ ſint e f: e quidem maius f minus. dico ꝓportionē a ad b cōpoſitā eſſe ex ꝓportionibus c ad e ⁊ d ad f. duco enī c maius laterū a/ in f minus laterū b: ⁊ ꝓueniat g. quia enim c in d facit a/ ⁊ c in f facit g: ergo ꝑ ſeptimā ſecūdi que ꝓportio d ad f/ ea eſt a ad g. ⁊ quia f in c facit g/ ⁊ f in e facit b: ergo ꝑ eandem ſeptimā que ꝓportio c ad e/ ea eſt g ad b at proportio a ad b cōſtituitur ex proportionibus a ad g et g ad b: ergo et ex proportionibus c ad e ⁊ d ad f. quod eſt propoſitum.

Si numeri continue ꝓportionales in totidē alios cōtinue etiā proportionales ducātur: et qui inde ꝓuenient continue proportionales erūt. 10



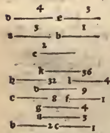
Sint a b c numeri cōtinue ꝓportionales/ itidē et d e f alii totidē cōtinue ꝓportionales: et ducatur d in a ⁊ ꝓueniat g/ ⁊ e in b et ꝓueniat h/ ⁊ f in c ⁊ ꝓueniat k: dico productos g h k eſſe cōtinue proportionales. Nam cū latera g ſint d a/ ⁊ latera h ſint e b/ ⁊ latera k ſint f c: ergo per p̄cedētē ꝓportio g ad h cōſtat ex ꝓportionibus d ad e ⁊ a ad b. ⁊ ꝓportio h ad k ex proportionibus e ad f ⁊ b ad c: ſed proportiones e ad f ⁊ b ad c/ eedē ſunt ꝓportionibus d ad e ⁊ a ad b. ergo ⁊ ꝓportio h ad k ex illis cōſtās: eadē eſt ꝓportioni g ad h. que igitur proportio g ad h ea eſt h ad k. quod demonſtrandū erat ⁊ propoſitum.

Numerum ita diuidere vt que totius ad maiorem portionē: ea maioris ad minorem ſit proportio eſt impoſſibile. 11



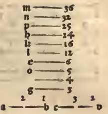
Si enī hoc pacto quiſq̃ nūerus diuideret̃ diceretur diuidi ſm ꝓportionē hñtem mediū ⁊ extrema hec itaq̃ ꝓponit nullū numerū ſcđm ꝓportionē hñtem mediū ⁊ extrema diuidi poſſe. Nam ſi aliquis hūc in modū diuidi poteſt: ſit ille a b qui ſit diuiſus in a d minorē portionē ⁊ d b maiorē. ſitq̃ vt a b ad d b ita d b ad a d. detraho a maiori portione d b numerū c d equalē a d. ⁊ q2 que ꝓportio a b ad d b: ea eſt d b ad a d. ⁊ q2 a d et d c equāt̃: ergo que ꝓportio toti⁹ a b ad totū d b/ ea eſt d b ad d c detracti ad detractū ergo ꝑ quītā ſcđi q̃ ꝓportio a b ad d b: ea eſt a d ad c b reſidui ad reſiduū. q̄re ⁊ eadē d c ad c b quare iterū que ꝓportio d b ad d c: ea eſt d c ad c b. capio iterū d e equalē c b. ⁊ quia ſicut d b ad d c: ita d c ad c b ⁊ d e equatur c b. ergo ſicut d b ad d c totus ad totum: ita d c ad d e detractus ad detractum. quare per quintam ſcđi ſicut d b ad d c totus ad totum: ita c b ad e c reſiduus ad reſiduum. quare iterū ſimili argumentatione detracto e c ab c b: erit reſiduus ad reſiduum perinde vt totus ad totum. atq̃ hoc abibit in infinitum. quod per quartam petitionem eſt impoſſibile. certum eſt ergo numerum aliquem ita diuidi non poſſe.

Numerum ex duobus conſtantem inuenire: cuius ad maiorē proportio addet ſuper proportionem eorundem data proportione minus. 12



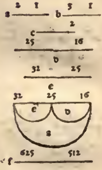
Sint a b minimi termini ꝓportionis date: a maior ⁊ b minor. et ſit p̄mo differētia a ad b nūerus c ⁊ maior proportio a ad b q̃ b ad c: ⁊ ſit d numerus cōſtitutus ex duobus ſcʒ a ⁊ b quē dico minorē habere ꝓportiōem ad a maiorē eius portionē q̃ ſit a ad b ꝓportio aſſignata: ſit e compoſitus ex b c. quia enī ꝓportio a ad b p̄mi ad ſcđm maior eſt q̃ b ad c tertij ad quartū: ergo ꝑ p̄mā partē decimequinte ſecūdi d ad b proportio maior q̃ e ad c. et ꝑ ſcđam partē eiuſdem erit d ad a ꝓportio minor q̃ e ad b. at cū e cōſtituatur ex b ⁊ c dr̄ia a ad b: equabit̃ ipſi a. ergo d ad a ꝓportio minor q̃ a ad b. qđ eſt ꝓpoſitū. Sit ſcđo vt minor ſit ꝓportio a ad b q̃ b ad c. capio quēcūq̃ numerū maiorē a qui ſit d: a quo detrabo f equalē c ⁊ reſiduum ſit e. et intelligo c detractū ab a ⁊ b reſiduū. et q2 maior eſt ꝓportio d ad a totius ad totum q̃ f ad c detracti ad detractū: ergo ꝑ decimātertiam ſcđi/ maior eſt proportio e ad b reſidui ad reſiduū: q̃ d ad a totius ad totū. et vltra maior eſt proportio c ad b q̃ d ad a. ergo ꝑ duodecimā eiuſdem maior eſt proportio c ad d q̃ b ad a quare ꝑ vndecimā eiuſdē erit ꝓportio d ad e minor q̃ a ad b. et cū e f cōſtituāt d/ ⁊ e maior ſit f: ſi vterq̃ e ⁊ f ſit numerus cōſtat d numerū ex duobus e ⁊ f cōſtitutū eſſe quē querimus. q̄ſi f ſit vnitas: duco aliquē numerū vt g in e et ꝓueniat h/ ⁊ in d ⁊ ꝓueniat k/ et in f et ꝓueniat l. per ſeptimā ſcđi que proportio e ad d ⁊ d ad f: cōſimilis eſt h ad k et k ad l. et cum per nonā primi quod ſit ex g in e et in f equetur ei qui ſit ex g in d: ergo k conſtituitur ex duobus numeris h et l. quare k eſt talis numerus qui queritur.

Duabus proportionibus inequalibus ꝓpoſitis: tertiā reperire, que duplicata minore ſit maior/ et maiore minor. 13



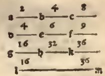
¶ Sint termini maioris ꝓportionis a b: ⁊ termini minoris c d/ et a ⁊ c nūeri maiores/ ꝓpoſitūq; ſit tertiā proportionē reperire/ q̄ duplata minore ſit maior et maiore minor. ducā enī a in c et in d et ꝓueniāt e f: et b i c et ꝓueniat g. manifeſtū eſt enim p ſeptimā ſcdi e eſſe ad f vt c ad d: et p octauā eiuſdem e ad g eſſe vt a ad b. et q2 e ad f minor eſt ꝓportio q̄ e ad g: ergo p decimā ſecundi f eſt maior g. deinde duco f i e ⁊ in ſe ⁊ l g ⁊ ꝓueniāt h/ k/ l qui p ſeptimā ſecūdi erūt l ꝓportiōe e/ l/ g: vt ſcʒ h k ſit vt e f/ et h l vt e g. deīde duco e in ſe et ꝓueniat m. tūc enī q2 f in e facit h/ ⁊ e i ſe facit m: ergo p octauā ſecūdi m ad h vt e ad f: q̄re et vt h ad k. Si ergo ꝓportio m ad k ex duab⁹ ꝓportiōibus minoribus aſſignate equalibus cōſtituta: ſit minor ꝓportione h ad l quero aliquē numerū vt o: qui in ſe ductus ꝓducat p maiorē h et minorē aut equalē m. et dico ꝓportionē o ad f eſſe cuius dupla maior eſt ꝓportione c ad d et minor ꝓportione a ad b. nā cū f in ſe faciat k/ et o in ſe faciat p: ergo per ea que in principio tertie ꝓportionis huius demōſtrata ſunt eſt proportio o ad f addita ad ſeipām. quare et ꝓportio p ad k/ dupla ad ꝓportionē o ad f. at cū p ſit maior h ꝓportio p ad k per nonā ſecūdi maior eſt q̄ ꝓportio h ad k. quare et ꝓportione c ad d. et cum ꝓportio m ad k minor eſſet proportione h ad l/ etiā et ꝓportio p ad k proportioni quidē o ad f aſſignate dupla minor eſſet eadē proportione h ad l: quare ⁊ ꝓportione a ad b ⁊ propoſitū. at ſi proportio m ad k maior eſt ꝓportiōe k ad l: ſit ergo illarū differētia m ad n. tūc enī proportio n ad k erit equalis ꝓportioni h ad l. et tūc querā aliquē numerū vt o qui ductus in in ſe ꝓducat p: maiorē quidē h ſed minorē n. et argumētabor vt prius ꝓportionē p ad k duplā quidē proportioni date o ad f maiorē eſſe proportione h ad k quare et ꝓportione c ad d. ⁊ minorē eſſe ꝓportione n ad k quare ⁊ proportione h ad l et proportione a ad b. qd iterū eſt propoſitū. Hic tamē attende q2 vbi nō facile poſſis inuenire numerū ſimilē o/ tūc duc k in h in ſe et in l: et iterū h in ſe donec oportune talis numerus tibi occurrat.

14 ¶ Quālibet ꝓportionē i duas diuidere: quaꝝ differētia ſit data ꝓportiōe minor.



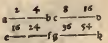
¶ Sit b data ꝓportio: propoſitūq; ſit a alterā proportionē datā in duas ꝓportiones diuidere: quarū vnius ad alterā differētia ſit data proportione b minor. capio per primā huius/ differētiā proportionis b ad a que ſit c. Si c ſit equalis aut maior a/ oportet c minorē eſſe b. cū per diffinitionē c eſſet ꝓportio qua b ſuparet ꝓportionē a. quare et a aut eque aut multo fortius minor eſſet b. in quaſcūq; ergo duas proportiones diuidaꝫ a: ille erūt minores a. nā eius partes. quare ⁊ differentia vnius ad alterā (cū ea ſit alterius partis portio quā ſup alterā addit) minor erit altera partium: quare minor toto a. quare et multo fortius minor toto b/ ſicq; i quaſcūq; diuidereꝫ a: habereꝫ propoſitū. Qz ſi ꝓportio c minor ſit a inuenio per precedentē/ proportionē aliquā cui⁹ dupla ſit maior c ⁊ minor a: ſitq; illa duplata proportio d. capioq; differentiā d ad a p primā huius q̄ ſit e quā dico eſſe minorē b. nā ſi ipſi eſſet equalis: cū b e equētur a: ergo d q̄ eſt maior c. cū e equali b maiorē proportionē cōſtituit q̄ ſit a. nō ē ergo e differētia a ad d qd eſt cōtra hypotheſim. Et ſi e eſſet maior b multo fortius d et e maiorē ꝓportionē cōſtituūt q̄ b et c. quare maiorē proportionē q̄ ſit a: qd iterū eſſet e nō eſſe differētiā a ad d et ꝯtra hypotheſim. Relinquiꝫ ergo proportionē e eſſe minorē proportione b. et q2 due proportiones d et e equātur proportioni a: intelligo proportionē a in illas eſſe diuiſam: et dico differentiā illarū ſcʒ d ad e que ſit f eſſe data proportione b minorē. nā ſi eſſet equalis b: cū b et d maiorē cōſtituāt proportionē q̄ a vt dictū eſt etiā d et f maiorē cōſtituerēt a quare ⁊ d et e. quare f nō eſſet differētia d ad e et per idē f nō poteſt eſſe maior b. cōſtat ergo proportionē a vt proponit propoſitio eſſe diuiſam et propoſitū.

15 ¶ Si tres numeri cōtinue ꝓportionales tribus alijs cōtinue ꝓportionalibus cōparētur: extremorū ad extremos ꝓportiones cōtinuate erunt tanq̄ mediorū proportio duplicata.



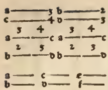
¶ Sint a b c tres nūeri cōtinue proportiōales: itē d e f tres alij ꝯtinue ꝓportionales. dico proportiōes a ad d et c ad f adinuicē ꝯtinuatas equari proportioni b ad e/ duplicate. duco enī c in a et in d et prouenīant g/ h/ et f in d et prouenīat k. eritq; p ſeptimā ſcdi proportio g ad h vt a ad d: et h ad k p octauā eiuſdē vt c ad f. atq; proportiōes a ad d et c ad f adinuicē ꝯtinuate p g h k et p tertiā huius addo proportionē a ad d proportioni c ad f ducendo a in c et prouenīat l: et d in f et prouenīat m. manifeſtū eſt proportiōem l ad m cōſtitutā eſſe ex proportiōibus g ad h et h ad k: atq; ipſis ſimul ſūptis equari deinde duplo proportionē b ad e addendo p tertiā hui⁹ proportiōem b ad e ſibypſi ducendo ſcʒ b i ſe. et q2 a b c ſunt cōtinue proportiōales: p viceſimāſextā ſcdi proueniet l: et ducēdo e in ſe et p eandem viceſimāſextā ſcdi proueniet m. quare duplata proportio b ad e equaꝫ proportioni l ad m que probata eſt equari proportiōibus g ad h et h ad k ſcʒ proportionibus a ad d et c ad f adinuicem cōtinuatis. quod eſt propoſitum.

16 ¶ Si quattuor numeris cōtinue ꝓportionalibus alij totidē cōtinue ꝓportionales adaptentur: erunt ꝓportiones extremorū ad extremos cōiūcte tanq̄ ꝓportiones mediorū ad medios cōtinuate.



¶ Sint a/ b/ c/ d q̄ttuor numeri cōtinue proportiōales: et e/ f/ g/ h totidē alij ꝯtinue ꝓportiōales dico proportionē cōpoſitā ex proportiōibus a ad e et d ad h equari proportiōibus cōtinuatis b ad f et c ad g. cōtinuatis ſiquidē ꝓportiōibus b ad f et c ad g: vt in p̄cedēti factū eſt. p ſeptimā et octauā ſcdi: hec ex tertia huius et viceſimaquita ſecūdi cognoſciꝫ vt p̄cedens ex viceſimaſexta.

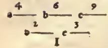
17 ¶ Si quotlibet numeri ad totidē alios cōparētur: proportiōes coꝝ quolibet modo ſumptorū eandē proportionē cōponunt.



In duob⁹ nūeris id p̄mo vidēdū eſt. ſint enim a ⁊ b duo nūeri / et c d duo alij qui duobus p̄mis cōparēt: dico eādē proportiōem cōpoſitā eſſe ex a ad b ⁊ c ad d / et ex c ad d ⁊ a ad b. Si eni nūeri illi eent equales: ſtatim de ſe notum eſſet. Siliter ſi duo primi eſſent equales inter ſe / et duo ſecūdi inter ſe: et ſilr ſi tres eſſent equales et vnus iequalis. ſed eſto proportio a ad b maior proportione c ad d: ſacio a ad b p̄mam ꝓportionem / c ad d ſecūdā / ⁊ iteꝝ a ad b tertiam / ⁊ c ad d quartā. et quia q̄ntū a ad b p̄ma addit ſuper c ad d ſcd̄am tm̄ addit a ad b tertia ſupra c ad d quartā: ergo p tertiā huius ꝯpoſita ex a ad b et c ad d prima ⁊ quarta equal̄ cōpoſite ex c ad d ⁊ a ad b ſecūda ⁊ tertia. quod intēdebatur. Idem quoq; in tribus efficies. Sint a c e tres nūeri: qui cōparētur b d f: dico eandem cōpoſitā eſſe ex a ad b c ad d / et c ad f: et ex c ad d / a ad b / et c ad f. nā per immediate mōſtratū eadem eſt cōpoſita ex a ad b et c ad d / et ex c ad d et a ad b: ergo ꝓportione c ad f vtriq; addita: ꝓportiones erunt equales. qđ erat probandum. dico itē eandem eſſe cōpoſitam ex a ad b / et e ad f / et c ad d: et ex e ad f / a ad b / et c ad d. Nā per nuper mōſtratū eadē eſt proportio ꝯpoſita ex a ad b et e ad f: et ex e ad f / et a ad b. ergo ꝓportione c ad d vtriq; adiecta: ſiūt ꝓportiones a ad b / e ad f / ⁊ c ad d. itē e ad f / a ad b / ⁊ c ad d: adinuicē equales. qđ ꝓponebat̄ probādū. Et ita alias ꝯbinatiōes proba. ⁊ adiuuātibus trib⁹: de q̄ttuor expedi Et ita conſequenter.

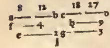
Quinti elementoꝝ Arithmetices Jordani finis.

Latera numeroꝝ dicūtur: quorū multiplicatione numeri ꝓducūtur. Sup̄ficialis appellatur numerus: qui duob⁹ lateribus cōtinet. Solidus v̄o qui ſub tribus: ex quoꝝ cōtinua multiplicatiōe habet ꝓcreari. Quadratus eſt numerus ſup̄ficialis equalib⁹ lateribus cōtentus. Altera pte lōgior: eſt cui⁹ latera ſunt iequalia ſed ſola vnitate diſtātia. Cubus eſt nūerus ſolid⁹ eq̄libus cōſiſtēs in laterib⁹. Similes dicūtur nūeri ſiue ſup̄ficiales ſiue ſolidi: quoꝝ latera ſunt proportionalia.



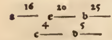
Si tres numeri fuerint in ſua proportione minimi: duo extremi erūt quadrati. 1

Sint a b c tres nūeri cōtinue ꝓportionales i ſua proportione minimi: dico a eſſe numerū quadratū atq; ſiliter c eſſe numerum quadratum. Nā per ſeptimā quarti erit vnus medius proportionalis iter a ⁊ vnitatē qui ſit d: et ſiliter vn⁹ inter c ⁊ vnitatē qui ſit e. quia ergo quoties vnitas in d toties d eſt in a: ergo d in ſe ductus multiplicat / atq; producit a. eſt ergo a quadrat⁹. nā d ⁊ d ei⁹ latera ſunt eq̄lia Et oꝛ etiā quoties vnitas in e toties e eſt in c: ergo e in ſe ductus ꝓducit c. quare c etiam quadratus. quod eſt diſpoſitum.



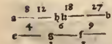
Si fuerint quattuor numeri in ſua proportione minimi: duo extremi erūt cubi. 2

Sint a / b / c / d / quattuor numeri cōtinue proportiōales in ſua ꝓportiōe minimi: dico a cubum eſſe atq; d cubum eſſe. Nam p ſeptimam quarti erūt duo medij proportiōales inter a ⁊ vnitatem qui ſint e et f: et ſilr duo iter d ⁊ vnitatem qui ſint g et h. et quia quoties vnitas in e toties e in f: ergo e in ſe producit f. ⁊ quoties vnitas i e toties f i a: ergo e i f ſuū quidē quadratū: producit a. eſt igit̄ a cubus. et p idem quia quoties vnitas in g toties g in h: ergo g in ſe producit h. ⁊ quoties vnitas i g toties h in d: ergo g in h ſuum quadratum / producit d. quare etiam d cubus. quod eſt propoſitum.



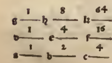
Ōis q̄drati ad q̄dratū eſt tāq̄ lateris ip̄ius ad lat⁹ alterius ꝓportio duplicata. 3

Sint duo quadrati a et b: ⁊ latus a ſit c / et latus b ſit d. dico proportiōem a ad b eē tāq̄ proportio c ad d duplicata. duco eni c in d ⁊ fiat e: et erit p ſeptimam ſecūdi a ad e ſicut c ad d. ⁊ p octauā eiuſdē e ad b vt c ad d: eſt ergo a ad e vt e ad b. at proportio a ad b conſtat ex proportionibus a ad e ⁊ e ad b: quaꝝ quelibet equatur c ad d. eſt ergo a ad b tanq̄ proportio c ad d duplicata: vt proponebatur.



Proportio cubi ad cubū: eſt tāq̄ lateris ad latus triplicata. vnde manifeſtū eſt iter quoſlibet duos q̄dratos vnū: atq; iter cubos duo ꝓportiōalia media ꝯſiſtere. 4

Sint duo cubi a ⁊ b: et latus a ſit c / et latus b ſit d. ſitq; e quadratū c: et f quadratū d. inter quos ex demōſtratione precedētis eſt vnus medius ꝓportionalis qui ſit g. deīn duco c in e / ⁊ certū eſt ꝓuenire a. et c in g: ⁊ proueniat h. ⁊ d in f: et certū eſt prouenire b. ⁊ d in g: ⁊ proueniat k. manifeſtū eſt ex precedēti eādē eſſe proportionē e ad g et c ad d: et eādē g ad f et c ad d. ſed p ſeptimā ſecūdi a ad h vt e ad g quare vt c ad d. et per octauā eiuſdem h ad k vt c ad d. et per ſeptimā eiuſdem k ad b vt g ad f. quare vt c ad d. eſt igitur quelibet trium proportionum a ad h / h ad k / et k ad b alteri equalis: atq; equalis c ad d. ſed proportio a ad b conſtat ex illis tribus. eſt igitur proportio a ad b tanq̄ proportio c ad d triplicata. Et correlarium ex modo demonſtrationis cognitum eſt et propoſitum.



Quorū latera proportionalia ſunt quadratos proportionales eſſe: atq; ſi q̄drati proportionales ſunt / et latera proportionalia eſſe neceſſe eſt. 5

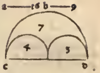
Sint a / b / c / tres numeri ꝯtinue proportiōales: quorū q̄drati ſint d / e / f. dico q̄dratos d / e / f / eſſe cōtinue proportionales. Itē dico ſi d / e / f / ſiīt cōtinue proportionales: et a / b / c / eoꝝ latera eſſe ꝓportionalia. Pria pars ſtati ex decima quīti cognoſcit̄: et ſecūda oſtēdit̄. Nā q2 proportio d ad e per nonam quīti eſt cōpoſita ex proportiōibus a ad b et a ad b / et ſilr proportio e ad f cōpoſita ex proportionib⁹ b ad c et b ad c: ergo proportiones a ad b et b ad c ſunt equales. alioqui per quintam eiuſdē ſingulis addite ſue equales: non cōſtituerent d ad e et e ad f proportiones equales. quod eſt contra hypotheſim.

6 ❡Si cubi fuerint ꝓportionales: erunt et latera ꝓportiõalia. ꝙ ſi latera ꝓportionalia fuerint: cubi quoq; ꝓportionales erunt.

❡Sit hypotheſis ea q̄ prius/ſed g h k ſint cubi numeroꝝ a/b/c. Scđa ps hui⁹ patet ducēdo a b c cõtinue ꝓportionales in d e f ſuos q̄drатos qui ꝑ primā ptē p̄cedētis ſunt cõtinue ꝓportionales ⁊ ꝓueniēt g h k qui ꝑ decimā quīti ſunt cõtinue ꝓportionales. qđ eſt ſcđm. Et p̄ma ps declarat̄. Nā ꝑ nonā quīti ꝓportio g ad h cõpoſita eſt ex ꝓportiõibus d ad e ⁊ a ad b: et ꝓportio h ad k cõpoſita ex ꝓportiõibus e ad f et b ad c. ⁊ ſi a ad b ⁊ b ad c nõ ſunt ꝓportiõabilia: neq; d e f: ſi ergo a ad b maior ſit ꝓportio q̄ȝ b ad c: ergo ꝑ quītā quīti maior erit d ad e q̄ȝ e ad f: ergo ꝑ eandē quītā g ad h cõſtituta ex d ad e ⁊ a ad b maiorib⁹ ꝓportiõibus erit maior q̄ȝ h ad k: nõ ſunt igit̄ g h k proportionales. quod eſt contra hypotheſim et totū propoſitum.

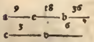
7 ❡Quo abūdat quadratus ſuꝑ quadratū eſt numerus ex laterib⁹ ipſoꝝ coaceruatus et ſcđm laterū differētiā multiplicatus.

❡Sint a ⁊ b duo quadrati: a maior/⁊ b minor. ſitq; c latus a: ⁊ d latus b. dico numerū quo a ſuꝑat b: eſſe numerū qui ꝓcreat̄ ex ductu differētie c ad d in coaceruatū c d. Intelligo enī coaceruatū c d eſſe diuiſū in c maiorē numerū: et d minorē. et q2 ꝑ decimāoctauā p̄mi qđ fit ex d in ſe: cū eo qđ fit ex differētia c ad d in coaceruatū c d: equū eſt ei qđ fit ex c in ſe. ſed qđ ex c in ſe eſt quadratū maius a: ⁊ qđ fit ex d in ſe eſt b quadratū min⁹: ergo b quadratū min⁹ ſuperatur ab a quadrato maiore in eo numero qui fit ex differētia c ad d in coaceruatū c d. abūdat ergo a ſuꝑ b in eodē nūero. quod eſt propoſitū.



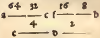
8 ❡Si quadratus quadratū numeret: et latus ſuū latus alterius nūerabit. ꝙ ſi latus a latere nūerabit̄: ⁊ quadratus a quadrato numerabitur.

❡Sint a b duo quadrati/et a numeret b: ſitq; c latus a et d latus b. dico c nūerare d. dico itē ſi c numerat d: etiā a nūerare b. ſit enī ꝑ correlariū quarte hui⁹ e mediū ꝓportiõale iter a ⁊ b: erūt enī a ad e et e ad b in cõtinua ꝓportiõe vt c ad d. ſed a prim⁹ nūerus ꝑ hypotheſim nūerat b vltimū: ergo ꝑ decimātertiā quarti: a prim⁹ nūerat e ſcđm. quare c nūerabit d. qđ eſt primū. Scđm patet: nā ſi c nūerat d: ergo ⁊ a nūerat e ⁊ e nūerat b. q̄re ꝑ viceſimātertiā p̄mi a nūerabit b. qđ eſt ſcđm et totū ꝓpoſitū.



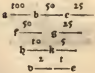
9 ❡Si cubus cubū nūeret: ⁊ latus ipſius latus alterius nūerabit. ꝙ ſi latus nūerat latus: et cubus cubū numerabit.

❡Quod de quadratis modo oſtēſum eſt/hic de cubis demõſtrādū ꝓponit̄. Et pria ps poſitis mediis ꝓportionalibus iter cubos ꝑ correlariū quarte huius vt pria p̄cedētis cognoſcit̄: et ſcđa vt ſecūda.



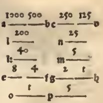
10 ❡Triū numeroꝝ cõtinue ꝓportionaliū: ſi prim⁹ fuerit quadratus/ tertiū quoq; quadratū eſſe neceſſe eſt.

❡Sint a b c tres nūeri cõtinue ꝓportionales: et ſit a quadratus: dico c eſſe quadratū. ſint enī d e minimi in ꝓportiõe a ad b ꝑ decimānonā tertij d nūerabit a. ſitq; id ſcđm f. et e etiā ꝑ eandē nūerabit c cū ꝑ hypotheſim eadē ſit ꝓportio a ad b et b ad c: ſit ergo id ſcđm g. et q2 a ponit̄ quadratus: ſit ergo eius latus h. q2 enī h in ſe tm̄ eſt q̄tū d in f: ergo ꝑ ſcđam ptē viceſimeſexte ſecūdi d/h/f ſunt cõtinue ꝓportionales. et ꝑ nonā quīti ꝓportio a ad c: cõpoſita ex ꝓportionibus d ad e et f ad g. ergo q2 a ad b vt d ad e: erit b ad c vt f ad g. eſt ergo d ad e vt f ad g. ergo ꝑmutatim d ad f ſicut e ad g. ergo ꝑ duodecimā quarti iter e et g tot media ꝓportionalia cadūt: quod iter d et f. at iter d ⁊ f cadit h vnū medium ꝓportionale: igit̄ et iter e et g cadet vnū ꝙ ſit k. et q2 ex e in g poſitū eſt fieri c: ergo ꝑ viceſimāſextā ſecundi ex k in ſe fiet idē c. eſt igit̄ c quadratus. quod erat demonſtrandū.



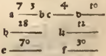
11 ❡Si quattuor numeroꝝ proportionaliū primus fuerit cubus: quartū quoq; cubum eſſe cõueniet.

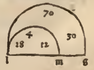
❡Sint a/b/c/d quattuor nūeri cõtinue ꝓportionales: quoꝝ a prim⁹ ſit cubus. dico d quartū eſſe cubū. ſint enī e/f/g/h quattuor in eadē ꝓportiõe mīmi: erūtq; ꝑ ſcđam hui⁹ e et h cubi. et q2 e ⁊ a ſunt cubi: erūt ꝑ correlariū quarte huius duo ꝓportionales medij iter e et a qui ſint k l. et q2 ꝑ equā ꝓportionalitatē q̄ ꝓportio e ad h ea eſt a ad d: ergo ꝑmutatim q̄ ꝓportio e ad a: ea eſt h ad d. ſed iter e et a probati ſunt eſſe duo ꝓportiõales medij: ergo ꝑ duodecimā quarti et iter h et d duo ſīliter erūt ꝓportionales medij q̄ ſint m ⁊ n. ⁊ q2 ꝑ decimānonā tertij h nūerat d: ergo ꝑ ſcđam ptē decimetertie q̄rti h numerabit m. Sit igit̄ o latus cubi h: ſitq; quoties h in m toties o in p. q2 igit̄ ꝓportio d ad h tanq̄ȝ m ad h triplicata: erit eadē ꝓportio d ad h tanq̄ȝ ꝓportio p ad o triplicata. et q2 ꝑ quartā hui⁹ eadē eſt proportio inter cubū p et cubū h. erit igit̄ d cubus: et eius latus erit p. quod eſt propoſitū.

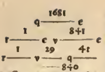


12 ❡Quadratos tres inueſtigare: quoꝝ cõtinue ſumptoꝝ differētie ſint equales.

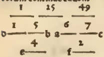
❡Sit c duplū cuiuſlibet nūeri. addaturq; c cuilibet nūero vt b. ſitq; a ꝯpoſitus ex bc. et ex a ⁊ b fiat d. et ex c in a ⁊ in b fiāt h et k. et ex a ⁊ b in d fiāt e ⁊ f. et ponat̄ nūerus l/m/g equalis numero e: ita vt g ſit equalis f: q2 enī e/et l/m/g equant̄: et ex a in d fit e: etiā ex a in d fit l/m/g. ſed g equat̄ f q̄ fit ex b in d: ergo reſiduū l et m ꝑ decimā primi equum eſt ei qui fit ex c in d. quare per nonam eiuſdē l et m ſunt tanq̄ȝ h et k. Sit ergo l equalis h: et m equalis k. dico ergo l g poſſe diuidi in duo equalia. Nā cū b in d fiat g: et diit tanq̄ȝ b bis ⁊ c: iter b l ſe bis. hoc eſt in ſuū duplū: et in c facit g. ⁊ a in c facit l. erūt ergo l g tanq̄ȝ quod fit ex b in ſe bis. et a b (quod eſt d) in c: cui⁹ dimidiū eſt qđ fit ex b in ſe ſemel: ⁊ ex d i dimidiū c. eſt ergo numerus l g: in duo media eidē dimidio equalia diuiſibilis. diuido





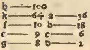


Differentia trium quadratorum continue eadem

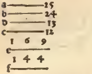


ergo l g in duo media eq̄lia: ſitq; r differētia vni⁹ illoꝝ dimidioꝝ ad g. et v numerus eq̄lis dimidio. et q differētia dimidij l g: ad totū l m g. dico tres quadratos numeroꝝ r v et q: qui ſint r e, v e, q e, eſſe q̄ perītur. Nam cū differentie quadratoꝝ ſint per ſeptimā huius que ex differētijs laterū in cōpoſita ex ipſis ꝓducūtur: cōtinue videbis ex dr̄ia r ad v in cōpoſitū r v qd̄ eſt g. et ex dr̄ia v ad q in cōpoſitū v q qd̄ eſt l m g: equalē numerū ꝓduci p viceſimāquītā ſcd̄i q eadē ſit ꝓportio differētie r ad v ad dr̄iaꝝ v ad q. ſicut aggregati q v ad aggregatum r v. ſiue ſicut l m g ad m g quod idem eſt. Sed hoc vltimū facilius forte capies in minoribus numeris et eodē ingenio inuētis. vt ſit a ſenarius: et ꝓximi hinc et inde ſint b et c. b minor: et c maior. certū eſt b eſſe quinariū: cuius differētia ad a ſit d. quā certū eſt eē vnitatē. ſitq; e differētia d ad b vnitatis ad quinariū: quam cōſtat eſſe quaternariū. ſitq; f differētia b ad c. que quia dupla differētie b ad a: ideo erit binarius. eſt itaq; e ad f duplus. ſed d b per cōceptionē ſunt a: et per ſcd̄am primi b c ſimul ſunt duplus ad a, igit̄ et b c ſimul, ſunt duplus ad d b. quare q̄ ꝓportio e ad f differētie ad differētiā, ea eſt aggregati b c ad aggregatū d b. ergo per viceſimāquītā ſecūdi tātū eſt quod fit ex e in d b: q̄ntum quod ex f in b c. ergo per ſeptimā huius tres quadrati numerorum d b et c ſunt quales propoſiti ſunt inueniri poſſibiles. quod eſt propoſitum.

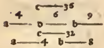
❡ Numerū quadratū inuenire: qui cū quadrato dato nūerū quadratū cōſtituat. 13



❡ Sit primo datus nūerus quadratus a: qui diuiſibilis ſit in duo equalia. cuius medietas ſit b latus autē eius ſit c: ſitq; d binarius. q̄r ergo qd̄ fit ex d in b equal̄ ei qd̄ fit ex c in ſe: erit p viceſimāſextam ſecūdi c proportionaliter medius inter binariū et b. et quia d binarius eſt numerus p̄mus: et per p̄mā quarti cōicat cū c et c cū b: etiā d cōicabit cū b. per primā ergo tertij d nūerabit b. cui⁹ quidē b medietas ſit e. et nūeri circūpoſiti ſint f maior et g minor: quoꝝ q̄drata ſint h et k. dico ergo quadratū h eſſe tanq̄ nūerū q̄dratū k: numero quadrato a additū. Nā differētia f et g eſt binarius et cōpoſitus ex ipſis per ſecūdā primi eſt b, et quia ex binario in b per hypotheſim fit a: ergo per ſeptimā huius cū a fiat ex differētia laterū in cōpoſitū ex ipſis a eſt dr̄ia quadratoꝝ h et k. q̄dratus ergo k additus q̄drato dato a ꝯſtituit nūerū quadratū h. qd̄ eſt ꝓpoſitū. Sed eſto ſcd̄o vt ſit quadratus a aſſignat⁹: ſed in duo eq̄lia partiri nō poſſit. cū ergo binarius eū nō numeret, et ſit binarius numerus primus: ergo per primā tertij binarius ad ipſum erit primus. quare per decimāquintam tertij binarius numerabit inferiorē nūerū quadrato a: vnitate dempta qui ſit b. cuius medietas ſit c: et maior eo vnitate ſit d. cuius quadrat⁹ ſit e: et quadratus c ſit f. dico ergo quadratū e abūdare ſuper quadrato a q̄ntū eſt f quadratus c. Nā q̄r c bis cū vnitate conſtituit a. ergo per decimamoctauam primi quod fit ex c in ſe cum eo qd̄ fit ex a in differētiā d maioris partis ad c: equū eſt ei qd̄ fit ex d maiore parte in ſe. excedit igitur quadratus d quadratū numeri c in quadrato dato a. nam differētia d et c erat vnitas. quod eſt propoſitum.



❡ Si quadratus in quadratū ducatur: ꝓducetur quadratus. Si vo in nō quadratū: nō quadratus ꝓueniet. Unde patet ſi quadratus quadratū nūeret: ip̄m ſecūdū quadratum numerare. 14

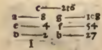


❡ Sint p̄mo a et b duo quadrati: ducat̄q; a in b et ꝓueniat c. dico c eſſe quadratū. Nā p correlarium q̄rte huius inter a et b eſt vnus ꝓportionaliter medius: ſit ergo ille d: q̄r ergo a d et b ſunt cōtinue ꝓportiōales: ergo per viceſimāſextā ſcd̄i quod fit ex a in b: equū eſt ei qui fit ex d in ſe. at qd̄ ex a in b ꝓducitur, eſt c: eſt igitur c quadratus. qd̄ intēditur. Secūdo ſit a quadratus et b nō quadratus, ducaturq; a in b et ꝓueniat c: dico c non eſſe quadratum. Nam ſi c eſſet quadratus p ſcd̄am partē viceſimeſexte ſecūdi latus quadrati c eſſet medius ꝓportionalis inter a et b: quare cum a primus ſit quadratus, per decimā huius et b eſſet q̄dratus. qd̄ eſt ꝯtra hypotheſim. Correlariū ex his duabus partib⁹ ſatis ꝯſtat

❡ Quadratus non quadratum: ſecundum non quadratum numerat. 15

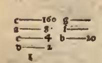
❡ Nam ſi ponatur poſſibile quadratum ſecundū quadratum, ipſum numerare: ergo per primā partē precedētis productus erit quadratus. at ponitur quadratus numerare non quadratum: ſequitur igit̄ ex hoc contrariū hypotheſis. quod eſt propoſitum.

❡ Si cubus in cubum ducatur: qui producetur erit cubus. 16



❡ Sint a b duo cubi, et ducat̄ a in b et ꝓueniat c: dico c eſſe cubū. Sumo enī latus cubi a quod ſit d. et quadratū lateris d qui ſit e. manifeſtū eſt d et e eſſe proportionales inter vnitatē et a. et q̄r quoties vnitas in a toties b in c: cū a multiplicet c ſcd̄m b, per decimāquartā quarti quot medij ꝓportionales erūt inter vnitatē et a: totidem erunt inter b et c. ſunt ergo duo medij ſīlr ꝓportionales inter b et c qui ſint f g. cū ergo b f g c ſint quattuor numeri proportionales, et b primus per hypotheſim ſit cubus ergo per vndecimā huius et c quartus erit cubus. quod eſt propoſitum.

❡ Si in non cubū cubus ducatur: ꝓducetur non cubus. Ex quo liquet q̄ ſi cubus cubū numeret: ipſum ſecundū cubum numerare. 17



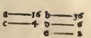
❡ Ducatur a cubus in numerum b nō cubum et proueniat c: dico c nō eſſe cubum. Nā ſi c productus ponatur eſſe cubus: manifeſtū eſt vt in precedēti per decimamquartā quarti quot medij proportionales erūt inter vnitatē et a: totidem eſſe inter b et c. ſint ergo ſimiliter duo ſcil3 f et g. quia ergo c g f b ſunt cōtinue proportionales, et c eſt poſitus cubus: ergo per vndecimā huius, b etiam erit cubus. at b per hypotheſim poſitus eſt non cubus: accidet itaq; contrarium hypotheſis. qui igitur inde ꝓducetur non erit cubus. quod eſt propoſitum. Correlarium ſatis ex hac et precedēti cognitum eſt.

❡ Si non cubum cubus numeret: ſecundū non cubum eum numerabit. 18

¶Nā ſi ponaꝛ numerari ſcđm cubū: ꝑ penultimā qui ꝓducetꝛ erit cubus. at poſitus eſt non cubus: non itaqꝫ ipm̄ numerabit ſcđm cubū quare ſi ipm̄ cubus numeret: ſcđm nō cubū numerabit. qđ intēdit.

19 ¶**Si quadrati cōmunicāt: latera quoqꝫ cōmunicabūt. ſi vero quadrati ſint incōmenſurabiles: ⁊ latera ipſorū incōmenſurabilia erunt.**

¶Sint a b duo quadrati ⁊ c latus a ⁊ d latus b: dico ꝑmo ſi quadrati a b cōicant et eoꝝ latera c d cōicare. nā ſi c d nō cōicant: ergo ꝑ duodecimā tertiā neqꝫ quadrati a b cōicabūt. ex oppoſito igiꝛ cōſequētis ſi quadrati cōicabūt et eoꝝ latera cōicant. dico ſcđo ſi quadrati a b nō cōicant neqꝫ eorū latera cōicare. nā ſi c d latera cōicant eſt aliqs nūerus eos cōiter numerās q̄ ſit e: qꝛ ergo e nūerat c ergo ꝑ viceſimātertiā ꝑmi etiā nūerat a. et qꝛ etiā e nūerat d. per eandē viceſimātertiā nūerabit ⁊ b. ſi ergo latera ſunt cōicantia ⁊ quadrati cōicant: quare ex oppoſito ꝯñtis ſi quadrati nō cōicant neqꝫ latera cōicabūt quod eſt ſecundum et totū propoſitum.

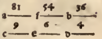


20 ¶**Si cubi fuerint cōmenſurabiles et latera. ꝙ ſi cubi non cōmunicent: neqꝫ ipoꝝ latera cōmunicabunt.**

¶Huius prima pars vt precedētis prima: et ſecunda vt precedentis ſecunda pateſcunt.

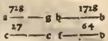
21 ¶**Si quadrati ad aliquē fuerit proportio tanꝙ̄ quadrati ad quadratū illū aliquē quadratū eſſe neceſſe eſt.**

¶Sit a quadratus qui ad aliquē numerū vt b eā habeat ꝓportionē que quadrati c ad quadratū d dico b eſſe numerū quadratū. nā qꝛ c ⁊ d ſunt quadrati ꝑ correlariū quarte huius eſt vnus medius ꝓportionalis inter c et d qui ſit e. ⁊ qꝛ que ꝓportio c ad d ea eſt a ad b: ergo ꝑ duodecimā quarti erit vnus medius ꝓportionalis inter a et b qui ſit f. qꝛ ergo a f b ſunt ꝓportionales et a primus poſitus eſt quadratus: ergo ꝑ decimā huiꝰ et b tertius eſt quadratus: quod eſt propoſitū.



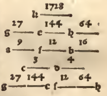
22 ¶**Quicūqꝫ ſe habet ad cubū ſicut cubus ad cubū: idē ex neceſſitate erit cubus.**

¶Si ad a numerū cubū ſe habeat aliquis numerus vt b ſicut d cubus ad c cubū: dico b eſſe cubū. nā ꝑ correlariū quarte huius inter c et d erūt duo medij ꝓportionales. ⁊ cū que ꝓportio c ad d ea ſit a ad b. ergo per duodecimā quarti cadent cōſimiliter duo medij ꝓportionales inter a ⁊ b: et a primus poniꝛ cubus erit igiꝛ et b per vndecimā huius cubus quod erat demonſtrandū.



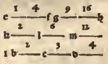
23 ¶**Si quadratus in quadratū vel cubus in cubū ducaꝛ: latus producti erit numerus qui ex latere vnius in latus alterius producitur.**

¶Sint primo duo quadrati a b: et latus a ſit c: et latus b ſit d. ducaturqꝫ a in b: ⁊ ꝓueniat e q̄ ꝑ decimāquartā huius erit quadratus: et ducaꝛ c in d: et ꝓueniat f. dico f eſſe tetragonicū latus e. nā ꝑ ſeptimā ⁊ octauā ſecūdi f eſt medius ꝓportionalis inter a et b: et ꝑ viceſimāſextā eiuſdē quod fit ex a in b equū eſt ei q̄ fit ex f in ſe. eſt igiꝛ f latus quadrati e quod erat ꝓbandū. ſcđo ſint g et h cubi laterū c ⁊ d et g in h ꝓducat k q̄ ꝑ decimāſextā huiꝰ erit cubus. dico f eſſe latus cubicū k. qꝛ enī c in a ꝓducit g et f in ſe ꝓducit e erit ꝑ nonā quīti ꝓportio g ad e cōpoſita ex ꝓportionibus c ad f ⁊ a ad f. et qꝛ iterū ex c in d fit f: et ex d in b fit h erit ꝑ eandē nonā ꝓportio f ad h cōpoſita ex ꝓportiōibus c ad d ⁊ d ad b: ſed c ad d eſt ſicut a ad f: ſed et ꝑmutati d ad b ſicut c ad f: ꝙ eadē eſſet ꝓportio c ad d ⁊ f ad b. eſt igiꝛ ꝓportio f ad h eq̄lis ꝓportionibus a ad f et c ad f: quare ꝓportioni g ad e. ordinatis ergo quattuor numeris g e f h: qꝛ q̄ ꝓportio g ad e ea eſt f ad h. ergo ꝑ viceſimāquintā ſecūdi idē eſt nūerus qui ꝓduciꝛ ex g i h et ex f in e ſuū quidē quadratū quare ꝓducti cubi k latus eſt f: quod eſt totū propoſitū.



24 ¶**Si diſpoſitis ab vnitate numeris quadratis: ꝓportiōaliter medij īter ꝓrimos quoſqꝫ ſumanꝛ: fient oēs parte altera longiores. ⁊ cuiuſlibet illoꝝ ad illos differentiam lateri ſuo equalē eſſe conſtabit.**

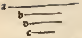
¶Sint e f g h quotlibet nūeri quadrati ab vnitate ꝯñter diſpoſiti: eorū vero latera vnitas / ⁊ b c d numeri ꝯñter ab vnitate ſumpti. dico medios ꝓportionales īter ꝓrimos quoſqꝫ quadratos ſumptos eſſe altera ꝑte lōgiores. duco enī vnitatē in b et ꝓueniat k q̄ eſt medius ꝓportionalis inter e ⁊ f. et qꝛ eius latera vnitas et b ſunt ineq̄lia ſola vnitate diſtātia: ꝑ diffinitionē k eſt altera ꝑte lōgior. ſilr̄ duco b in c ⁊ ꝓueniat l qui erit mediꝰ ꝓportionalis īter ꝓrimos quadratos f g. et ꝑ idē vt ꝑus altera ꝑte longior. et ita de reliqs ꝓportionalibꝰ medijs ꝓrimoꝝ quadratorū quotquot ꝯñter aſſignati fuerit quadrati. Dico preterea differentiā k ab quadrato f equalē eſſe b lateri f: et differentiā l a quadrato g eſſe equalē c lateri g: et ita cōſequēter. qꝛ enī b ſupat vnitatē ſola vnitate: intelligo ergo b diuiſum ī duas vnitates. et qꝛ b in ſe facit f: ergo ꝑ decimātertiā primi b ductus ī primā ⁊ ſcđam vnitatē ꝑcreat equū f: ſed ſubtracto quod fit ex b ī vna vnitate remanet k. eſt igiꝛ ſubſtractū eius quod fit ex b in vna vnitate differētia k ad f: ſed et idē ſubſtractū eſt equale b: ꝙ vnitas in quēcūqꝫ numerū ducta idē faciat. cōſtat ergo id eſſe verū de k. de l aūt cōſilr̄ oſtēdiꝛ: qꝛ c excedit b ſola vnitate. diuido ergo c latus ſcꝫ q̄drati g in b et vnitatē. et qꝛ c in ſe facit g ⁊ idē c in b et vnitatē facit equale g: ꝑ eandē decimātertiā ꝑmi: et ſubſtracto eo q̄ fit ex c in vnitatē remanet l. differentia igiꝛ l ⁊ g eſt qđ fit ex c ī vnitatē: ſed et illud eſt eq̄le c ꝑ idē qđ ꝑus. cōſtat igiꝛ ꝓpoſitū de altera ꝑte longiore l. et ita de q̄buſlibet alijs argumētaberē. Silr̄ etiā oſtēdes differentiā k ad e eſſe vnitatē: et differētiā l ad f eſſe b ⁊ m ad g eſſe c. Nam cū b ſola vnitate ſuperet vnitatē: intellecto ergo b in duas vnitates diuiſo per decimāquartā primi qđ fit ex b in alterā vnitatū equale eſt ei qui fit ex illa in ſe: et illa in alterā. ſed qđ fit ex illa vni



tate in ſe eſt quadratum c et vnitas. et qđ fit ex illa in alterã itidẽ eſt vnitas et equale vnitati. conſtat ergo differẽtiã k ad c eſſe vnitatẽ. Similiter diuido c in duas partes ſcʒ vnitatẽ et b: et quia per eãdẽ decimãquartam primi qđ fit ex c in b ſcʒ l equum eſt ei qui fit ex b in ſe qui eſt quadratus f: et ex b in vnitatẽ qui eſt latus b. conſtat ergo differẽtiã l ad f eſſe b: et ita per decimãquartam primi de ſingulis oſtẽdc. conſtat ergo totum propoſitum.

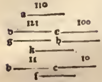
Si ſumãtur ab vnitate numeri altera parte longiores proximi quibuſqʒ coniunctis: dimidijs cõiunctoꝝ ſumptis prouenıẽt omnes quadrati. 25

Ut pte altera lõgioribus figuratis quẽadmodũ in ſuperiori factũ eſt: dico k et l altera lõgioꝝ ſil' ſumptoꝝ medietatẽ eſſe q̃dratũ. Sil'r l et m ſil' ſumptoꝝ medietatẽ eſſe q̃dratũ: ⁊ ita binorũ ⁊ binoꝝ ꝯtinue ſumptoꝝ quotquot eſſent: medietatẽ eſſe tetragonicã. Nam quia ꝑ ſcđam partẽ p̃cedẽtis mõſtratũ eſt dr̃iam k minoris ad f eſſe b: et l maioris ad f etiã eſſe b / k et l ſunt circũpoſiti atqʒ equidiſtãtes f ergo ꝑ ſcđam p̃mi f eſt numeroꝝ k et l ſil' ſumptoꝝ medietas. at f cognoſcit' eſſe q̃dratũ: ergo de k et l cõſtat ꝓpoſitũ eſſe verũ. ⁊ cõſimiliter de l et m ꝯſtabit: qꝛ eoꝝ differẽtia ad g ꝑ precedentẽ eſt c latus g quare per ſecundã primi concluditur quadratus g eſſe numeroꝝ l et m ſimul iũctorum medietatem.



Nullus altera parte longior eſt quadratus vel cubus. 26

Nã ſi aliqs altera pte lõgior vt a eſſet quadratus: ꝑ diffinitionẽ eius latera eſſent equalia. ⁊ quia eſſet altera pte longior eius latera ſola vnitate diſtarẽt. ſi ergo illa dẽtur ⁊ ſint b maior ⁊ c minor: qꝛ etiã a eſſet quadratus ſit eius tetragonicũ latus d. ⁊ qꝛ qđ fit ex b in c eſt equale ei q̇ fit ex d in ſe: ergo ꝑ viceſimãſextã ſcđi b d c ſunt ꝯtinue ꝓportionales. qđ eſt impoſſibile. Nã cũ b et c ſola vnitate diſtẽt: inter b et c nullus cadit numerus medius. ſed hic dicat aduerſarius d eſſe eq̃le b aut c: cũ ergo b c d ꝯtinue ꝓportionẽtur / oportet b et c eſſe equalia. qđ eſt ꝯtra hypotheſim. At dicat d eſſe maiorẽ b et c: tũc ergo b ad d eſt ꝓportio minoris nũeri ad maiorẽ / ⁊ d ad c ꝓportio maioris ad minorẽ. ⁊ ille ponũt' eedẽ hoc aũt impoſſibile. At dicat vltimo d vtroqʒ et b ⁊ c eſſe minorẽ: ⁊ tũc ꝓportio b ad d eſt maioris ad minorẽ et d ad c minoris ad maiorẽ: ⁊ ponũt' eedẽ / hoc iteꝝ impoſſibile. nõ eſt igit' a altera pte lõgior / q̃dratus qđ eſt p̃mũ. oſtẽdo deinde a altera pte lõgiorẽ nõ eſſe cubũ. nã ſi id poſſibile eſt: ſit a altera pte lõgior cubus ⁊ eius latera ſint: maius quidẽ b ⁊ minus c. ⁊ quadratũ b ſit d: ⁊ quadratũ c ſit e. ſitqʒ f latus a eo q' cubꝰ: cuius q̃dratũ ſit k. erit enĩ ꝑ correlariũ quarte huius vnꝰ mediꝰ ꝓportiõalis īter d et k qui ſit g. et ꝑ idẽ vnus inter e ⁊ k: qui ſit h. ⁊ ꝑ ſeptimã ſcđi q̃ ꝓportio b ad f: ea eſt d ad g / et g ad k. ⁊ ſil'r q̃ ꝓportio c ad f: ea erit e ad h ⁊ h ad k. ⁊ qꝛ ex k in f fit a / ⁊ idẽ fit ꝑ hypotheſim ex b in c: ergo ꝑ ſcđam ptẽ viceſimequinte ſcđi erit k ad b ſicut c ad f. ⁊ etiã ꝑmutati k ad c ſicut b ad f: erũt igitur īter d ⁊ c ꝯtinue ꝓportionales g et k / ⁊ ſil't inter e ⁊ b. itidẽ duo h ⁊ k. ⁊ qꝛ b ⁊ c vel erũt cõmẽſurabiles vel cõtra ſe primi: ſi ꝯmẽſurabiles / cũ b numeret d eius quadratũ: ergo ꝑ viceſimãtertiam p̃mi quicunqʒ numerꝰ numerabit b etiã numerabit d. quare d et c erũt ꝯmẽſurabiles. attamẽ qꝛ b ⁊ c ſunt ꝯtra ſe primi: d et e eſſe cõmẽſurabiles ꝑ duodecimã tertij eſt impoſſibile. ſi autẽ b et e ſint incõmẽſurabiles: per ſecundam huius b et e ſunt cubi. Sil'r ſi c et d eſſent ꝯmẽſurabiles / ꝑ idẽ qđ prius d et c eſſent ꝯmẽſurabiles: qđ ꝑ duodecimã tertij eſt impoſſibile. Si autẽ c et d ſint īcõmẽſurabiles / ergo ꝑ ſcđam huius vterqʒ eſt cubus: q̄re iteꝝ b et c erũt duo media ꝯtinue ꝓportiõalia ꝑ correlariũ q̄rte huius. at nõ mõ duo veꝝ et vnũ q̇dẽ intercidere mediũ vt in prima pte mõſtratũ eſt: eſt impoſſibile. cõſtat igitur verũ eſſe propoſitum.

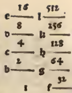


Dato altera parte lõgiore: alium ab eo altera parte longiorẽ inuenire. cuius ad illũ ſit proportio que quadrati ad quadratum. 27

Sit a datus nũerus altera pte lõgior: ⁊ eius maiꝰ latus ſit b / minus vero ſit c. ſitqʒ d duplꝰ ad b ⁊ e duplus ad c: ⁊ quadratus d ſit f. ⁊ proximus ſub eo quadratus ſit g / quo nũerus vnitate minor ſit h: et pte altera lõgior īter f et g ſit k. qꝛ enĩ ꝑ ſcđam partẽ viceſimequarte huius dr̃ia f et k eſt d: ⁊ dr̃ia k ad g eſt numerus eo minor vnitate / ideo dr̃ia k ad h eſt equalis d. ⁊ cũ dr̃ia d et c ſit binarius: q̃m du plũ dr̃ie b ad c. nã ꝑ correlariũ ſeptime ſcđi duplatoꝝ: duple ſunt dr̃ie. ⁊ cũ ex d in ſe fiat f: ⁊ ex d ī binariũ qui eſt dr̃ia eius ad e fiat dr̃ia f ad h. qꝛ fit dr̃ia f ad k et k ad h q̃ eſt dupla ad d: vt oſtẽſum eſt erit igit' h reliquus nũerus q̇ fit ex d in e. duco igit' g in h q̇ nũeri ſola vnitate diſtare ſunt poſiti: fiatqʒ l altera pte lõgior / quẽ dico eſſe quẽ q̃rimus. ducat' enĩ b in h et fiat m: ⁊ c in g et fiat n. eritqʒ ꝑ octauã ſecũdi ea proportio l ad m q̃ g ad b: ⁊ ꝑ eandẽ etiã ea ꝓportio n ad a q̃ g ad b. quare ea eſt ꝓportio l ad m que n ad a. ⁊ qꝛ ex b in h fit m / ⁊ ex c in g fit n: ideo ꝑ nonã quīti erit ꝓportio m ad n ꝯpoſita ex ꝓportiõibus b ad c et h ad g. ⁊ qꝛ d in ſe facit f / et d in e facit h: erit ꝓportio f ad h q̃ d ad e. quare ⁊ q̃ b ad c ⁊ qꝛ ꝓportio f ad g ꝯpoſita eſt ex ꝓportionibus f ad h equali b ad c et h ad g: ergo ꝓportio m ad n equal' ꝓportioni h ad g. ⁊ quia per correlariũ quarte huius inter f et g eſt vnus ꝓportionaliter medius: erit vnus ſimiliter ꝓportionaliter medius inter m et n q̇ ſit o. cũ ſit ergo o ad n ſicut m ad o / et n ad a ſicut l ad m ergo per equã ꝓportionalitatẽ indirectã / erit l ad o ſicut o ad a. capio ergo in ꝓportione l ad o tres numeros in ꝯtinua ꝓportionalitate minimos / q̇ ſint r q p: manifeſtũ eſt r et p eſſe quadratos. tunc ſic q̃ ꝓportio r ad q ea eſt l ad o / et q̃ q ad p ea eſt o ad a: ergo ꝑ equã ꝓportionalitatẽ que ꝓportio r ad p quadrati ad quadratũ ea eſt l ad a altera parte lõgioris ad altera parte lõgiorem. qđ eſt ꝓpoſitum.

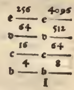


Si numeri ab vnitate ꝓportionales diſponãtur / tertiũ ab vnitate quadratum: atqʒ vno intermiſſo tertiũ ſemper eſſe quadratũ / quartũ vero ab vnitate cubum ⁊ duobus intermiſſis quartũ ſemper eſſe cubũ: ſeptimũ autẽ quadratũ cubicũ atqʒ quinqʒ intermiſſis ſeptimũ ſemper eſſe quadratum cubicum eſt neceſſe. 28



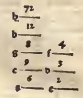
¶ Quadratus cubicus eſt quadratus qui pariter eſt et cubus. Poſita enĩ vnitate et b c d e f g h k l m n o p: vel quotquot voles numeris cõtinue ab vnitate ꝓportionalibus hec ſtatim ex decima ⁊ vndecima huius cognoſcit̃: qꝛ enĩ vnitas potẽtia ⁊ quadratus eſt ⁊ cubus. ideo ꝑ decimã huius c erit quadratus ⁊ ꝑ vndecimã d erit cubus. ⁊ ꝑ eandẽ decimã e iterũ erit quadratus ⁊ iterũ per decimã: qꝛ e eſt quadratus g erit q̃dratus. Sed et qꝛ d eſt cubus: ꝑ vndecimã g etiã erit cubus q̃ venit vt liq̃do cõſtat ſeptimus ab vnitate: quare ſeptimus ab vnitate quadratus eſt cubicus: et ita continue ꝓcede ſimiliꝫ offendes demonſtrandi modum vbiqꝫ.

29 ¶ Si numerorũ ab vnitate cõtinue ꝓportionaliũ ſecũdus ab vnitate fuerit q̃dratus oẽs erunt quadrati. q si idẽ fuerit cubus: erunt ⁊ omnes cubi.



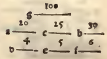
¶ Prima pars patet. nã ꝑ ꝓmiſſam etiã tertius erit quadratus. et qꝛ ſcd̃s eſt quadratus ꝑ decimã huius tertius ab illo qui eſt quartus etiã eſt quadratus. et ꝑ ꝓmiſſam qꝛ tertius eſt quadratus vno intermiſſo quintus erit quadratus. et ita deinceps quare numerorũ ab vnitate cõtinue ꝓportionaliũ ſi ſecũdus eſt quadratus oẽs erũt quadrati. Secũda pars mõſtrat̃. nã ſi ſecũdus fuerit cubus: cũ quoties vnitas in ſecũdo toties ſcd̃s in tertio. ſecũdus in ſe qui eſt cubus ꝓducet tertiũ: quare ꝑ decimãſextã huius tertius erit cubus. et ꝑ ꝓmiſſam quartus etiã erit cubus: et ꝑ vndecimã huius a quolibet eorũ aſſumptus quartus erit cubus. at illis cõtinue ſumptis oẽs ſumẽtur: conſtat itaqꝫ ſi ſecũdus fuerit cubus omnes cubos eſſe.

30 ¶ Si primoꝝ altera parte longioꝝ vnꝯ in aliũ ducat̃: ꝓueniet altera ꝑte lõgior.



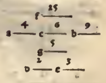
¶ Sint a ⁊ b duo hunc in modũ altera ꝑte lõgiores ⁊ medius inter eos quadratus ſit c cuius latus ſit d q̃d ꝑ viceſimãquartã huius erit differẽtia inter a ⁊ c et inter c et b. ſitqꝫ a minoris altera parte longioris latus alterũ e. eritqꝫ d maius e vnitate. et qꝛ d in ſe facit c et d in e facit a erit proportio c ad a tanqꝫ d ad e. Sit itẽ vt ex d in f fiat b erit f vnitate maior d. addat̃ itaqꝫ e ad a ⁊ ſit cõpoſitus g: qꝛ ex d in e fit a ex f in e fiet g: vt facile ꝑ decimã primi oſtendat̃ cũ numerus f numerũ d ſola vnitate ſuperet et qꝛ f in e facit g et d in e facit a: erit ꝑ octauã ſecũdi ea ꝓportio g ad a q̃ eſt f ad d. ſed et ꝑ ſeptimã eiuſdẽ etiã b ad c ſicut f ad d: quare ⁊ b ad c ſicut g ad a. quare ꝑmutatĩ b ad g ſicut c ad a: ergo ꝑ viceſimãquintã ſecũdi q̃d fit ex b in a datis altera parte longioribus eq̃le eſt ei q̃ fit ex g in c at q̃ fit ex g i c eſt altera ꝑte lõgior ꝑ diffinitionẽ: cũ g et c ſola vnitate differãt. q g ſit cõpoſitus ex a et e ⁊ differẽtia a ab ipſo q̃drato c ſit d: a qua quidẽ differẽtia d nũerus e additus a in cõpoſitione ſola diſtat vnitate. cõſtat igit̃ numerũ qui ꝓducet̃ ex b in a eſſe altera parte longiorẽ. et propoſitum.

31 ¶ Si primi quiqꝫ ꝑte altera lõgiores cũ duplo quadrati iter eos ꝯſtituti ꝯponant̃ ꝓueniet q̃dratꝯ cuiꝯ radix erit ex miore minoris ⁊ maiore maioris lateribꝯ ꝯſtituta



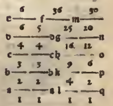
¶ Sint enĩ a ⁊ b duo quicũqꝫ proximi altera ꝑte lõgiores ⁊ eoꝝ medius quadratus c. ſintqꝫ d e latera altera ꝑte lõgioris a: et e f latera altius altera parte longioris b. dico q ſi a b cõponant̃ cũ duplo c. totũ aggregatũ vt g eſſe quadratũ: cuius radix eſt cõpoſita ex d et f. nã ꝑ viceſimãquartã huiꝯ c eſt differẽtia a ad c et b ab c: ergo ꝑ ſcd̃am primi cõpoſitũ ex a et b eſt duplũ ad c. at duplũ c cum a b duplo eiuſdẽ erũt eius quadruplũ quodõndẽ poſitũ eſt g. quattuor igit̃ in c ꝓducũt g. at quattuor numerus eſt quadratus et ſĩliter c poſitus eſt quadratus. ergo ꝑ decimãquartã ꝑmis et g cũ ꝓducat̃ ex duobus q̃dratis i ſe ductis eſt quadratus. ⁊ cũ g quadratus quadruplus ſit ad c quadratũ: ergo ꝑ tertiã huius ꝓportio lateris g ad latus c erit dupla. at cũ e ſit radix c ⁊ d et f circũpoſiti eq̃diſtẽt ipi e. ergo ꝑ ſcd̃am primi d et f ſimul ſunt duplũ e lateris c: quare radix quadrati g eſt cõpoſita ex d et f: q̃d eſt ꝓpoſitũ.

32 ¶ Si duo q̃libet proximi quadrati cũ duplo medij iter eos altera ꝑte lõgioris cõiũgant̃: cõpoſitus erit quadratus latuſqꝫ ipius ex lateribus ipoꝝ cõpoſitũ.

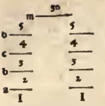


¶ Sint a b duo quilibet ꝓximi quadrati et c medius iter eos altera parte lõgior et d e eoꝝ latera: dico quadratos a b cũ duplo c efficere quadratũ vt f cuiꝯ latus erit cõpoſitũ ex d e. Nã ꝑ viceſimãquartã huius ex d in e fiet c altera ꝑte lõgior inter a et b: quare ꝑ nonã ꝓmi erũt a et c tanqꝫ q̃d fit ex d i cõpoſitũ ex d e: quodquidẽ cõpoſitũ ſit g et ꝑ eandẽ c cũ b tanqꝫ quod fit ex e in cõpoſitũ d e id eſt in g. et per eandẽ nonã quod ex d et e in g tanqꝫ q̃d fit ex g in ſe. erit igit̃ quadratũ numeri g tantũ q̃tũ a ⁊ c ⁊ c b: ergo q̃tũ a ⁊ b ⁊ c bis. fuit enĩ c bis ſcꝫ ſemel cũ a ⁊ ſemel cũ b ſumptũ: ſed illud quod fiebat ex a et b et c bis poſitũ eſt eſſe f. eſt igitur f quadratus cuius latus eſt g. et quia g eſt cõpoſitus vt poſitũ eſt ex d et e lateribus quadratorũ a et b: cõſtat totũ propoſitũ.

33 ¶ Si ad duos vſqꝫ nũeros vnitate diſtãtes/ oẽs nũeri ab vnitate coaceruẽt̃: q̃ ex coaceruatiõe ꝓueniet erit nũerus quadratus latuſqꝫ ipius coaceruatoꝝ maximꝯ.

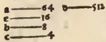


¶ Sint nũeri ab vnitate diſpoſiti ꝑ duos ordĩes vſqꝫ ad e ⁊ d duos q̃dẽ nũeros vnitate diſtãtes ꝓmus hoc modo vnitas a b c d e: et ſcd̃s hoc modo vnitas a b c d: et ſit quadratus e nũerus f. dico quadratũ f eſſe tanqꝫ oẽs nũeri illorũ duoꝝ ordinũ coaceruati. Signo enĩ oĩs q̃dratos iferiores f qui ſint diſpoſiti ꝑ ordinẽ f g h k l vnitas. eritqꝫ g q̃dratus d: et h q̃dratus c/ et k q̃dratus b/ et l q̃dratus a. ⁊ poſtea vnitas q̃ eſt ꝓme vnitatis quadratus. Intelligo ſĩlr m n o p q medios altera ꝑte lõgiores. et qꝛ ꝑ viceſimãquartã huiꝯ dr̃ia f ad m eſt e: et dr̃ia m ad g eſt d. ergo ꝑ octauã cõceptionẽ dr̃ia extremoꝝ f g eſt e d. et ſĩli argumẽto differẽtia g ad h eſt d c. et dr̃ia h ad k eſt c b/ ⁊ dr̃ia k ad l eſt b a/ et dr̃ia l ad vnitatẽ eſt a et vnitas. addita ergo vnitate ad a ⁊ vnitatẽ: fiet l. ⁊ addita b a dr̃ia ſcꝫ l ad k ad a ⁊ duplã vnitatẽ id eſt ad l: fiet k. addita inſup c b dr̃ia k ad h ad b a et a ⁊ duplã vnitatẽ id eſt ad k fiet h: ⁊ ſĩlr addita d c dr̃ia h ad g ad c b/ b a/ a et duas vnitates: hoc eſt ad h: fiet g. et addita e d dr̃ia g ad f ad d c: c b. b a: a ⁊ duas vnitates fiet f. per nonã igit̃ cõceptionẽ conſtat propoſitũ demonſtratũ.



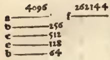
¶ Quicūq; ex numeris ab vnitate bis ſumptis coaceruaſ: eſt parte altera lōgior minuſq; laterū ipſius coaceruatorū maximus. 34

¶ Sint huiuſmodi nūeri bino ordine ſumpti vnitas a b c d qui ſimul aggregentur ſitq; m: quē dico eſſe altera parte lōgiorē / eiuſq; minus latus eſſe d. nā per p̄cedentē ſi p̄dictis nūeris addo e fiet q̄dratus f: cui⁹ d̄ria a medio altera parte lōgiore eſt e. remoto igiſ numero e a quadrato f remanet altera p̄te lōgior medi⁹ inſ f et primū minorē quadratū. Sed qui remanet amoto e eſt aggregat⁹ duorū aſſignatorū ordinū ſcʒ m: igiſ m eſt altera p̄te lōgior medi⁹ inſ f et primū minorē quadratū. Sed ille medi⁹ alt̄a p̄te lōgior fit ex d in e illorū q̄dratorū laterib⁹ per viceſimāquartā p̄mis d aūt minus eſt: ergo alt̄a p̄te lōgioris m min⁹ latus eſt d. at d ordīʒ aſſignatorū maxim⁹ eſt nūer⁹: ꝯſtat ergo tota ꝓpōſitio.



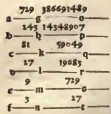
¶ Si fuerit nūer⁹ q̄drat⁹ cubic⁹: latus q̄dē q̄drati erit cub⁹ / latus v̄o cubi q̄drat⁹. 35

¶ Sit a numerus quadratus cubicus cuius quatenus quadrati latus ſit b / quatenus vero cubi latus ſit c: dico b eſſe cubū et c eſſe quadratū. Primū p3: duco eni b in a ⁊ fiat d: ꝑpalā eſt d eſſe cubum. et a cubus ip̄m numerat ſm̄ b: ergo ꝑ correlariū decimeſeptime huius b eſt cubus. qd̄ eſt p̄mū. Scd̄m oſtēditur. ſit e quadratū c / q2 qd̄ ſub c et e extremis continetur equū eſt ei qd̄ fit ex b in ſe: ergo ꝑ viceſimāſextā ſcd̄i e b c ſunt ꝯtinue ꝓportionales. ſed e p̄mus eſt poſitus quadratus: igiſ et c per decimā huius eſt quadratus. ſicq; totum conſtat ꝓpoſitum



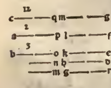
¶ Si fuerint duo nūeri quadrati cubici / medius inter illos in cōtinua ꝓportionalitate erit cubus: duorū vero mediorū vterq; quadratus. 36

¶ Sint a et b duo quadrati cubici: q2 a et b ſunt q̄drati per correlariū quarte huius eſt iter eos vnus medius ꝓportionalis qui ſit c. et q2 a et b ſunt cubi: per idē correlariū inter eoſdē ſunt duo medij ꝓportionales q̄ ſint d et e. dico ergo c eſſe cubū: et d et e eſſe quadratos. c aūt eſſe cubū declaraſ. nā duco a in b et ꝓueniat f: q2 a et b ſunt cubi / f etiā per decimāſextā huius erit cubus. ⁊ cū a c et b ſint ꝓportionales: ergo per viceſimāſextā ſcd̄i f cubus fiet ex c in ſe. quare f eſt q̄dratus ip̄ius c: eſt igiſ f quadratus cubic⁹. quare c latus f vt q̄drati ꝑ precedētē eſt cubus: qd̄ eſt p̄mū. ſʒ d ⁊ e eſſe q̄dratos hic liquet. q2 b e d ſūt ꝯtinue ꝓportiōales / ⁊ b p̄mus eſt q̄dratus: igiſ ⁊ tertius d ꝑ decimā huius. Jtē a d et c ſunt nūeri ꝓportionales / ⁊ a p̄mus eſt quadrat⁹: igiſ per eādē decimā ⁊ c tertius q̄drat⁹. Eſt igiſ tota ꝓpō nota



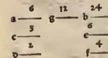
¶ Duos quadratos cubicos inuenire: inter quos numeri quotlibet medij ꝓportionaliter ſumātur. 37

¶ Si duos q̄dratos cubicos iubeor inuenire inter quos q̄libet interiaceāt medij ꝓportionales ſumo nūeros ꝓportionales p̄les duobus: ipſis medijs: quos iubeor inuenire. verbi cauſa ſi iubeor inuenire duos q̄dratos cubicos iter quos ſint quattuor medij ꝓportiōales: ſumo ſex nūeros ꝯtinue ꝓportiōales vt a b c d e f. quorū per ordinē ſumātur cubi g h k l m n: q̄ per ſextā huius ſunt etiā ꝓportionales quidē cubi in ſe ꝑ ordinē ducanſ et ꝓueniāt o p q r s t. dico itaq; o et t eſſe duos tales quadratos cubicos. nā cum g h et ceteri in ſe ducanſ: o p q et ceteri ſunt quadrati: ⁊ q2 g h et ceteri eorū ſcʒ latera ſunt ꝓportionales: ꝑ quintā huius o p q et ceteri eorū quadrati ſunt ꝓportionales. at cū g et n ſint cubi ergo ꝑ decimāſextā huius o et t erūt cubi. ſunt igiſ o et t quadrati cubici: inter quos quattuor nūeri p q r s ſunt medij ꝓportionales. quod eſt propoſitum.



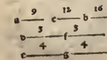
¶ Datos q̄dratos cubicos reperire: iter quos medios ſcd̄m datos nūeros ſumere ſit poſſibile. 38

¶ Sint dati nūeri a et b: ꝓpoſitūq; ſit duos q̄dratos cubicos inuenire. inter quos ſint nūeri ꝓportionales ſm̄ a ⁊ etiā ſm̄ b: ſitq; a binarius ⁊ b ternarius. q2 eni ꝓportiones ſemꝑ ſunt vno plures ip̄is medijs et a eſt binarius: ideo vt medij inuenianſ ſm̄ a oportet tres eſſe ꝓportiones. ⁊ q2 b eſt ternarius vt inueniāſ medij ſm̄ b op3 quattuor eſſe ꝓportiones. Duco ergo tria in quattuor ⁊ proueniat c. ⁊ ſm̄ c ordino ꝯtinue ꝓportiones in nūeris r d e f g h k l m n o p q: quorū q et r ꝑ precedentem ponanſ quadrati cubici. ⁊ cōiūgo quattuor ex illis ꝓportionibus vt hic ſm̄ quaternos ⁊ quatnos ordines: ⁊ habebo tres medios ꝓportionales ſcʒ n k f ꝑ equā ꝓportiōalitatē: ⁊ ſil̄r cōiūgo tres ex illis vt hic ꝑ quinos ⁊ q̄nos ordines ⁊ habebo in et g duos medios ꝓportiōales inſ q et r quadratos cubicos. qd̄ eſt ꝓpoſitum.



¶ Jnter quoſlibet duos ſupficiales ſimiles: tertiū in ꝯtinua ꝓportionalitate medium eſſe neceſſe eſt. 39

¶ Sint a et b nūeri ſupficiales ſiles: ⁊ latera a ſint c et d / ⁊ latera b ſint e et f. dico inſ a et b eſſe vnū nūerū in ꝯtinua ꝓportiōalitate. nā q2 a ⁊ b ſunt ſiles: ꝑ diffinitionē eius latera ſunt ꝓportionalia. ideo q̄ ꝓportio c ad d: ea eſt e ad f. quare ꝑmutatim q̄ ꝓportio c ad e: ea eſt d ad f. duco ergo e in d: ⁊ fiat g. ⁊ q2 c in d facit a / ⁊ b in eundē d facit g: ergo ꝑ octauā ſcd̄i ꝓportio a ad g vt c ad e. ⁊ q2 iterū e in d facit g / ⁊ e in f facit b: ergo ꝓportio g ad b vt d ad f. ſed ꝓbata eſt ꝓportio c ad e vt d ad f: ergo ꝓportio a ad g vt g ad b. eſt igiſ inter a et b numerus g medius ꝓportionalis. qd̄ erat demonſtrandum.



¶ Et ſi tertius inter eos medius ꝓportiōaliter ceciderit: duo q̄libet numeri erūt ſuperficiales ſimiles. 40

¶ Hec eſt cōuerſa p̄cedētis. Sint eni a ⁊ b q̄cūq; duo nūeri inter quos ſit c medius ꝓportiōalis: dico a ⁊ b ſupficiales eſſe ⁊ ſiles. capio eni d e minimos in ꝓportione a ad c: q̄ q2 minimi ꝑ decimānonā tertij nūerabunt a et c equaliſ. ſitq; id ſm̄ f / ⁊ ſil̄r nūerabūt c et b equaliſ: ſitq; id ſm̄ g. manifeſtū itaq; eſt cū a ſub duobus lateribus d et f / et b ſub duobus e g contineaſ: a et b ꝑ diffinitionem eſſe ſupficiales. Sed q2 ſint ſiles p3. nā q2 ꝑ hypotheſim d et e numerāt c et b ſecundū g: d numerat c ſecundum g / et e

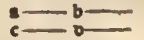
numerat c ſcðm f vt ⁊ poſitū eſt. igit̄ p viceſimāquītā ſcði d f et e g ſunt ꝓportionales: ſed d f ſunt latera a: et e g ſunt latera b. ſunt igit̄ a ⁊ b p diffinitionē ſupficiales ſiles: quod eſt ꝓpoſitū.

41 ¶ Si fuerit duo nūeri ſupficiales ſimiles: erit ꝓportio vnius ad alteꝝ tanꝗ q̄drati ad quadratum.



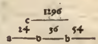
¶ Sint a ⁊ b duo ſupficiales ſiles: dico ꝓportionē a ad b eſſe q̄ quadrati ad q̄dratū. nā p ante pmiſſā erit inter eos vnus medius ꝓportionalis q̄ ſit c. Sumo ergo tres minimos in eorū ꝓportione q̄ ſint d e f per primā huius d et f erūt q̄drati. et cū q̄ ꝓportio d ad e ea ſit a ad c. et q̄ e ad f ea ſit c ad b: ergo per equā ꝓportionalitatē q̄ ꝓportio d ad f quadrati ad quadratū ea eſt a ad b. quod eſt ꝓpoſitū.

42 ¶ Si duoꝝ numeroꝝ proportio fuerit que quadrati ad quadratū: illos ſuperficiales ſimiles eſſe neceſſe eſt.



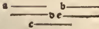
¶ Hec eſt cōuerſa precedētis. Sint a ⁊ b q̄drati et ſit ꝓportio c ad d q̄ a ad b: dico c d nūeros eſſe ſupficiales ſiles. Nā p correlariū q̄rte hui⁹ eſt vn⁹ medius ꝓportionalis īter a ⁊ b: q̄re et p duodecimā quarti vn⁹ erit medi⁹ ꝓportiōalis īter c ⁊ d. q̄re p 40 hui⁹ c et d ſunt ſupficiales ſiles: qđ eſt ꝓpoſitū.

43 ¶ Si duorū ſupficialiū ſimiliū alter in alteꝝ ducat̄: q̄dratus numerus ꝓducetur.



¶ Sint a ⁊ b ſupficiales ſiles: ducaturq̄ a in b ⁊ ꝓueniat c: dico c eē q̄dratū. Nā p triceſimānonā huius īter a ⁊ b eſt vnus medi⁹ ꝓportiōalis q̄ ſit d. q̄ ergo a d b ſūt ꝯtinue ꝓportiōales p 26 ſcði idē eſt qui ſit ex a in b ⁊ ex d in ſe. at qđ ex d in ſe ſit eſt q̄dratū: igit̄ et c qđ ſit ex a in b: qđ eſt ꝓpoſitū.

44 ¶ Si ex ductu duorum numerorum vnius in alterū producatur quadratus: illos duos ſuperficiales ſimiles eſſe conueniet.



¶ Hec cōuertit ꝑcedentē. vt ſi ex a in b ꝓducat̄ c quadratus: dico a et b eſſe ſupficiales ſiles. Nā p viceſimāſextā ſcði latus tetragonicū c erit medius ꝓportiōalis īter a et b. ergo p quadrageſimā hui⁹ a et b ſunt ſupficiales ſiles: quod intēditur.

45 ¶ Si duo numeri ſuperficiales vni fuerint ſimiles: erūt ⁊ inter ſe ſimiles.

¶ Sint a b duo numeri ſupficiales ſiles c: dico a ⁊ b eſſe īter ſe ſiles. Nā q̄ a eſt ſilis c inter a et c eſt vnus medi⁹ ꝓportiōalis qui ſit d. et q̄ b etiā ſilis c inter b et c ſil̄iter vnus medi⁹ ꝓportiōalis qui ſit e. igit̄ p decimāſextā quarti ⁊ īter a ⁊ b erit vnus medius ꝓportiōalis quare p quadrageſimā huius a ⁊ b erunt ſupficiales ſimiles: et propoſitum.

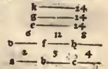
46 ¶ Si aliquis numerus in ſuperficialem ducatur: proueniens erit ſolidus

¶ Nā ſupficialis ſit ex ductu nūeri in nūerū facta vna multiplicatiōe. q̄ igit̄ ex ductu alicui⁹ in ipm ꝓducet̄ trib⁹ laterib⁹ ꝯtinebit̄ ꝯtinua facta multiplicatiōe. q̄re p diffinitionē erit ſolid⁹: qđītēdebat̄.

47 ¶ Omnis ſolidus ab aliquo ſuperficiali numeratur.

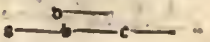
¶ Nā oīs ſolidus p diffinitionē habet tria latera quoꝝ tertiū ducit̄ in ꝓductū ex reliq̄s. at talis ꝓductus eſt ſupficialis. numerat̄ igit̄ oīs ſolidus ab aliquo ſupficiali vt ꝓponebatur.

48 ¶ Datis trib⁹ numeris cū triplici modo ſolidus ꝓcreetur: vnus tamē idēq̄ erit qui ex omnibus producetur.



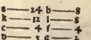
¶ Sint tria latera a b c: et pmo ex a in b fiat d: et ex c ī d fiat ſolidus e ſcðo ex b ī c fiat f ⁊ ex a ī f fiat ſolidus g. tertio ex a in c fiat h et ex b in h fiat ſolidus k. dico tres ſolidos e g k ex trib⁹ laterib⁹ triplici modo creatos eoſdē eſſe atq̄ eq̄les. Nā q̄ a in b facit d: et c in b facit f. ergo p octauā ſcði d ad f vt a ad c. ergo p viceſimāquītā ſcði idē eſt qui ſit ex a ī f et c in d: ſed a in f facit g ⁊ c in d facit e ſunt igit̄ e g ſolidi equales. Itē q̄ ex b in c ſit f et ex a in c ſit h: ergo p eandē octauā q̄ ꝓportio b ad a ea eſt f ad h. ergo p viceſimāquintā ſcði iterū idē ſiet ex a in f et b in h. ſed ex a in f ſit ſolidus g: et ex b in h ſit ſolidus k. ſunt igit̄ ſolidi e et k adinuicē equales: ſed ⁊ ſolidus e ꝓbatus eſt equalis ſolido g: ergo p cōem ſciam k ⁊ e ſunt ſolidi equales: ſūt igit̄ vt ꝓponebat̄ tres ſolidi e g k adiuicē equales: et ꝓpoſitū.

49 ¶ Omnis numerus a tribus numeris numeratus ſolidus eſſe probatur.



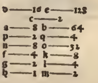
¶ Sint a b c tres nūeri nūerantes d: dico d eſſe nūerū ſolidū. nā vel a eſt pmus vel ꝯpoſitus. ſi cōpoſitus ergo p quadrageſimāſextā hui⁹ quicūq̄ nūerus in ipm ducat̄ ꝓducet ſolidū. ſicq̄ cōſtabit ꝓpoſitū. Sit aūt ſit pmus q̄ b nūerat d ſcðm aliquē nūerū. ergo p quartā tertij a nūerat b: vel alterū ſm̄ quē nūerat. quare b aut is ſm̄ quē nūerat eſt ſupficialis. erit itaq̄ p quadrageſimāſextā: vt ꝓus d ſolid⁹.

50 ¶ Omnium duoꝝ ſolidorū proportio: eſt ex laterum vnius ad latera alterius producta proportionibus.



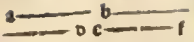
¶ Sint a et b duo ſolidi: ſintq̄ c d e latera a: et f g h latera b. dico ꝓportionē a ad b eſſe cōpoſitā ex ꝓportionib⁹ c ad f: d ad g / et e ad h. duco enī c in d et ꝓueniat k ⁊ f in g ⁊ ꝓueniat l. p nonā igit̄ quinti ꝓportio k ad l cōpoſita eſt ex ꝓportiōibus c ad f ⁊ d ad g. et q̄ p quadrageſimāoctauā hui⁹ ſi e ducat̄ in k et h in l ꝓueniēt a et b. ergo p nonā quīti ꝓportio a ad b vt k ad l et e ad h: ſed ꝓportio k ad l mōſtrata eſt cōpoſita ex c ad f ⁊ d ad g. ergo ꝓportio a ad b cōpoſita eſt ex ꝓportionibus c ad f: d ad g / et e ad h: quod eſt propoſitum.

51 ¶ Si duo ſolidi ſimiles alios duos equaliter numerēt: illos quoq̄ ſolidos ſimiles eſſe neceſſe eſt.



¶ Sint a b duo ſolidi ſimiles: nūerētq̄ d e equaliter vt ſcðm c. dico d e pariter eſſe ſolidos ſiles. aſſigno enī f g h latera a: ⁊ k l m latera b. ducoq̄ f in g ⁊ ꝓueniat n et k in l ⁊ ꝓueniat o. et q̄ h in n p quadrageſimā octauā huius facit a: et m in o facit b. eſt itaq̄ n in a ſm̄ h: ⁊ a in d ſcðm c. ergo p viceſimātertiā pmi n eſt in d ſcðm productū ex c in h q̄ ſit p. et ſil̄iter q̄ o eſt in b ſcðm m et b in e ſcðm c: p ca=

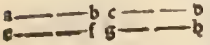
dē viceſimātertiā o eſt in c ſcdm̄ ꝓductū ex c in m qui ſit q. ⁊ q̄ꝛ c in h facit p/ ⁊ c in m facit q: ergo que ꝓportio h ad m per ſeptimā ſcdi ea eſt p ad q. quare ⁊ que ſ ad k/ ⁊ g ad l. ſed p in n facit d: ⁊ q in o facit e vt mōſtratū eſt. Sed tm̄ ſ eſt in g q̄tum n: et k in l q̄tum o. ergo p ſ g in ſe facit d: et q k l in ſe facie̅t e. ſunt ergo d et e ſolidi: et latera d ſunt p ſ g/ ⁊ latera e ſunt q k l. ſed illa probata ſunt proportionalia: ergo d et e ſunt etiam ſimiles. quod eſt totum propoſitum monſtratum.



Inter quoſlibet duos ſolidos ſimiles: duo nnmeri in ꝯtinua proportionalitate medij intercidunt. 52

Nam per penultimā ꝓpoſitione̅ erit ꝓportio vnius illorū ſolidorū ad reliquum tanq̄ lateris ipſius ad latus alterius ꝓportio triplicata. Sumam ergo quattuor numeros in ꝓportione lateris ad latus. ⁊ q̄ꝛ primi ad quartū erit ꝓportio lateris ad latus triplicata: illa erit eadem ꝓportioni ſolidi ad ſolidū. ergo ꝑ duodecimā quarti quot media ſunt inter primū ⁊ vltimū tot erūt inter ſolidū et ſolidū. at media ſunt duo: ergo inter ſolidū et ſolidum itidem erūt duo. quod eſt propoſitum.

Si fuerit quattuor nūeri ꝯtinue ꝓportionales: duo extremi erūt ſolidi ſimiles. 53



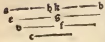
Hec eſt ꝯuerſa precede̅tis. Sint a b c d quattuor numeri cōtinue ꝓportionales: dico a ⁊ d eſſe ſolidos ſimiles. Sumo enī e ſ g h quattuor illius ꝓportionis minimos qui ſi cū aſſignatis iide̅ fuerit/ cū ꝑ ſcdam huius e et h ſint cubi: ſilr a et d erūt cubi. quare ſolidi ſimiles ſicq̄ꝫ firmū ſtabit ꝓpoſitū. Porro ſi iidem nō ſint/ cū e et h ꝑ quītam quarti ſint cōtra ſe p̄mi: quare per viceſimā tertiā in ſua ꝓportiōe minimi. ⁊ ꝑ decimānonā eiuſde̅ equaliter nūerabūt a ⁊ d. ſed e et h cū per ſcdam huius ſint cubi: ipſi ſunt ſolidi ſiles. ergo iterū per quīquageſimā primā huius a et d ſunt ſolidi ſimiles: qđ eſt propoſitū.

Omniū duorꝫ ſolidorꝫ ſimiliū: eſt ꝓportio vnius ad alterū tanq̄ cubi ad cubū. 54

Sint a ⁊ d ſolidi ſiles: dico ꝓportione̅ a ad d eſſe ꝓportione̅ tanq̄ cubi ad cubū. q̄ꝛ ꝑ quīquageſimā ſecūdam huius inter a ⁊ d ſunt duo medij ꝓportionales. ſint ergo illi b c: capio vt prius e ſ g h in illa ꝓportione minimos quorū ꝑ ſcdam huius ꝯſtat e ⁊ h eſſe cubos q̄ ſi iide̅ ſint cū p̄dictis ꝯſtat ꝓpoſitū. ſi nō/ ide̅tide̅. q̄ꝛ ꝑ equā ꝓportiōalitate̅ q̄ ꝓportio e ad h cubi ad cubū: eade̅ eſt a ad d. qđ iterꝫ eſt ꝓpoſitū

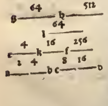
Q ſi vnius ad alterū fuerit proportio tanq̄ cubi ad cubum: quoſlibet duos numeros ſolidos ſimiles eſſe neceſſe eſt. 55

Hec eſt ꝯuerſa p̄cede̅tis/ q̄ ideo ꝟa eſſe cōuincit: q̄ꝛ ꝑ correlariū quarte huius iter quoſlibet cubos duo īncipiātur medij ꝓportiōales. igr̄ ꝑ duodecimā quarti ⁊ iter illos ſolidos iide̅ duo iteriacebūt medij ꝓportiōales. ergo ꝑ 53 hui⁹ duo extremi q̄ erūt ſolidi aſſignati: erūt ſolidi ſiles. qđ eſt ꝓpoſitū.



Si fuerint duo ſolidi vni ſolido ſimiles: ipſi quoq̄ꝫ inter ſe erunt ſimiles. 56

Sint a b duo ſolidi ſimiles ſolido c: dico a et b eſſe ſolidos inter ſe ſiles. Nā q̄ꝛ a c ſunt ſolidi inter ſe ſimiles: ergo ꝑ quīquageſimāſecūdam huius inter a ⁊ c ſunt duo medij ꝓportionales q̄ ſint d et e. ⁊ ſiliter ꝑ eande̅ inter b et c qui ſint f g: igitur ꝑ decimāſeptimā quarti duo ſiliter erūt inter a ⁊ b. quare a et b per quīquageſimātertiam huius inter ſe ſunt ſolidi ſimiles. qđ erat demōſtrandum.



Si fuerint quattuor numeri proportionales et duorꝫ extremorꝫ quilibet in quadratum alterius ducatur: prouenient cubi aliorum. 57

Sint a b c d quattuor nūeri ꝯtinue ꝓportionales: ſitq̄ꝫ e quadratū a/ et ſ quadratū d ducaturq̄ꝫ d in e et ꝓueniat g/ ⁊ a in ſ ⁊ ꝓueniat h: dico igr̄ g et h eſſe cubos b et c. duco enī b in ſe ⁊ fiat k: q̄ꝛ e et k ſunt quadrati quorꝫ latera ſunt a b/ erit ꝑ tertiā huius ꝓportio e ad k tanq̄ ꝓportio a ad b duplicata. quare tanq̄ b ad d: ergo per 25 ſcdi ide̅ eſt qui fit ex b in k et e in d. ſed qui fit ex b in k eſt cubus b/ qui aute̅ ex e in d eſt g: igr̄ g eſt cubus b. ſiliter ſi ducatur c in ſe ⁊ fiat l: erit per eande̅ tertiā huius ꝓportio l ad ſ tanq̄ a ad b duplicata: quare tanq̄ a ad c: quare per 25 ſcdi vt prius ide̅ erit qui fit ex c in l et a in ſ. qui aute̅ fit ex c in l eſt cubus c: ⁊ qui fit ex a in ſ eſt h/ igr̄ h eſt cubus c. qđ eſt propoſitum.

Datis lateribus ſiue laterꝫ ꝓportionibus: ſolidorꝫ ſūmā hitudine̅q̄ꝫ iueſtigare. 58

Hec in ſolidis ꝯtinuis eq̄ et diſcretis eāde̅ habet ꝟitatis certitudine̅: ſi p̄mo de̅tur latera duc quomodocūq̄ꝫ illa in ſeīuice̅ tria ſcꝫ vnius ⁊ tria alterius ⁊ ꝓueniēt ſtatī ꝑ quadrageſimāoctauā huius ſolidorꝫ ſūme. ſi aute̅ laterꝫ ꝓportiones de̅tur/ ꝯpone per tertiā quīti laterꝫ ꝓportiones: ſiue eas per ſextam quīti cōtinua/ ⁊ proportio ex laterꝫ ꝓportionibus cōpoſita per quīquageſimā huius aut q̄ ex ꝯtinuatis cōponetur: erit ꝓportio ſolidi ad ſolidū ſicq̄ꝫ nota erit ſolidorꝫ habitudo atq̄ꝫ totū qđ ꝓpoſitio proponit notū.

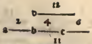
Sexti elementorum Arithmetices Jordani finis.

Par nūerus eſt qui in duo eq̄lia diuidi poteſt. Impar eſt in quo aliqua prima pars eſt abſq̄ꝫ pari: additq̄ꝫ ſupra pare̅ vnitate̅. Parium nūerorū alius pariter par/ alius pariter ipar: ⁊ alius ipariter par. Pariter par eſt que̅ nullus ipar nūerat. Pariter ipar eſt que̅ quicūq̄ꝫ nūer āt: cū ſecūdū impare̅ nūerāt. Impariṫ par eſt que̅ quidā par ſcdm̄ pare̅ ⁊ q̄dā ſcdm̄ ipare̅ nūerāt. Medius iter duos nūerus diciṫ: qui iter eos poſitus eq̄liter ab vtroq̄ꝫ diſtat. Medij dicunṫ duo nūeri qui nō habe̅tes aliq̄ue̅ inṫ poſitum: equales habe̅t ad extremos dr̄ias. Perfect⁹ nūerus appellaṫ:

qui ex omnibus ſuis partibus cõiunctis perficitur. Abundans dicitur: ad quem omnes ſue partes comparate: maius habere reperiuntur. Diminutus vero cuius partes coniuncte omnes minus ipſo conſtituunt.

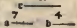
1 ¶ Si quotlibet ſibi coacceruentur pares: qui proueniet erit par.

¶ Nam ex diffinitione paris quotquot aſſignabũtur: eorũ quilibet habet medietatẽ. at omnes eorũ medietates p ſextã primi adiuicẽ coniũcte: coaceruati dimidiũ cõſtituunt. coaceruatus igitur cũ in duo equa diuidi poſſit: erit par. qđ intẽdebatur.



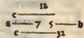
2 ¶ Si par et impar coniungantur: compoſitus erit impar.

¶ Nam ſi ab ipari auferaẽ vnitas cũ ſolã vnitatẽ per diffinitionẽ ſuper parẽ addat: reliquẽ par. qui ſi addaẽ alteri pari: p ꝓcedentẽ cõpoſitus erit par. cui quidẽ ſi ablata reſtituaẽ vnitas: totus per diffinitionẽ fiet impar. at ille erit qui ex pari ⁊ ipari ꝯſtat: ratũ eſt ergo qđ ꝓpoſitio intẽdebat.



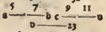
3 ¶ Si impar impari addatur: proueniet numerus par.

¶ Nã ſi ab vtroqꝫ eorũ demaẽ vnitas: relinquẽtur duo pares. qui per ãtepremiſſam cõſtituẽt numerũ parem. cui quidẽ compoſito ſi iungãtur due ablate vnitates / que parem cõſtituunt: per eãdem ãtepremiſſam totus rurſum euadet par. hoc autẽ intẽdebat propoſitio.



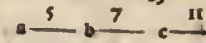
4 ¶ Si impares numero pares ſibi coaceruentur: totus ex eis conflatus erit par.

¶ Nã cũ nũerus quo eos ſumim⁹ ſit par: in eo binarius aliquoties ſumeẽ q̃ toties p ꝓcedentẽ binario copulati erũt pares. igẽ p primã hui⁹ adiuicẽ ſimul additi cõſtituũt nũerũ parẽ. qđ eſt ꝓpoſitum.



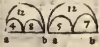
5 ¶ Si impares numero impares coaceruentur: compoſitus erit impar.

¶ Nã ſi vnus eorũ omittatur per precedentẽ cõpoſitus erit par: ergo p ſecundã preſentis / ſi cõpoſito addatur omiſſus impar: totus qui inde naſcitur ex omnibus compoſitus erit impar. qđ eſt ꝓpoſitum.



6 ¶ Si a pari detrahatur par: relinquetur par.

¶ Nam ſi relinqueretur impar: idem cum detracto additus per ſecundã preſentis conſtituiſſet imparem. quod eſt contra hypotheſim. erit igitur verum propoſitum.

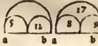


7 ¶ Si impar a pari tollatur: reſiduus erit impar.

¶ Nam ſi reſiduus poneretur par: idem detracto appoſitus per ſecũdam huius cõſtituiſſet imparẽ. quod eſt cõtra hypotheſim. verum igitur eſt propoſitum.

8 ¶ Si ab impari impar tollatur: remanebit par.

¶ Nam ſi remaneret impar: idem ablato additus per tertiã huius cõſtituiſſet parem. at poſitus eſt impar: relinquitur igitur par. quod eſt propoſitum

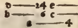


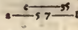
9 ¶ Si par impari ſubſtrahatur: reliquus erit impar.

¶ Nam ſi reſiduus eſſet par: ſubſtracto additus per primã huius cõſtituiſſet parem: quod eſt contra poſitum. relinquitur igitur propoſitum verum.

10 ¶ Omnis numerus per parem multiplicatus: parem producit.

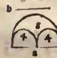
¶ Nam ſi multiplicat parem: per diffinitionem toties multiplicatus erit in producto / quoties vnitas in multiplicãte. ⁊ cũ multiplicatus ſit par: tot illi pares ſimul additi p primã huius ꝯſtituũt ꝓductũ parẽ. ſi autẽ multiplicet iparẽ: per idẽ toties erit multiplicatus impar in ꝓducto / quoties vnitas in multiplicãte. at vnitas in eo poniẽ eſſe in numero pari: ergo p quartã huius / illi impares: numero pares ſimul additi cõſtituũt iterum parẽ. quod eſt totum propoſitum.





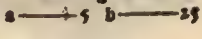
11 ¶ Si impar in imparem ducatur: qui producetur erit impar.

¶ Nam multiplicatus impar p diffinitionẽ toties erit in ꝓducto. quoties vnitas in multiplicãte impari. at in illo vnitas eſt in numero impari: igitur p quintã huius / illi impares et numero quidẽ impares ſimul additi: conſtituẽt productũ imparẽ. quod eſt propoſitum.



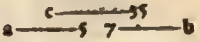
12 ¶ Quemcunqꝫ par numerat: eum eſſe parem neceſſe eſt.

¶ Nam par numerãs p diffinitionẽ poteſt in duo equa diuidi / in cui⁹ medietates ſi numerus ſcḋm quẽ numerat ducaẽ: p nonã primi eũdem ꝓductũ ꝓducit. at idẽ numer⁹ in alterã medietatũ ductus / ꝓducti ꝓducit dimidiũ: igẽ ꝓductus vt qui poteſt in duo equa ptiri / p diffinitionẽ eſt par qđ eſt ꝓpoſitũ.



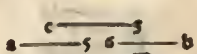
13 ¶ Quicunqꝫ imparem numerat: impar eſt.

¶ Nam ſi ponas ꝙ qui eũ numerat ſit par: p precedentẽ numerat⁹ erit par. quod eſt contra hypotheſim. qui igitur eũ numerabit / ſi quis numeret: erit impar. quod eſt propoſitum.



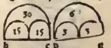
14 ¶ Si impar imparem numeret: ſecundum imparem eum numerabit.

¶ Nã ſi impar numeraret imparẽ ſecũdũ parẽ. ergo alternatim p octauã primi / par numeraret eundem ſecũdũ imparẽ. quod p duodecimã huius / eſt impoſſibile. verũ igitur propoſitum.



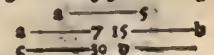
15 ¶ Si impar parem numeret: ſecundum parem eum numerare conueniet.

¶ Nã ſi impar ſecundũ imparẽ eũ numeraret: ergo p vndecimã huius totus eſſet ipar. at poſitus eſt par: accideret itaqꝫ contra hypotheſim. relinquetur igitur propoſitum.



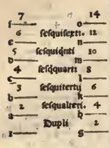
16 ¶ Si parem impar numeret: dimidium quoqꝫ ipſius numerabit.

¶ Nam ſi impar parẽ numeret: p premiſſam / ſecundũ parẽ eũ numerabit. cũ itaqꝫ ois par medietatẽ habeat: impar ergo ille p illius medietatẽ multiplicatus / per octauã et nonã primi producet totius medietatẽ. numerabit igitur impar ille: numerati dimidium. quod eſt ꝓpoſitum.



17 ¶ Si numerus impar ad aliquem numerum fuerit primus: idem quoqꝫ et ad eius duplum erit primus.

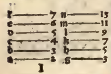
¶ Ut ſi impar a ſit prim⁹ ad b: dico ipm eſſe primū ad c duplū b. nā ſi nō fuerit primus ad c: ergo a ⁊ c cōicabūt. erit igitur p diffinitionē numerus cōiter numeros a et c numerās: qui ſit d. ⁊ q2 d numerat a et c/ et c eſt par quia dupl⁹ b/ ⁊ ideo qui poteſt in duo equa partiri: igitur p pcedentē d etiā nūerabit b dimidiū c. quare a et b cōicabūt: qđ eſt contra hypothesim. erit igit a primus ad c: qđ eſt propoſitū.



¶ Si diſpoſitorum ab vnitate numerorum ſecundum naturalem ſeriem: omniū dupli ſumantur: prouenient omnes pares ab vnitate/ eruntq₃ parium eodem ordine ſumpte que et numerorum ab vnitate diſpoſitorum proportiones. 18

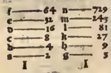
¶ Diſpono numeros ab vnitate ſecundū naturalē seriē/ vnitas a b c d e f: quorū p ordinē ſumo duplos g h k l m n o: dico primo oēs pares ab vnitate vſq₃ o eſſe acceptos: ſecūdo que pportiones ſunt numerorū ab vnitate diſpoſitorū: vt a ad vnitatē/ b ad a/ c ad b/ d ad c/ e ad d et f ad e. tales eſſe p ordinē i ordine pariū: vt h ad g/ et k ad h/ et l ad k et ita ceterorū. Primū pz. nā primo duplos eſſe pares manifeſtū eſt: cū quilibet eorū in duo dimidia que equa ſunt diuidi poſſit. Et q nullus alius ab acceptis ſit par certū eſt: q2 talis nō haberet mediū in nūeris. q ſi haberet vllū/ coincideret cū aliquo aſſignatorū: certū eſt ergo oēs pares fuiſſe acceptos. Secūdū patet. nā que pportio a ad h: ea eſt vnitatis ad g. ergo pmutatī p tertiā ſecūdi que pportio a ad vnitatē: ea eſt h ad g. Itē que b ad k: ea eſt a ad h. ergo p eandē que b ad a: ea eſt k ad h. ⁊ ita p eandē cōſimiliter pcede: et totū ſimū ɔcludes ppoſitum.

¶ Si numerorꝫ ab vnitate naturali ſerie diſpoſitorū: duo ⁊ duo cōtinue cōiūgāt fiēt ōnes ipares ab vnitate. ipſorꝫq₃ imparū proximi quiq₃: erūt contra ſe primi. 19



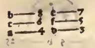
¶ Diſponat ordo nūerorꝫ ab vnitate ſm eorꝫ naturalē ſeriē: ɔiūgāturq₃ quiq₃ duo ⁊ duo proximi. dico primo omnes ab vnitate fieri impares: ſecūdo ſo quoſq₃ duos pximos eſſe contra ſe primos. Primū patet. nā quicūq₃ duo pximi in naturali ſerie numerorū p diffinitionē ſola vnitate diſtāt: quare eorū alter eſt par/ et alius impar. ipſi igitur ſimul additi: p ſecundā huius totū conſtituūt imparē. Sed q nullus ſit impar pter illos ſic ɔſtat: alioqui nō poſſet ille impar diuidi in primas partes/ quarꝫ vna ſuper alterā addit vnitatē: qđ eſt contra diffinitionē. aut ſi diuidat conſtituetur ex duobus numeris in naturali ſerie numerorū pximis: qđ eſt propoſitum. Secundū patet. nā cū ois impar ab vnitate addita vnitate ⁊ vnitate ſubſtracta habeat circūpoſitos pares/ et ois par circūpoſitos impares ab eo ſola vnitate diſtātes: p conceptionē igit dīa quorūcunq₃ pximorū impariū eſt binarius. at binarius eſt numerus primus cū a nullo alio numero pter vnitatē numeret: additus igit binarius qui eſt numerus primus vnitati cōſtituet primū imparē numerꝫ primū. quiquidē binarius nūerus primus additus ternario numero etiā primo: p primā tertij conſtituet numerꝫ ad alterū primū. Itidē et per nonam tertij argumētabere: et ita de quibuſlibet duobus pximis oſtēdere perfacile eſt. qđ eſt propoſitum.

¶ Si numerorum ab vnitate proportionalium ſecundus ab vnitate fuerit par: reliquos ōnes pares eſſe. q ſi idē fuerit ipar: reliquos itidē ipares eſſe neceſſe eſt. 20

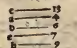


¶ Nā ſi ſecūdus eſt par: q2 numerat ab vnitate ſecūdus nūerabit tertiū/ ⁊ terti⁹ quartū ſicq₃ deinceps. quare p viceſimātertiā primi ſcđus q eſt par nūerabit oēs reliquos. ſunt igit reliqui oēs p duodecimā huius pares qđ eſt ppoſitum quo ad hoc. et ſi ſcđus eſt impar q2 nūerat ab vnitate: ideo ipſe in ſe ductus nūerabit tertiū et p viceſimāquintam ſecūdi tertius ſecūdū eūdē quartū et ita deinceps. igitur p vndecimā huius eorū quilibet erit impar: quod eſt totum ppoſitum.

¶ Inter quoſlibet duos numeros quorꝫ vterq₃ par eſt aut vterq₃ ipar: vn⁹ eſt medius. q ſi vnus fuerit medius vtrūq₃ parē aut iparem eſſe neceſſe eſt. 21

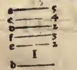


¶ Nā ſi vterq₃ fuerit par: ipſi ſimul additi p primā huius conſtituūt nūerū parē. ⁊ ſi vterq₃ fuerit impar p tertiā huius idē eueniet. ſi itaq₃ illius ſumat medietas p ſecūdā partē ſecūde primi/ illa erit numerus a quo illi numeri eqdiſtabūt p diffinitionē. igit numer⁹ ille erit inter illos medius. Scđm pz nā ſi int eos ſit medius p primā partē ſcđe pmi idē duplicatus eſt tanq₃ illi ɔiūcti/ qui cū ſit par eo q eſt duplus ſi alter eorum ſit par: per ſextam huius et reliquus. et ſi alter eorum ſit impar: per ſeptimā eiuſdē et reliquus: quod eſt propoſitum.



¶ Inter parem et imparē vel nullus eſt medius vel duo: q ſi duo fuerint inter eos medij: alterum parem et alterum imparem eſſe conuincitur. 22

¶ Si vnitate diſtiterit par atq₃ ipar: inter eos nullus incidet medius. q ſi āplius quicūq₃ diſtiterint vt par a et impar b: dico int a et b eſſe duos medios. nā p ſecundā huius a et b iūcti: cōſtituūt numerꝫ iparē vt c. q per nonā eiuſdē diuidi poterit in duos vnitate diſtātes q ſint d e: quos dico p tertiā pmi equidiſtare a et b. quare p diffinitionē ſunt medij. qđ eſt primū. Scđo dico q ſi int a et b ſint duo medij: alterū eſſe parē et alterū imparē. nā ſi duo vt d e intiaceāt medij: p diffinitionē vnitate diſtabūt. quare eorū alter erit par et alter impar. cōiūcti igit d e p ſcđam huius cōſtituēt imparē. at a b cōiūcti per tertiā pmi conſtituunt eandē. quare ſi alter fuerit par: per nonam huius reliquus erit impar. et ſi alter fuerit impar per octauā huius reliquus erit par. qđ eſt ppoſitum.

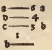


¶ Inter quēlbet iparem et vnitatē vnus eſt medi⁹: idēq₃ eſt maior ipſius portio. q ſi iter vnitatē et ipſū vn⁹ medi⁹ extiterit: quēlibet talē nūerꝫ iparē eſſe ɔueniet. 23

¶ Sit a quilibet impar et b vnitas: dico inter a et b eſſe vnū mediū qui eſt maior portio a. dico etiam q ſi int a et b vnus ſit medius: numerū a eſſe imparē. Primū patet. nā cū a numerus ipar ſuperet b

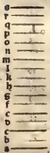
vnitatẽ in numero pari vt in c q̄ eſt differẽtia a ad b:et qꝛ c eſt par/ diuidat̃ in duo equa d atq̧ e. capio ergo numerũ ſcuius e ſit differẽtia a ad b: quẽ dico eſſe mediũ int̃ a et b. nã qꝛ per cõceptionẽ dr̃ia a ad b cõſtituta eſt ex differẽtijs a ad f et f ad b:⁊ differẽtia a ad b ſit c. erit ergo c cõſtitutus ex e differẽtia f ad b eius dimidio et d altero eius dimidio: quare d equalis e differẽtia eſt a ad f. eſt igr̃ f medius inter a et b. et cũ a addat vnitatẽ ſuper c differẽtiã eius ab vnitate b:⁊ e ſſimiter vnitatẽ ſuper e: erit a conſtitutus ex portionibus e f. at f qui eſt medius numerus maior eſt portio ⁊ e minor. conſtat itaq̧ inter imparẽ ⁊ vnitatẽ eſſe vnũ mediũ: eundẽq̧ eſſe iparis maiorẽ portionẽ qḋ eſt ꝑmũ. Scḋm ſimiliter. nã ſi inter a ⁊ vnitatẽ b ſit f medius: p diffinitionẽ a ad f et b ad f equales ſunt dr̃e. ſed cũ p cõceptionẽ differẽtia a ad b ↄpoſita ſit ex differẽtijs a ad f et b ad f: illa cũ in duo equa diuidi poſſit: erit par. at illã numerus a vnitate ſupat: a igit̃ p diffinitionẽ eſt impar. qḋ eſt ſcḋm ⁊ totũ ꝓpoſitum.

24 Inter parẽ et vnitatẽ vel nullus erit medi⁹: vel duo minorq̧ paris dimidium. q̧ ſi iter ipſũ et vnitatẽ duo fuerit medij: eũ eſſe parẽ neceſſe eſt.



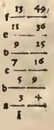
Sit a quilibet par: et b vnitas. ſi a ſit par ꝓxime ſequẽs vnitatẽ cũ ſola vnitate diſtẽt: int̃ a et vnitatem nullus erit medius. q̧ ſi ãplius vnitate diſtent: dico ꝑmo int̃ a et b duos eſſe medios/ minorẽq̧ eſſe paris dimidiũ. Scḋo q̧ ſi int̃ a quẽcunq̧ numerũ ⁊ b vnitatem duo medij cõſtiterit: a eſſe parem. Primũ oſtẽdit̃. nã a paris: ab vnitate b differẽtia eſt impar. que ideo p parẽ et imparẽ vnitate diſtãtes p nonã huius partiri poteſt. partiat̃ itaq̧ illa dr̃ia in duas tales portiones: tunc capio c numerũ: cuius quidẽ minor portio ſit differẽtia ad b: p cõceptionẽ maior portio erit differẽtia a ad c. at maior portio minorẽ vnitate ſuperat: capio ergo numerũ cõtinue ſequentẽ c q̄ ſit d. differẽtia enĩ a ad d: minor erit vnitate differẽtia a ad c. quare differẽtia a ad d et c ad b ſunt equales: ſunt igitur c et d medij inter a et b. et quia p ſecundã primi c eſt medietas dr̃i et differẽtie c ad b ſimul iũctorum: ⁊ d et dr̃ia c ad b equant̃ a/ cũ d ⁊ dr̃ia c ad b addant vnitatem a ad c et c ad b. eſt igit̃ c minor mediorũ medietas paris a. et hoc eſt primũ. Scḋm declaratur. nã ſi inter a et vnitatẽ b: ſint duo medij vt c d: quorũ c ſit minor et d maior/ differẽtia c ad b minor eſt vnitate differẽtia ipſius c ad a. earũ igitur vna eſt par/ et alia impar. addite igit̃ ſimul per ſecũdam huius cõſtituũt numerum imparẽ: qui per conceptionẽ eſt differẽtia a ad b: cui ſiqdem addideris vnitatẽ/ conſtitues a: eſt igitur a par. qḋ eſt ſecundum.

25 Si ipares oẽs ab vnitate diſponãtur ⁊ totidẽ poſt quẽlibet ſumãtur: quotus ipſe ab vnitate fuerit: extremum ab illo nũerari ↄueniet. et itẽ tot⁹ ab illo quotus ipſe a primo idẽ a primo nũerabit̃: ſicq̧ deinceps. oẽſq̧ i medio relicti erũt primi.



Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k/l/m/n/o/p/q/r/s impares ab vnitate ↄtinue diſpoſiti: et quotquot vlterius voles. dico primo q̧ ſi accepto a/ q̄ ternarius eſt primo ab vnitate impare: quotus ipſe eſt ab vnitate totũ imparẽ poſt ipm accipias vt d/ id eſt tertiũ: a ipſum numerare. et ſi totũ itez poſt d accipias vt g: itez a ipm numerare. ⁊ ſi totũ poſt g vt l: itez a ipm numerare. ⁊ ita ↄſiter. Secũdo. medios oẽs vt b c/ e f/ h k: et ita ↄſequẽter ad a eſſe primos. Primũ pꝫ. nã qꝛ ternarius tertius eſt ab vnitate: tres poſt accepti impares ⁊ ipſe/ ſunt quattuor. quare inter a ternariũ et d tertium poſt ipſum/ ſunt b et c duo impares medij: et tres differẽtie equales. impariũ enĩ cõtinue ordinatorũ ad impares: differẽtia eſt binarius/ dr̃e ſcꝫ totidẽ quot ſunt vnitates in illo. ſed tota differẽtia d ad a per conceptionem bis repetitã: cõponitur ex illis tribus differẽtijs. igit̃ a in vnã illaꝝ ductus: ꝓducit totã. at ipſe toti differẽtie additus: conſtituit d. igitur a numerat d. ⁊ ſimiliter oſtẽdit̃ a numerare g. ſunt enĩ quinq̧ int̃ medij impares et ſex binarij differẽtie eq̄les: duple q̄dẽ tribus primis. ⁊ dr̃ia g ad a eſt cõpoſita ex illis ſex ergo a p viceſimãtertiã primi illã nũerabit. at a toti differẽtie h ad ſe additus cõſtituit g: a igit̃ numerat g. ⁊ ſimiliter nũerabit l: qꝛ dr̃ia l ad a erit tripla dr̃e d ad a. cõſimiliterq̧ nũerabit o: qꝛ differentia quadrupla. et hũc in modũ ↄſiter. Secundũ pꝫ. nã primo a nõ numerabit b: q̄nquidẽ detracto a de b/ p duodecimã primi a numeraret binariũ differẽtiã reſiduã maior ſcꝫ minorẽ. qḋ eſt impoſſibile. neq̧ p idem numerabit c: nã ipſo ſubſtracto d/ c nũeraret differẽtiã c ad a. que cũ ſit binarius bis ſumptus/ ſi ſubſtrahat̃ ab illa differẽtia numerabit reſiduũ dr̃iam ſcꝫ dr̃e que erit vnitas: maior ſcilꝫ minorem et numerus vnitatẽ. qḋ eſt impoſſibile. Ita quoq̧ probabis e et f et reliquos int̃ medios eſſe primos ad a. nã ſi a numeraret e: ſubſtraho e ab g. et qꝛ a numerat g vt oſtẽſum eſt/ et e p hypotheſim numerũ ſubſtractũ: ergo p duodecimã primi numerat drĩam e ad g/ que eſt cõſtituta ex duobus binarijs. quod nuper moſtratũ eſt impoſſibile. Similiter ſi numeraret f/ ſubſtraho f ab numero g: et reſiduus erit binarius vt notũ eſt. et a numerat g et detractũ f: ergo numerat reſiduũ qui eſt binarius maior minorẽ. qḋ eſt impoſſibile. Et ita ꝓba b numerare g/ n/ s: ſed int̃ medios oẽs eſſe ad b primos. et c numerare l et a et intermedios ad ipſum eſſe primos: habebiſq̧ ↄſimili vbiq̧ argumẽtatione ꝓpoſitũ. atq̧ ita habetur ipares relictos qui poſt aliquẽ totorũ toti nõ veniũt: oẽs p tridecimã hui⁹ eſſe primos.

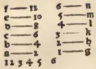
26 Si ab vnitate impares coaccreuentur: qui prouenit et erit quadratus.



Sit vnitas et ſuo ordine cõſequẽtes ipares a/b/c/d/e/f: dico vnitatẽ et a cõſtituere quadratũ. Itẽ vnitatẽ a et b cõſtituere quadratũ/ et vnitatẽ a b et c. et ita conſequẽter quotquot ſi̾ aggregauerit. Diuido enĩ a primũ imparem in duas portiones vnitate diſtãtes: ⁊ certũ eſt maiorẽ diſtare vnitate ab vnitate ⁊ minorẽ vnitati eſſe equalẽ/ quas vno ordine ſituo iuxta primã vnitatem/ certũ eſt duos eſſe ordines ab vnitate ſumptos vſq̧ ad duos vnitate diſtãtes(vnitatẽ enĩ hic nole numeri cenſemus) ergo p triceſimãtertiã ſexti/ vnitas ⁊ due ille portiones aggregate cõſtituũt quadratũ. at due ille portiones equãtur ipari vnitatẽ ſequẽti. vnitas igit̃ et a impar ſequẽs ſimul iũcta: cõſtituũt quadratum.

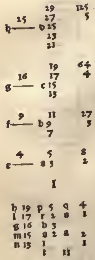
Itē reſoluto a in vnitatē et binariū / cū binarius ſit vrīa b ad a b reſolueꝛ per nonā huius in duas portiones. quaꝝ vna erit binarius / ⁊ altera binario vnitate maior: id eſt equa a. que cū prima vnitate ſtatuanꝛ vno ordine iuxta portiones a / tūc erūt duo ordines ab vnitate ad numeros vſqꝫ vnitate diſtantes diſpoſiti: ergo per eandē tertiā et triceſimā ſexti / illi ſimul aggregati cōſtituūt quadratū. at vnitas cū portionibus b et portionibus a equaꝛ vnitati a et b ſimul: igiꝛ vnitas a et b ſiꝛ aggregata cōſtituūt quadratū. Siliꝛ ſi diuidas c in duas portiones vnitate diſtātes: cū c ſupet b ſolo binario / maior eius portio ſola vnitate maior erit maiore portione b / ⁊ minor equalis maiori. ſtatuā ergo eas iuxta portiones b / et tūc erūt duo ordies ab vnitate vſqꝫ ad nūeros vnitate diſtātes diſpoſiti: ergo illi ſiꝛ aggregati p eandē triceſimātertiā ſexti efficient quadratū. at vnitas ⁊ ille portiones ſiꝛ equanꝛ vnitati a b et c. igiꝛ illa ſimul aggregata ſiliter cōſtituūt quadratū. et ita de quolibet altero argumētabere: ordinādo portiones vnitate diſtātes vt inceptū eſt p duos ordines. Nam qꝛ ſequēs impar ab īferiore ſemper binario diſtat / ideo eius minor portio maiori inferioris equabiꝛ: ⁊ maior ſequētis eandē inferioris maiorē vnitate ſupgredieꝛ. ſicqꝫ clarū habebis ꝓpoſitum. Et ex hac cognoſciꝛ qđ in tertio auditionis phyſice ex Pythagora adducit Ariſtoteles ſuis quadratis ꝯtinue adiūctos īpares nunq̄ mutare ſpeciē: ſed ſemper q̄dratos reliquere. hicqꝫ īpares quadratorū gnomonas appellari.

Si pares ab vnitate ſibi coacerueꝛ: coaceruatꝰ ab oibus erit altera pte lōgior. 27



Diſpono pares ab vnitate a / b / c / d / e / f et quotquot voluero: dicoqꝫ a et b ſimul / eſſe alt͞a parte lōgiorē et a b et c. ſiliter a / b / c / ⁊ d. et ita ꝯtinuer. nā ipſos p equalia diuido: quorū vnas medietates hic et alias illic ordino. et qꝛ p decimāoctauā huius / illi erāt dupli numerorū ab vnitate ſeriatim ꝓcedētiū: ordines illi ab vnitate ſ͞m naturalē numerorū ſeriē ꝓcedunt: ergo p triceſimāquartam ſexti / duo prima media ⁊ duo ſecūda ſimul coaceruata cōſtituūt alt͞a parte lōgiorē. at illa equanꝛ a et b ſimul ⁊ p eandē triceſimāquartam duo tertia media cū medijs prius poſitis cōſtituūt altera parte lōgiorē: et illa equātur a b et c / et ita cōſequēter. ſicqꝫ cōſtat propoſitum.

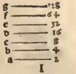
Si diſpoſitis īparibus ab vnitate duo primi poſt vnitatē ꝯiūgātur: ac poſt illos tres: poſt quos vero quatuor ſicqꝫ deinceps ſcd̄m naturale nūerorū augmētū: qui producētur erūt cubi. latuſqꝫ cuiuſlibet ꝯiunctorū imparium numerus. 28



Diſponanꝛ ab vnitate īpares: p̄mo vnitas p ſe que eſt cubus ⁊ cubi eius / latus. deīde p̄mi duo īpares vt a. poſt quos tres ſequētes p ſe vt b. poſt quos quattuor vt c. dehic quiqꝫ / poſtea ſex / ⁊ ita ꝯtiter ſcd̄m naturale augmētum numerorū. dico duos p̄mos aggregatos facere cubū: cuius latus eſt numerus īparium / id eſt binarius. Siliter tres alios cōgregatos cōſtituere cubum: cuius latus eſt numerus illorū īparīū cōiūctorū id eſt ternarius. ⁊ ita deinceps. capio p̄mo aliquē numerū ſ͞m quē ſumunꝛ īpares ad cubū conſtituendū: ſitqꝫ p̄mo par vt c / cuius q̄dratus ſit g qꝛ enī c p cōceptionem totus eſt ab vnitate quota pars eius eſt vnitas: erit vt ipſe et vnitas et oēs infra eum numeri vt a et b tot ſint nūeri quot in ipſo ſunt vnitates. ⁊ cū numeri ſ͞m naturale nūerorū augmentum ſint capti: ipſe totus erit pariū quot ſub ipo ſunt īpares. vnitatem enī imparē voco: tot igitur impares ſub eo ſunt quot in eius dimidio ſunt vnitates. diſponanꝛ ergo duo ordines ab vnitate / quorū vnus termineꝛ in c / ⁊ alter in b: ſitqꝫ b minor c vnitate qui a enī per triceſimātertiam ſexti illi ſiꝛ aggregati cōſtituūt quadratū: cuius latus eſt c. quē q̄dē quadratus poſitus eſt eſſe g. et c eſt par: quare p decimā huiꝰ / et g eius quadratus eſt par. Et hic quoqꝫ euenit vt medietas c cū b et inferioribus b ſit tanq̄ medietas quadrati g. ideo quot vnitates in b et īferioribus eius et dimidio tot erūt īpares vſqꝫ g: qꝛ nūcria p ordinē diſpoſitis quilibet par tot īpares ſub ſe habeat: quot in eius medietate ꝯtinet vnitates. Sumo itē tot īpares vltra g / quot ſunt vnitates in reliqua medietate c: ſitqꝫ vltimus h. erit ergo h totus īpariū ab vnitate q̄t vnitates ſunt in c et in īferioribus eius: ſed prius ſumptorum īpariū vltimū vt k / totū ab vnitate eſſe manifeſtū eſt. erit igiꝛ k idē cū h. et qm̄ impariū ſ͞m ſe ſumptorū medietas eſt ſupra g ſumpta: reliqua medietas erit infra g locata. et qꝛ g p ſcd̄am p̄mi duorū circūſtātiū proximorū eſt medietas: vt ī figuratione l et m. et p eandē duorū aliorū: vt h et n medietas. et ita quotquot fuerit. ergo adiuuāte vndecima p̄mi eueniet vt numerus ex illis īparibus aggregatus ſit tanq̄ numerus ex c in pariū numero in g ꝓductus. erit igiꝛ ꝓductus ex illis īparibus cubus atqꝫ numerus īpariū latus eius. qđ eſt ꝓpoſitū quo ad hoc. Sit ſecūdo b numerus impar aliquorū impariū ſecundum quē conſtituendus eſt cubꝰ cuius quadratus ſit f. qꝛ enī b eſt impar: igiꝛ per vndecimā huius et f eſt īpar. diuido enī f in duas portiones īequales ⁊ vnitate diſtātes p decimānonam huius quaꝝ maior ſit p / et minor q. quia enī f numerus impar ſuperfluit ſ͞m numerorū ſeriē abſqꝫ pari hic fiet vt quoties vnitas in p totus impariū ſit ſ ab vnitate: et quoties vnitas in q tot ſint pares ſub ipſo. conſtituo itaqꝫ duos ordines: primū ab vnitate vſqꝫ b / et ſecūdū ab vnitate vſqꝫ a. ſitqꝫ b maior vnitate a. et intelligo b diuiſum in duas partes vnitate diſtātes: qꝛ eſt impar. quaꝝ maior ſit r / et minor ſit s: p triceſimātertiam ſexti / illi aggregati conſtituunt q̄dratū / cuius latus eſt b. ille autē quadratus poſitus eſt f: quare adiuuante eadem a cum ſuis inferioribus et r maiore portione b / tot cōtinent vnitates: quot et continentur in p. ſunt igitur tot īpares ſupra f: quot vnitates in a. ſit ergo vltimus t. quia enī f totus erat īpariū ab vnitate quot ſunt vnitates in a in īferioribus et in r: ergo t totus eſt īpariū ab vnitate / quot ſunt vnitates in b et in omnibus ſuis īferioribus. ſed et ſumptorum imparium vltimus totus erat ab vnitate: quare t eſt illorum vltimus. numeri igitur b: aſſignatorū impariū tot ſunt ſupra f / quot infra eritqꝫ f illorū medius. omnes igitur per idem qđ prius cum f cōnumerati: erunt eſſi / q̄tum ipſe per numerum omnium: id eſt b multiplicatus. et qm̄ b in ſe producit ipſum f / manifeſtum eſt b in ipſum producere cubū: cuius latus eſt ipſe b numerus aſſignatorum imparium. ſicqꝫ totum conſtat propoſitum.

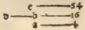
29 ¶ Numeri ab vnitate dupli: ſunt pari ter pares tantum.

¶ Ordinẽtur ab vnitate oẽs pͣriter dupli: dico eos oẽs eſſe pariter pares. ⁊ nullos pͥter eos eſſe pariter pares. cũ eni duplus vnitate ſit binarius qui eſt par / ⁊ ſecũdus illoꝝ numeroꝝ ab vnitate ꝓportionalũ: p viceſimã huius oẽs alij ſunt pares. et cũ binarius ſecũdus ab vnitate ſit numerus pͥmus: ergo p viceſimãſextã quarti quicũq; aſſignabitur eo facto vltimo: nullus ipm̃ numerabit niſi aliquis in ordine illoꝝ parium ãtecedẽtiũ poſitus. quare/cũ quilibet erit par quẽ nullus impar pͥter vnitatẽ nũerat: p diffinitionẽ qlibet eoꝝ erit pariter par. at ꝙ nullus pͥter eos ſit piter par pꝫ. nã ſi dctur alius / diuidatur p mediũ / ⁊ eius medietas p mediũ: ⁊ ita donec occurrat. qui nõ poſſit ãplius diuidi. q̃ ſi fuerit ipar / qm̃ p viceſimãtertiã pͥmi nũerabit extremũ: nõ erit nũerus datus pariter par / qualis ponebatur. ſi aũt fuerit vnitas / qꝛ eius duplũ fuit binarius: ipſe erit de numeris ab vnitate duplis.



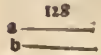
30 ¶ Si pariter par in pariter parem ducatur: producetur pariter par.

¶ Sint a ⁊ b duo nũeri pariter pares / ducaturq; alter in alterũ ⁊ ꝓueniat c. dico c eſſe nũerũ pariter parem. Nã ſi c nõ ſit pariter par: numeret ergo eũ quicũq; impar ſi poſſibile eſt qui ſit d. qꝛ ergo d impar numerat c productũ ex duobus a et b in ſe ductis: ergo p quĩtam tertij d impar cõicat cũ altero a aut b. numerabit ergo cõiter quicũq; numerus: d et a aut b. qui qꝛ d ponitur ipar: p decimãtertiã huius erit impar. nũerabit igitur impar a aut b numerũ ſcꝫ pariter parẽ. qđ eſt ĩpoſſibile. nõ igiť c nũerabiť ab ipari / q̃ cũ p duodecimã huius ſit par: p diffinitionẽ ꝯſtat ipm̃ eſſe piter pem. qđ eſt ꝓpoſitũ.



31 ¶ Quicũq; numerat pariter parem: ipſe quoq; eſt pariter par.

¶ Sit a pariter par / quẽ numerat b quicũq; numerus: dico b eſſe numerũ pariter parem. nã ſi b eſſet numerus impar cũ poſitus ſit numerare a: nõ eſſet a numerus pariter par. qđ eſt contra hypotheſim. erit igitur b numerus par: qui ſi nõ fuerit pariter par numerabit eũ aliquis impar. quare et idem impar p viceſimãtertiã primi numerabit a numerũ pariter parem. qđ eſt impoſſibile. manifeſtũ eſt ergo nullũ imparem numerare b. quare per diffinitionem eſt pariter par.



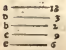
32 ¶ Si ſumãtur quotlibet numeri pariter pares ab vnitate ꝓcedẽtes: oẽs et vnitas cũ eis coacervata numerũ proximo pariter pari / vnitate minorem efficient.

¶ Sit vnitas et a / b / c / d / e ordine ꝓcedẽtes pariter pares. dico ꝙ vnitas a b c d ſil' aggregata ꝯſtituunt numerũ vnitate minorẽ e. nã p viceſimãnonã huius quilibet ſequẽtiũ eſt duplus pcedẽtis: quare ſequẽs eſt tanq; precedẽs duplicatus. Et a ſecũdus ab vnitate ſuperat eã vno: quare vnitas ⁊ a minꝰ ſunt vno q̃ ipſe a duplicatus. ergo minus vno q̃ b. quare vnitas a et b minus vno q̃ b duplicatꝰ: ergo q̃ c. quare vnitas a b ⁊ c minꝰ vno q̃ d. quare iteꝝ vnitas a b c ⁊ d ſil' minus vno q̃ e. qđ eſt ꝓpoſitũ.



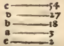
33 ¶ Omnis numerus cuius medietas eſt impar: eſt pariter impar.

¶ Sit numerus par a / cuius medietas ſit c numerus impar ⁊ b binarius: dico a eſſe numerũ pariter imparem. nam qꝛ c eſt medietas a: ergo b binarius numerabit a ſcd̃m c. dico rurſum ꝙ quicũq; alius par numerabit a ſcd̃m imparẽ ipm̃ numerare. ⁊ eſto vt e alius par ipm̃ numeret ſcd̃m d: dico d eſſe imparem. nã qꝛ qđ fit ex d in e eſt a / ⁊ qđ fit ex b in c ſimiliter eſt a: ergo per viceſimãquintã ſcdi q̃ ꝓportio d ad b / ea eſt c ad e. ergo pmutatĩ q̃ d ad c: ea eſt b ad e. at cũ oĩs numerus par alius a binario ſiat coti nuc addẽdo binariũ primo ad binariũ ⁊ deinde ad ſuũ precedentẽ: binarius ergo oẽm parẽ numerat. b ergo nũerabit e: quare ⁊ d numerabit imparẽ c. eſt ergo d p decimãtertiã huius impar. quicũq; ergo par nũerat a ſcd̃m imparẽ eũ numerat: quare p diffinitionẽ a eſt pariter impar. qđ eſt ꝓpoſitum.



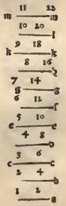
34 ¶ Si impar in numeꝝ pariter imparem ducatur: qui ꝓueniet erit pariter impar.

¶ Sit a numerus impar / b vero pariter ipar / et c numerus ꝓductus ex a in b: dico c eſſe numerũ pariter imparẽ. ſit eni d medietas c / cũ c p duodecimã huius ſit par: et e binarius. qꝛ e in d facit c / a ſiliter a in e facit eundẽ c: ergo p viceſimãquitam ſecũdi que ꝓportio e ad a / ea eſt b ad d. quare permutatim q̃ ꝓportio e ad b: ea eſt a ad d. ſed e binarius impariter eſt in b / cum b ſit pariter impar: ergo et a impar eſt impariter in d. numeratq; a numerũ d ſcd̃m imparẽ: ergo per vndecimã huius / d eſt impar et c per precedẽtem / cũ eius medietas d ſit impar: erit pariter impar. qđ eſt propoſitũ.



35 ¶ Nũeris paribus ab vnitate diſpoſitis / tertius a primo atq; ab illo tertius / vno quoq; ĩtermiſſo oẽs a prius ſumptis tertij ſunt pariter impares tm̃.

¶ Cõtinuẽtur pares ab vnitate ſintq; a / b / c / d / e / f / g / h / k / l / m / ⁊ ſic pͣriter: dico tertiũ c / ⁊ e tertium ab illo / ⁊ g rurſus ab hoc tertiũ ⁊ ita deinceps vno ſemp intermiſſo eſſe pariter ipares. Nã p tricemãoctauã huius illoꝝ pariũ medietas ſunt nũeri ab vnitate naturali ordine diſpoſiti: quoꝝ vnus eſt par ⁊ alius impar alternatĩ poſiti. pͥmi ergo pariũ id eſt binarij qm̃ medietas eius eſt vnitas q̃ potẽtia eſt ipar: erit ⁊ potẽtia pariter ipar. ſcd̃s ꝟo ab eo nõ erit pariter ipar: qꝛ eiꝰ medietas eſt par. At c tertiꝰ ⁊ quitus ⁊ ſeptimus ⁊ nonus erũt pariter ipares p penultimã huiꝰ: cũ eoꝝ medietates ſint ipares. qđ eſt ꝓpoſitũ quo ad hoc. Nec alij pares quicũq; erũt pariter impares: qꝛ eoꝝ medietates ſunt pares. ſicq; par vt binarius eos ſm̃ parẽ nũerabit: q̃re p diffinitionẽ nõ erũt pariter ipares. qđ eſt totũ ꝓpoſitũ.



36 ¶ Numerorum pariter imparium continue ſumptorum: equales ſunt differẽtie.

¶ Hoc eni ideo eſt ꝙ ſi oẽs pares ꝯtinue ſumãtur: erit oĩm illoꝝ eadẽ dr̃ia. nã binarius. Sũptis igiť binc exigẽtiã ꝓcedẽtis paribus ⁊ cõtinue pariter ipares vno ĩtermiſſo: erũt per ꝯceptionẽ eoꝝ dr̃ie ex dr̃ijs ipoꝝ ad medios ꝯpoſite: quaꝝ cũ media ſint eq̃lia / ⁊ tote ꝓ ꝯceptiõem erũt eq̃les. qđ eſt ꝓpoſitũ

¶ Numerus a duobus non duplus cuius medietas eſt par: eſt impariter par. 37.

¶ Sit a qlibet numerus par: cuius medietas b ſit par: et nõ ſit a de numero duplorũ ab vnitate ſumptorũ: dico a eſſe nũerũ ipariter parẽ. Nã cũ eius medietas b ſit par. nõ eſt pariter ipar. et cũ nõ ſit de numero duplorũ ab vnitate ſumptorũ: ergo p viceſimãnonã huius nõ eſt pariter par. a ſufficiẽti igitur diuiſione eſt ipariter par. qd eſt ppoſitũ. Sed ⁊ oſtenſiue ſic. cũ medietas a ſit par / et binarius numerus par ſcdm eam ipm numeret: p diffinitionẽ a nõ eſt nũerus pariter ipar. ſed ⁊ cũ nõ ſit de nũero duplorũ ab vnitate ſumptorũ ſi ipſe in duo media diuidatur: et media iterũ in media. in hac cõtinua diuiſione neceſſe eſt aliud ab vnitate occurrere: qd diuiſionẽ in duo media ſiſtat. quare nũerus ille erit ipar. et qz ille eſt pars partis: ergo p viceſimãtertiã primi eſt et pars totius. quare p decimãquintã huius ille ipar totũ ſcdm parẽ numerabit. at cũ par ipm ſcdm parem nũeret: ergo p diffinitionẽ a totus: eſt ipariter par. quod itez eſt propoſitum.

c —— 96
b —— 12
a —— 8

¶ Ex ductu pariter paris in impariter parem: prouenit impariter par. 38

¶ Sit a nũerus parit̃ par: ducaturqz in b ipariter parẽ et pueniat c. dico c eſſe nũerũ ipariter parẽ. Nã per hypotheſim a nũerus par numerat c ſcdm b qui eſt par. et qz ipar nũerat b cũ ſit ipariter par: idẽ impar p viceſimãtertiã primi numerabit c. et nõ niſi ſcdm parẽ: alioqn p vndecimã hui⁹ c eſſet impar. cõſtat ergo p diffinitionẽ: c eſſe ipariter parẽ: et propoſitũ.

a —— 12
b —— 6
a —— 24
b —— 12
d —— 6
c —— 4
c —— 2
a —— 48
b —— 12
d —— 6
e —— 8
c —— 4

¶ Omnis impariter par fit ex pariter pare in pariter iparem. quo fit vt omnem impariter parẽ: numeret pariter par ipariter. 39

¶ Sit a quilibet nũerus ipariter par: dico ipm fieri ex pariter pare in pariter iparẽ. nã medietas a eſt par. alioquin a eſſet pariter ipar. Eſto itaqz b medietas a: ſi medietas b ſit ipar: ergo b p triceſimãtertiã huius eſt pariter ipar. et cũ binarius nũeret a ſcdm b cõſtat pariter parẽ nũerare a ſcdm pariter iparẽ. at ſi b medietatis ipariter paris a medietas ſit par: ſit ea d cui⁹ d quidẽ medietas ſit ipar. Ideo d p 33 huius erit pariter ipar et per viceſimãtertiã primi numerabit a. ſitqz hoc ſcdm e: ⁊ ſit c binarius. quia b numerat a ſcdm c: et d numerat eundẽ ſcdm e: ergo p viceſimãquintã ſcdi q̃ pportio b ad d ea eſt e ad c. ſed b eſt duplũ d: igitur et e duplũ c. quare p decimãoctauã huius e eſt pariter par: ⁊ numerat a ſcdm d pariter iparẽ. cõſtat ergo itez ppoſitũ: et ſi tertius numerus primũ diuiſione facta occurreret pariter ipar: accepto penultimo partũ loco b / et eius dimidio loco d et e loco c: per eandem viceſimãquintã ſcdi ↄcludes ppoſitũ. et vniuerſaliter quoties hec ſubdiuiſio fiet: toties fiat ab vnitate pariter partũ duplatio. et ſumpto penultimo partũ cũ ſuo dimidio per triceſimãtertiã huius et viceſimãquintã ſecũdi cõſimiliter cõcludes ppoſitũ. Correlariũ patet accepta medietate pariter iparis et duplo pariter paris: q̃ quidẽ pariter par cũ pariter ipare nũerabat ipariter parem adiuuante ſemp viceſimaquinta ſecundi.

¶ Si diſponant̃ in longũ pariter pares: ⁊ in latũ pariter ipares: qui ſecundũ angulares cõuẽtus pducũtur: ſunt ipariter pares tm̃. et ipoꝝ in lõgitudine quidem eſt ſimilitudo pportionũ: in latitudine vero differentiarũ equalitas. 40

Longitudo

¶ Continue proportionales.

Latitudo — ¶ Pariter impares							
	26	52	104	208	416	832	1664
m	22	44	88	176	352	704	1408
l	78	36	72	144	288	576	1152
k	14	28	56	112	224	448	896
h	10	20	40	80	160	320	640
g	6	12	24	48	96	192	384
		2	4	8	16	32	64
		b	c	d	e	f	

¶ Pariter pares.

Longitudo

¶ Horũ equales ſunt differentie

¶ Diſponãtur b / c / d / e / f parit̃ pares ſm lõgum: et g h k l m pariter impares ſcdm latũ. Dico pmo qui pducunt̃ ex b i g / h k l m ⁊ ex c in eiſdẽ: et ſĩliter ex d / e ⁊ f in eiſdẽ: eſſe ipariter pares ⁊ ſolos tales. nam oẽs illi fiunt ex ductu parit̃ paris in pariter iparẽ. ergo per triceſimãnonam huius quilibet eorũ eſt impariter par. et ſi alius eſſet impariter par pter eos q̃ ex illis pſter paribus ſm ſuã ſeriẽ ordiatis ⁊ pariter iparibus pducũtur: ille nõ fieret ex pariter pare in pariter imparem. qd per pcedentẽ eſt ipoſſibile. ratum eſt ergo qd dicitur. ¶ Secũdo dico oẽs in longitudine vt oẽs in linea g et oẽs l linea h: ⁊ ita de reliquis / eſſe cõtinue pportionales. nã qz b binarius pmus pariter parũ ducit̃ in g: manifeſtũ eſt ſcdm in linea g: qui inde pducitur eſſe duplũ ad g: et in pportione c ad b. ſed et qz b in g facit ſcdm ab ipo g et c in g facit tertiũ: ergo p octauã ſcdi q̃ pportio c ad b ea eſt tertij ad ſcdm. ⁊ ita cõſimiliter oſtẽde de reliquis p octauã ſcdi adiuuãte viceſimanona huius que b / c / d e f cõtinue pportionales eſſe demonſtrat. Et ex hoc demõſtrare promptũ eſt per viceſimãſextã ſecũdi qd fit ex ductu vnius medioꝝ in ſe: tãtũ eſſe qtũ quod fit ex ductu circũpoſitorũ vnius in alterũ. et p viceſimãquitã eiuſdẽ quod fit ex ductu vnius mediorũ in aliũ: tm̃ eſſe qtũ quod fit ex ductu circũpoſitorũ et eqliter ab eis diſtantiũ vnius in alterũ. ¶ Tertio dico oẽs numeros ſcdm latitudinẽ in vnaquaqz linearũ ab g incipiẽtes et ad m i latũ euadẽtes: equales habere differentias. qz enĩ in prima linea q̃ eſt pariter iparũ differentie cõtinue ſint equales: ſtatim p triceſimãſextã huius eſt cognitũ. Sed qz ſecũde linee numeroꝝ equales ſint differentie / declarat̃. nam p nonã primi tm̃ eſt qd fit ex b in g ⁊ in differentia h ad g qtũ quod fit ex b in h. addit igitur quod fit ex b in h ſecũdus ſcilz impariter partũ ſecũde linee ſuper eo quod fit ex b in g

ꝑmo ſcꝫ impariter pariū eiuſdē lineæ: tm̄ q̄tum eſt quod fit ex b in differētiam g ad h. et quia iteꝝ ꝑ eandē nonā pimi tm̄ eſt quod fit ex b in h ⁊ in differētiam k ad h: q̄tum qđ fit ex b in k. addit igitur quod fit ex b in k ſuꝑ eo qđ fit ex b in h ſcꝫ tertius impariter pariū ſuper ſecundum: q̄tum eſt qđ fit ex b in differentiā k ad h. ſed differētia k ad h tāta eſſe ꝓbata eſt: q̄ta differētia h ad g. eſt igiꝰ equalis dr̄ia illoꝝ impariteꝛ pariū. ⁊ ita ꝯſiter per nonā de reliquis expedies. Et ex hoc facile demōſtrabile eſt ꝑ ſcđam ꝑmi ꝙ quilibet illoꝝ duplatus tm̄ eſt: q̄tum duo circūpoſiti ꝯiūcti. ⁊ ꝑ tertiā eiuſdē ꝑmi ꝙ duo nedū cōiūcti tm̄ ſunt: q̄tum circūpoſiti / ⁊ equali interuallo ab eis diſtātes pariter accepti.

41 ❡ Quēcunqꝫ numerat impariter par: idem etiam eſt impariter par.



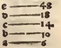
❡ Sit a quicūqꝫ numerus ipariter par / qui numeret b: dico b eſſe impariꝰ parem. Nam q2 a par nūerat b: ergo ꝑ duodecimam huius b erit par. quo fit vt quoties a numerat b: toties medietas a numeret medietatē b. ſed medietas a cū ſit impariꝰ par eſt par: igiꝰ per duodecimā huius ⁊ medietas b eſt par ſed et aliquis impar numerat a numerum impariꝰ parem: igitur idem numerabit b per viceſimātertiā primi. eſt igitur b per diffinitionē numerus impariter par. quod eſt propoſitum.

42 ❡ Si pariter impari impariter par ſiue pariter par ſuper binarium coniungatur: ꝯpoſitus erit pariter impar.



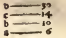
❡ Sit a quicūqꝫ pariter impar: cui adiūgaꝰ b quicūqꝫ impariꝰ par aut pariter par ſuꝑ binariū / ſitqꝫ c compoſitus. dico c eſſe pariter imparem nam q2 a eſt pariꝰ impar: eius medietas eſt impar. et q2 b eſt impariꝰ par: per triceſimāſeptimam huius / eius medietas eſt par. medietas igiꝰ b ⁊ medietas a ſimul ꝑ ſecūdam huius cōſtituūt numerum imparem. at numerus ex medietate a et medietate b cōſtitutus eſt medietas cōpoſiti c. igiꝰ per triceſimāſextam huius c eſt pariꝰ impar. ⁊ ita argumentabere ſi pariꝰ impari addiꝰ numerus pariteꝛ paꝛ ſupeꝛ binarium. quod eſt propoſitum.

43 ❡ Si pariter impares numero pares coniūgantur: ꝯpoſitus erit pariter par vel impariter par



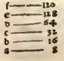
❡ Nam quia cuiuſlibet illoꝝ medietas eſt impar: per quartam huius cōpoſiti medietas erit par. non eſt igiꝰ compoſitus per triceſimātertiam huius / pariꝰ impar. quare a ſufficienti diuiſione erit aut pariter par aut impariter par. quod eſt propoſitum.

44 ❡ Si pariter impares numero impares cōiungātur: componetur pariter impar.



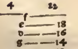
❡ Nam quia cuiuſlibet illoꝝ pariter imparium medietas eſt impar / et ſunt in numero impari: igiꝰ ꝑ quītam huius illoꝝ medietates coaceruate cōſtituūt numerum imparem. compoſiti igiꝰ medietas eſt impar. ergo ꝑ triceſimamtertiam huius / compoſitus eſt pariꝰ impar quod intendiꝰ.

45 ❡ Si diuerſi pariter pares quotlibet ſupra binariū ſibi coaceruentur: ex ipis cōſtitutus erit impariter par.

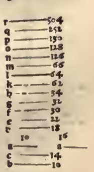


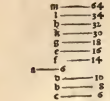
❡ Sint a / b / c / d quotlibet numeri pariꝰ pares ſupra binariū et d maximus: ſitqꝫ e duplus ad d / ſitqꝫ f compoſitus ex a / b / c / d: dico f eſſe impariꝰ parem. nam q2 a b c d ſunt pares: ꝑ primā huius f eſt par et q2 ſunt a b c d pariter pares ſupra binarium: eoꝝ medietates ſunt numeri pares. addite ergo ſimul ꝑ primam huius conſtituūt parem. ⁊ q2 ꝑ triceſimāſcđam huius a b c d ſimul aggregati minus ſunt q̄ e: ergo f eſt minor e. at e eſt primus pariꝰ par poſt d: igiꝰ f non eſt pariꝰ par. ⁊ cum eius medietas ſit par: ergo ꝑ triceſimamſeptimam huius eſt impariter par. quod eſt propoſitum.

46 ❡ Pariter ipares ſcđm datū numerū parē inuenire: qui ꝯiūcti faciāt pariter parē



❡ Sit primo a nūerus par ſm quē iubemur pariꝰ impares tales qui proponunꝰ inuenire: qui ⁊ idem a ſit pariter par. quot ergo ſunt vnitates in a: tot continuo pariꝰ impares ab vnitate quorum medietas ſit b c: ſitqꝫ d proximus aſcendendo pariter par. et ſi inter c et d ſit iteꝝ aliquis pariter impar: circa d hinc ⁊ inde ſumo pariter impares ſm dimidiū a / ita vt omnes ſint ſumpti ſm numeꝝ a. ſintqꝫ inferiores c g: et ſuperiores e f. q2 enim d eſt par / ⁊ nō eſt pariter impar: ꝑ triceſimāquintam huius primi pares hinc ⁊ inde g et e ſunt pariteꝛ impares. quare et g e equaliter diſtāt a nūero d: ⁊ q2 ſiliter ꝑ eandē vno pari interpoſito poſt e ſequiꝰ f: ⁊ vno interpoſito poſt g ſequiꝰ c. etiā equidiſtabūt hinc et inde c et f ab nūero d. ergo ꝑ ſcđam primi g et e ſimul ſunt duplū pariteꝛ paris d. quare ꝑ viceſimānonā huius g et e ſimul ſunt pariteꝛ paꝛ. et ꝑ eandē ſcđam primi c et f ſimul / ſunt duplū d eiuſdē pariteꝛ paris. ſunt igiꝰ pariteꝛ impares ſimul ſumpti ſm numerū a ſcꝫ g / e / ⁊ c f quadruplū d: ⁊ duplū duplo ad d. quare ꝑ viceſimānonā huius c / g / e / f ſiꝰ ſunt pariteꝛ paꝛ: ſiue ſunt tm̄ q̄tum qđ fit ex a ꝑiteꝛ pare in d pariteꝛ pem. quare ꝑ triceſimā huius / qui inde ꝓduciꝰ eſt pariteꝛ paꝛ. quod iterum eſt ꝓpoſitum quo ad hoc. At ſi a non ſit pariteꝛ paꝛ / capio quencūqꝫ numerū ꝑiteꝛ parem vt a alterū: qui vltro citroqꝫ habeat ꝑiteꝛ impares: vt b c d e. ⁊ ſumo duplū a: qui ſit g. qui etiā ꝑ viceſimānonā huius eſt pariter par. ſintqꝫ f h ſui circūpoſiti pariter impares. deinde capio l duplū g: qui etiā eſt pariter par. ⁊ k m circūpoſitos pariter impares. ſiliter capio o duplū l ⁊ circūpoſitos pariter ipares / n p et hoc toties coꝫ vſqꝫ fiat quouſqꝫ habeamus pariter impares acceptos ſm datū numerū a: quos quia hic totidē accepi / dico numerum ex b c d e f h k ⁊ ceteris ſumptis pariter imparibus: cōpoſitum eſſe pariter parem. ⁊ ſit q pariter par: acceptus duplus ad o. q2 enim ꝑ ſecūdam ꝑmi c d ſimul ſunt q̄tū g duplū a: et etiam ꝑ eandē b e q̄tū g duplū a: igiꝰ c d et b e ſimul / q̄tum l duplū g. ſed ꝑ eandē ſecūdam ꝑmi f h q̄tum l duplū g. ergo b c d e f h: q̄tum o duplum l. ſed k m q̄tum o duplum l ꝑ eandem ſecūdam: igiꝰ b c d e f h k m q̄tum q duplū o. ſed et per eandem ſecūdam n p q̄tum q duplum o: igitur b c d e f h k m n p ſimul q̄tum duplum q. qui ꝑ viceſimamnonam huius eſt pariter par. ſicqꝫ conſtat ꝓpoſitum.

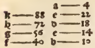




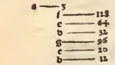
¶ Scdm datũ parẽ: pariter ĩpares ſumere. q̃ impariter parẽ cõiuncti ↄſtituant. 47

¶ Sit a datus numerus par ſcdm quẽ ſubeat ſumere numeros pariter ĩpares: qui cõiũcti cõſtituant numerũ ĩpariter parẽ. ſumo b / e h / cõtinue numeros pariter pares poſt binariũ ſcdm medietatẽ nũeri a circa quos ſint c d f g k l circũpoſiti pariter ĩpares. dico c d f g k l pariter ĩpares ſcdm nũerũ a ſumptos: ſimul iũctos cõſtituere nũerũ ĩpariter parẽ. et ſit m duplũ h qui etiã p viceſimãnonã hui⁹ eſt pariter par. qꝛ eni p ſcdam p̃mi c d ſimul ſunt tm̃ q̃tũ e duplũ b: et p eandẽ f g q̃tũ h. et k l q̃tũ m. erũt c d f g k l ſimul q̃tũ tres pariter pares e h m cõtinue ſumpti poſt binariũ. at e h m ſimul per quadrageſimãquintã huius conſtituunt impariter parem: igitur et c d f g k l ſimul. quod eſt propoſitũ.

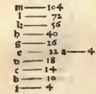
¶ Impariter pares quotlibet reperire: qui coaceruati faciãt pariter parem. 48



¶ Sit p̃mo a nũerus datus par ſm quẽ ꝓpoſitũ eſt ĩpariter pares reperire: qui coaceruati cõſtituant pariter parẽ: inuenio p quadrageſimãſextã hui⁹ totidẽ pariter ĩpares q̃ coaceruati cõſtituãt nũerũ pariter parem: qui ſint b c d e. et duco aliquẽ pariter parẽ in quẽlibet eoꝝ: et ꝓueniãt f g h k totidẽ qui per triceſimãoctauã hui⁹ erũt ĩpariter pares. at p nonã primi idẽ eſt qđ fit ex illo pariter pare i b c d e: ⁊ in cõpoſitũ ex b c d e. at cõpoſitũ ex b c d e p hypotheſim eſt pariter par: ergo per triceſimã huius quod fit ex pariter pare in b c d e eſt pariter par. aliud aũt eſt cõpoſitũ ex ĩpariter paribus f g h k ſm datũ numerũ inuentis. eſt igiť effectũ qđ ꝓponebať quo ad hoc. ¶ Sit ſecũdo vt a ſit ĩpar ſcdm quẽ ꝓpoſitũ ſit reperire ĩpariter pares qui cõſtituũt pariter parẽ ſumo per imediate monſtratũ ĩpariter pares ſcdm parẽ minorẽ vno a: qui aggregati ↄſtituãt pariter parẽ: ſintq̃ b c. ſitq̃ d pariter par ex b c coaceruatus. ſumo f tertiũ pariter parẽ ab ipſo: e quidẽ medio pariter pare interpoſito. et qꝛ dria f ad d cõſtat ex dria d ad e q̃ eſt d pariter par ⁊ dria e ad f q̃ eſt e pariter par cũ ſemp ſequẽs ſit p̃cedẽtis duplus. ergo per quadrageſimãquintã hui⁹ dria f ad d eſt ĩpariter par: ſit ergo dria illa g. dico ergo b c g eſſe ĩpariter pares qui petũť. nã b c ſimul ſunt d q̃bus additus ĩpariť par g tm̃ facit ſicut f. nã erat dria d ad f. at vero f eſt numerus pariter par. cõſtat ergo totũ propoſitũ demonſtratũ.



¶ Ex dato numero: impariter pares ex quibus coniunctis impariter par efficiatur inueſtigare. 49

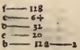


¶ Sit p̃mo datus nũerus par qui ſit a ſcdm quẽ iubemur ĩpariter pares iueſtigare: qui cõiuncti cõſtituãt ĩpariter parẽ. inuenio totidẽ pariter ĩpares per quadrageſimãſextã hui⁹ qui cõiũcti cõſtituãt pariter parẽ: ſintq̃ b c d e. capio g ꝓrimũ pariter ĩparẽ poſt e. qui qꝛ ſolo quaternario diſtat ab e: manifeſtũ eſt b c d g ſimul plus eſſe pariter pare b c d e ſimul ⁊ minus duplo b c d e ſimul. quare per viceſimãnonã huius: aggregatus ex pariter ĩparibus b c d g nõ eſt pariter par. et cũ p p̃mã huius ſit par idẽ erit a diuiſione aut pariter ĩpar aut ĩpariter par. duco ergo f nũerũ quẽcũq̃ pariter parẽ in b c d g et ꝓueniãt h k l m: totidẽ quot vnitates in a: qui per triceſimãoctauã huius ſunt impariter pares. at aggregatũ ex h k l m tm̃ eſt q̃tũ quod fit ex f in b c d g ſimul p nonã primi. at ſi b c d g ſimul ſunt pariter ĩpar: per triceſimãoctauã huius: aggregatus ex h k l m erit ĩpariter par. et ſi b c d g ſit ĩpariter par: idẽ accidet per quadrageſimãprimã huius: ſicq̃ ſemp habebiť ꝓpoſitũ. At vero ſi a ſit nũerus ĩpar: ſumo totidẽ pariter ĩpares: q̃ aggregati p quadrageſimãquartã huius erũt pariter impar. quos multiplico per quẽlibet pariter parẽ: et ꝓueniẽt totidẽ ĩpariter pares per triceſimãoctauã hui⁹. et qꝛ ipſi ĩpariter pares ſimul tm̃ ſunt q̃tũ qđ fit ex illo pariter pare in aggregatũ ex pariter ĩparibus qui monſtratus eſt pariter ĩpar. ergo p triceſimãnonã erit aggregatus ex ĩpariter paribus impariter par. quod eſt propoſitum.

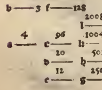
¶ Quotlibet ĩpariter pares: et pariter pares ſup binariũ: ſimul iũcti: pariter parẽ vel impariter parem cõponent. 50

¶ Nam oim medietates pares ſunt. at ipſe ſimul: cõpoſiti medietatẽ cõſtituũt: ergo per p̃mã huius cõpoſiti medietas eſt par. nõ eſt igiť cõpoſitus pariter ĩpar. a diuiſione ergo aut eſt pariter par / aut ĩpariter par. quod intendebatur.

¶ Pariter pares et impariter pares quotlibet inueſtigare: qui cõiuncti pariter parem conſtituant. 51



¶ Sit a numerus datus ſcdm quẽ debem⁹ aggregare pariter pares et ĩpariter pares qui cõſtituant pariter parẽ. capio totidẽ ĩpariter pares qui p quadrageſimãoctauã huius ſimul cõgregati cõſtituãt pariter parẽ: ſintq̃ b et c. et ſit pariter par quẽ ↄſtituũt d. capio totidẽ cõtinue pariter pares ſupra d q̃ ſint e et f: certũ eſt e eſſe duplũ d et f duplũ e. dico ergo ĩpariter pares b c ⁊ totidẽ pariter pares d et e ſimul cõſtituere pariter parẽ. Nã qꝛ b c ſimul cõſtituũt d: ergo b c et d ſimul cõſtituũt e duplũ d ſed et per idẽ b c d et e ſimul cõſtituẽt f duplũ e. at f eſt pariter par: igiť totidẽ pariter pares et totidẽ ĩpariter pares quot a cõſtituũt pariter parẽ. quod eſt propoſitum.



¶ Secundũ datũ numerũ pariter pares reperire: qui cũ quotlibet impariter paribus numerũ impariter parẽ cõſtituant. 52

¶ Sit datus nũerus a: ſcdm quẽ iubeamur reperire pariter pares: qui cũ quotlibet ĩpariter paribus vt ſumptis ſcdm b cõſtituãt numerũ impariter parem. ſumo p̃mo per quadrageſimãoctauã huius impariter pares ſcdm b qui ſimul cõſtituãt pariter parẽ: ſintq̃ c d e et cõſtituãt f pariter parẽ. ⁊ ſumo pariter pares poſt f ſcdm a nũerũ datũ qui ſint g h k l quos dico cũ ĩpariter paribus c d e cõſtituere impariter parẽ. nã qꝛ c d e cõſtituũt f: ergo c d e et f cõſtituũt g duplũ f. et c d e f et g numerũ h duplũ g. ergo c d e et g plus cõſtituũt q̃ duplũ f: et minus q̃ duplũ g. ⁊ ita argumẽtabere ↄſequẽter c d e ⁊ h

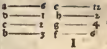
plus cõſtituere ꝙ̃ duplū g et minus duplo h. ⁊ ſimiliter c d e g et k plus conſtituere duplo h ⁊ minus duplo k ſicq̃ deinceps. quare c/ d e g h k l ſimul per viceſimãnonã huius non conſtituēt pariter parē. ergo per quiquageſimã huius c d e g h k l ſimul cõſtituunt impariter parem quod eſt ꝓpoſitum.

53 ¶Omnis numerus primus: eſt diminutus.

¶Nam omnis numerus ſolã partem habet vnitatē: que vt certum eſt minus eo cõſtituit. eſt igiť oīs talis per diffinitionē diminutus. quod eſt propoſitum.

54 ¶Quilibet pariter par: diminutus eſſe probatur.

¶Nam per viceſimãnonam huius oīs talis eſt de duplis ab vnitate ſumptis: quē per viceſimãſextã quarti nullus numerabit niſi aliquis illo ordine ſumptus. at ꝑ triceſimãſcđam hui⁹ oēs in illo ordie ſiť aggregati ꝓcedētes minus illo ꝑficiūt. ꝯſtat igiť ꝑ diffinitionē illū eſſe diminutū. qđ eſt ꝓpoſitum.



55 ¶Omnis quē numerat numerus aut abūdãs aut ꝑfectus: vt abūdet neceſſe eſt.

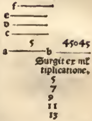
¶Sit a numerus ꝑfectus aut abūdans: habēs tres ꝑtes b c d eaſdēq̃ ſcđam/ tertiã ⁊ ſextã. ducaťq̃ a in quēcūq̃ numerū vt in c et proueniat e: erūt ꝯſiľes tres ꝑtes q̃ ſint f g h/ eedēq̃ ſcđa tertia ſexta. quia q̃ ꝓportio b ad a ea eſt f ad e: ergo ꝑmutati b ad f vt a ad e. Itē c ad a vt g ad e: ergo permutatim c ad g vt a ad e. Itē d ad a vt h ad e: ergo ꝑmutatim d ad h vt a ad e. erunt ergo tres numeri b c d ad totidē f g h in eadē ꝓportione vt que eſt a ad e. ergo ꝑ viceſimã ſcđi b c d ſimul ad f g h ſimul ſunt in eadē ꝓportione q̃ a ad e. tūc ſic. b c d ſimul ad f g h ſimul vt a ad e: ergo ꝑmutati b c d ſimul ad a vt f g h ſimul ad e. ergo ſi b c d ſimul abūdat ſuper a: et f g h ſiľ abūdabit ſuper e. ⁊ ſi b c d cõiuncte ꝑficiūt a: itidē et f g h cõiūcte ꝑficiēt e. at ſi f g h ꝯiūcte ꝑficiūt e: cū e ꝑ cõceptionē habeat aliã partē ab ipſo denõiatã q̃ eſt vnitas: ea ſiquidē predictis adiūcta facit totū abūdare ſup ex e. erit igiť quicūq̃ talis quē numerat aut abundans aut perfectus: abundans. quod eſt propoſitum.

56 ¶Quicunq̃ perfectum numerat: eſt diminutus.

¶Nam ſi is qui nūerat ꝑfectū diminutus nõ ſit: a diuiſione erit aut ꝑfectus aut abūdãs. qui ſi eſt ꝑfectus aut abūdãs: ꝑ precedentē ille quēcunq̃ numerat eſt abūdãs. at ponitur ꝑfectus: nõ eſt igitur ꝑfectus aut abūdans. reliquitur igitur quēadmodū ꝓponitur eſſe diminutus. qđ eſt propoſitum.

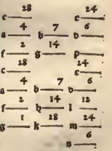
57 ¶Numerum imparem abundantem inuenire: cuius ſumptaꝝ partiū maxima/ a poſito impare denominetur.

¶Hec videť ſupponere alquē imparē eſſe abūdantē: quod ⁊ verum eſt. Sit ergo a impar poſitus: qui maximã partiū ſumptaꝝ imparis abūdãtis denolare debet. et b quicunq̃ impariū abundãs/ qui ſi ſit minor a: duco ipm in aliquē imparē donec eueniat impar maior a: qui ꝑ quiquageſimãquintã huius erit abūdãs. ſi autē ſit maior a: non quero aliū. ⁊ ita ſit in ꝓpoſito. deinde ſumo impares denominãtes quotquot volo ſupra a: ita vt a ſit denolatiuum minimus. alioqui veritatē ꝓpoſito habere non poſſet. ſintq̃ c d e et duco a in c et proueniet impar ꝑ vndecimã hui⁹ et d in productū: et e in vltimū ꝓductū: ⁊ ille vltimus productus ꝑ viceſimãtertiam primi habebit partes denõiatas ab a c d e. deinde duco i ipm totū b: ſitq̃ productus f. qui ꝑ vndecimã huius erit impar: ſed ⁊ ꝑ quinquageſimãquintam huius erit abūdans. q2 b eſt abūdãs/ ⁊ habet partes denominatas: ꝑ viceſimãtertiã primi/ ab a c d e et b. et q2 partiū ſumptaꝝ pars denõiata ab a/ habet minorē denominationē: q2 poſitus eſt a oīm denõians minimus per ꝯceptionē pars denõiata ab a eſt oīm ſumptaꝝ ſcꝫ ſm a c d e: ⁊ b maxima. qđ eſt ꝓpoſitum

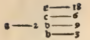


58 ¶Si aliquis in numerū primū ductus ꝑfectum numerum produxerit: idem in eo minorē ⁊ ſe non numerantē ductus/ producet numerū abundantē.

¶Sit b numerus ꝓmus: ⁊ a ductus in b ꝓducat c/ q̃ ſit numerus ꝑfectus. ſitq̃ d minor b/ nec nūeret a/ ⁊ ducaťitęꝝ a in d et ꝓueniat e: dico e eſſe numeꝝ abūdantē. nullus enī in aliū ductus numerabit c: quoꝝ alter non nūeret a. vt ſi f in g ꝓducat c: intelligo f primū/ a ſcđm/ b tertiū/ g quartū. ꝑ viceſimã quintã ſcđi f ad a vt b ad g: ſed et ꝑ quartã tertij b numerat alterū. at cū b maior ſit a/ et g maior f vt ſupponiť: b numerabit g/ quare et f nūerabit a. cõſtat ergo ꝙ nullus in aliū ductus numerabit c/ quorū alter non nūeret a. ⁊ ideo ſi a eſſet primus/ nõ haberet c niſi a et b et vnitatē ꝑtes ſuas: et a et b vnitate diſtarēt. at nulli ſunt ꝓmi vnitate diſtãtes niſi binarius ⁊ ternarius: cū oporteat alterū eorū eſſe parē/ ⁊ alterū imparē: ⁊ oīs alius par a binario ſit cõpoſitus. quicunq̃ igiť ſumereť ſub b aut eſſet a aut ipm numeraret. alioqui dicanť non diſtare vnitate ſola vt f et p: qui in ſe faciant ꝑfectum. nõ habebit partes ergo niſi e f et vnitatē. at productus ex illis toties habet in ſe maiorem e quoties vnitas eſt in f. at vnitas et f ſimul minus faciūt ꝙ̃ e aliquoties ſumptus: ergo f et e et vnitas nõ cõſtituūt ꝑfectum. erit ergo a cõpoſitus. ſint ergo eius ꝑtes f et g: que per viceſimãtertiã primi numerabūt c. numerēt ergo ipm ſm h et k. et eedē ꝑtes per idē etiã numerabūt e: ſitq̃ ſm l et m. eritq̃ per ſeptimam ſecūditer repertitã c ad b h k: ſicut e ad d l m. cum ergo c ſuperet b et h in numeris a f g: ſuperabit etiã e numeros d l. ſitq̃ id in numero n: quē dico eſſe minus ꝙ̃ a f g. qđ ſic oſtēditur. q2 c ad b h: ſicut e ad d l. ergo vt c ad e totus ad totum: et b h ad d l detractus ad detractū. ergo reſiduus a f g: ad n reſiduum vt c totus ad e totum. at c maior eſt e: igitur et a f g maior n. igiť a f g partes itidem e addite ad d l: plus faciunt ꝙ̃ e. eſt igitur e numerus abundans. quod erat demonſtrandum.



59 ¶Si numerus in aliū ductus perfectum vel abundantē produxerit: in quenlibet ab eo numeratū ductus/ abundantem producet.



¶ Sit a quicūq₃ numerus qui in aliū ductus vt b ꝓducat c numerū pfectum aut abundantē: et b numeret d. dico q̄ a ductus i d ꝓducit numerū abundantē. nā qꝛ p ſeptimā ſcdi que ꝓportio b ad d eſt c ad e: ſed b p hypotheſim numerat d: igit̄ ꝛ c nūerabit e. c autē poſitus eſt pfectus aut abundās. igit̄ p quinquageſimāquintā hui⁹ et d abūdabit. quod eſt ꝓpoſitū.

¶ Cū diſpoſiti fuerint ab vnitate nūeri pariter pares qui cōiūcti fecerint numerū primū: extremus in illū ductus ꝓducet numerū pfectū. 60

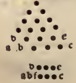


¶ Sit vnitas: et a b c d cōtinue dupli: qui p viceſimānonā hui⁹ erūt pariter pares: et coacervatus ex eis ꝛ vnitate ſit e qui ponat̄ eſſe prim⁹ et dextrem⁹ pariū ducat̄ i e oīm aggregatū et ꝓueniat f. dico f eſſe numerū pfectū. manifeſtū eſt enī p viceſimātertiā primi a / b c d duplos ſumptos oēs numerare f. ſitq₃ id ſcdm e / g h k vt ſcil₃ d numeret f ſcdm e: c ſcdm g / b ſecūdū h / ꝛ a ſecūdū k. quoties ergo vnitas in d toties e in f: et quoties vnitas in c toties g in f. quare ꝛ adiuuante viceſimaſecunda ſecundi ꝛ equa ꝓportionalitate quoties a in d toties g in f: et p idē quoties b in d toties h in f. et quoties c i d toties k in f. Hinc tote ptes ſunt e / g h k ad f: quote vnitas a b c ad d: ſed p triceſimāſcdam hui⁹ vnitas et a b ꝛ c ſimul min⁹ ſunt vnitate q̄ ſit d. queq̄dē vnitas eſt ps d denoīata p ꝯceptionē ab d. ergo e g h k ſimul minus faciūt f vna eius pte denoīata a numero d. pars aūt f denoīata a nūero d: eſt e. ſunt igit̄ e g h k ſimul minus f in numero e. at vnitas a b c et d ſunt tanq̄ e: igit̄ e g h k vnitas a b c d ſimul tātū ſunt ſicut f. ſi aūt f plures ptes nō habeat: cōſtat p diffinitionē ipm f numerū eſſe pfectū ſed q̄ nullā aliā habeat declarat̄. nā ſi hoc ſit poſſibile nūeret ergo m: nūerū f ſcd₃ n. qꝛ enī e eſt pm⁹ qui nūerat f: numerabit ergo p quartā tertij m aut n. quare p viceſimāquintā ſecūdi reliquus eorū numerabit d. et cū a ſcds ab vnitate ſit numerus primus: ergo p viceſimāſextāquarti quicūq₃ numerat d eſt aliq̄s in ordine p̄cedētiū: vt c b a. at ſi ſit c numerat f ſcdm g / et ſi b ſcdm h / et ſi a ſcdm k ptes ſc₃ p̄poſitas et vt dictū eſt. cōſtat ergo nullū aliū a p̄dictis numerare f. quare p̄dicti ſunt oēs ſue ptes. ꝛ ipſi ſimul monſtrati ſunt ipſum cōplere atq₃ pficere. cōſtat ergo diffinitionē numeri pfecti ei cōgruere: ipſumq₃ exiſtere perfectū. quod eſt propoſitum.

¶ Septimi elemētorū Arithmetices Iordani finis.

FOrme numerorū et vnitatū diſpoſitiōe ꝓcedūtur. ¶ Eſt aūt diſpoſitio p̄ma in longū tm̄: altera in longū ꝛ latū: tertia vero in lōgū / latū / et altū. ¶ Cuius vnitatū diſpoſitio in longū tm̄ eſt: linearis nūerus dicit̄. ¶ In latu₃ diſponūt̄ ſupficiales linearib⁹ vndiq₃ ꝯcluſi: quorū vnitates directe ꝛ ad ſe ꝛ ad alias eq̄les habēt diſtātias. Qd fit dupliciter ſc₃ vel vt vnitates vnitatib⁹ directe adaptent̄: vel eaꝝ iteruallis opponātur: ita vt ſinguloꝝ ordinū termini i laterib⁹ reliq̄s excipiant̄. ¶ In altū vero diſpoſitio ſolidoꝝ eſt: coaptatis i ſimul ſupficialibus: ex quorū laterib⁹ directe ſibi appoſitis ſolidoꝝ ſupficies erecte ꝯſtituūt̄. ¶ Numeroꝝ i ſupficie diſpoſitorū: quidā ſūt triāgulares tria habētes latera: alij q̄drilateri / alij pēthagoni / alij pluriū laterū. ¶ Quadrilateroꝝ aūt q̄dā latera oppoſita habēt eq̄diſtātia: q̄dā mime. ¶ Numeroꝝ aūt quoꝝ latera oppoſita ſunt eq̄diſtātia: alij oīa latera habēt eq̄lia ꝛ tetragoni dicūt̄. alij ſiquidē latera habēt vnitate diſtātia ꝛ pte altera lōgiores vocāt̄: aut ampli⁹ ꝛ dicunt̄ aūlōgiores. ¶ Numeroꝝ i altū ꝯpoſitoꝝ diuerſas eſſe baſes cōtigit: quorūdā triāgulas / atq₃ q̄drāgulas: ꝛ ita de ceteris. ¶ Horū oīm quidā habēt latera ſimul applicata: ꝛ dicunt̄ pyramides. quidā habēt latera: q̄ etſi i ſimul tēdāt: nō tm̄ ꝯueniūt: ꝛ curte pyramides appellant̄. quidā habēt latera eq̄diſtātia ꝛ eq̄liter erecta: qui ſupiorē ꝛ iferiorē ſupficiē habēt ſimiles: Iſtoꝝ quicūq₃ habēt baſim triangulā: ferratiles vocāt̄: qui quadrangulā ꝛ ipi in longū / latū / et altū equaliter diſtēdūtur: cubi dicūtur. quicūq₃ vero baſes habuerint pentagonas hexagonas ſiue pluriū laterū: et latera equidiſtantia erecta: colūne nominentur.

¶ Ois numerus triāgularis: tria habet latera equalia. Unde manifeſtū eſt quēlibet triangularē ex nūeris ab vnitate ordine ꝯtinuo diſpoſitis: eſſe ꝯpoſitū: atq₃ latus trianguli eſſe ſeriei numerum. 1



¶ Sint a b c vnitates baſis triāguli: a b ꝓxime: ꝛ a c extremitates. dico ergo q̄ in ſcdo ordīe cuius extremitates ſunt d e: erūt pauciores vnitate. nā ſi totidē fuerint in ordinib⁹ a c et d e: latera a d ꝛ c e erūt equidiſtātia. qm̄ vnitates in vtroq₃ ordine eq̄liter diſtāt: ſicq₃ nō cōcludāt triāgulum. pauciores ergo erūt in ordine d e. et qm̄ q̄tū diſtat a ab b tantū diſtat a ab d et c ab e: ſi ergo ponitur i tota ab c quota d ab e: diſtabit f ab d q̄tum c ab e. et ideo q̄tū a ab d. ſi ergo f nō fuerit proxima poſt a ſed fuerit b vnitas media: cū diſtent a ab d q̄tum a ab b: erit longitudo inter a et f q̄ta inter a et d et inter f et d vel amplius: ſicq₃ vnitates ꝛ ad ſeinuicem et ad alias non equales ſeruabūt diſtantias. quod eſt impoſſibile. Ordo ergo d e minor eſt ordine a c vnitate. et eadē ratione ſemp ordo ſequēs minor vno

ꝙ precedens donec extremū ſit vnitas. & qꝛ ideo totidē erūt ordines quot i baſe ſunt vnitates: patet retroagēdo vnitatē eſſe primū potētia triangulū. cui due adiuncte ſecundū claudunt triāgulū: cui ſecundo tres addite faciunt tertiū: qꝛ ſemꝑ eſt vnitate maior precedenti: & ita cōſequēter ſecundū naturalem numerorū progreſſum/ ſicqꝫ ꝓpoſitio & correlariū nota ſunt.

2 ¶ Si a quolibet triāgulari nūero latus ſuū detrahatur: relinquetur triangulus ipſi deſcendendo proximus.



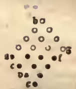
¶ Triangulus triangulo deſcendendo proximus: eſt cuius latus latere alterius eſt vnitate minus. a triāgulo ergo a b ſubſtracto latere a b: dico ꝙ relinquitur triāgulus ipſi triāgulo a b deſcēdēdo ꝓximus. nā qꝛ triāgulus a per ꝓcedentē habet tria latera equalia/ & ſequētia ſola vnitate vincētia: ſubſtracto ergo latere a b erūt reliqua latera vno cōtractiora. ſed & qꝛ vnitatū ordines ſcđm vnitatē ſēꝑ decreſcūt: patet ꝑ correlariū ꝓcedētis reſiduū eſſe triāgularē. & qm̄ latus eiꝰ vnitate victū a latere triāguli a b cognitū eſt: patet relictū triāgularē eſſe ꝓximū deſcēdēdo triāgulo a b. qđ eſt ꝓpoſitū.

3 ¶ Omnis triangularis duplicatus: parte altera longiorem efficit.



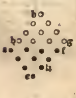
¶ Sumātur a & b duo triangulares equales: adiiciaturqꝫ lateri c triāguli a d extrema vnitas triāguli b. itidē lateri f triāguli d adiiciatur e extrema vnitas triāguli a: hec ergo duo latera vnitate quodlibet latus a triāgulorū a & b ſuperantia. & ſi addis aptaſqꝫ hoc pacto medios ordines vniꝰ mediis ordinibus alteriꝰ: fient ꝑ tertiā primi compoſiti ordines ſibi mutuo & extremis ordinibꝰ e f & c d equales. verbi cauſa: vt ſi ordinē ſequentē latus c addis adaptaſqꝫ ordini ſequēti vnitatē d. qꝛ enī per correlariū prime huius ordo ſequēs latus c tantū diſtat ab c qūtū ordo ſequēs vnitatē d diſtat ab d. ergo per tertiā primi illi ſimul iūcti equātur ordini c d. & ita de aliis mediis ordinibꝰ ſi qui medij relicti ſunt tunc ergo cōpletus erit quadrāgulus cuius latera oppoſita erūt equalia & ob hoc equidiſtātia. vt qꝛ latus e f equale eſſe monſtratū eſt lateri c d & mediis: ergo vnitates lateris b d equidiſtabūt vnitatibꝰ lateris a e. & ſimiliter qꝛ latus b d equatur lateri e a. nā ſunt latera triāgulorū equaliū & mediis ordinibus: latus e f equidiſtabit lateri c d. & qꝛ latera b d & e a oppoſita & equidiſtātia ſunt latera triāgulorū aſſignatorū: et duo reliqua e f et c d ſimiliter oppoſita & equidiſtātia: quorum quodlibet reliquo aliorū vnitate ſunt maiora. patet ꝑ diffinitionē totā figurā a b d c ex duobus equalibꝰ triāgularibus conſtitutā (quare & ex triāgulari vno duplicato) eſſe altera parte longiorē: quod eſt ꝓpoſitū.

4 ¶ Cuiuſlibet altera parte longioris: medietas eſt triangularis.



¶ Hec eſt cōuerſa ꝓcedētis. Sit altera parte longior quicūqꝫ a b e & vnū eius longius latus a b. dico eius medietatē eſſe triāgularē. de latere enī longiori a b detraho vnitatē a et de c ſecūdo ordine duas: de d tertio tres: de e quarto qūtuor. & ſi plures ſunt tot cōſequēter auferā quotus ordo ille fuerit ab vnitate: ꝑ correlariū prime huius totus detractus vt a e f eſt triāgularis. et per idē qꝛ continue minus vno reliquebatur vſqꝫ ad vnitatē: relictus eſt triangularis. ſed & qꝛ detracti latus e f equatur reſidui lateri g b. nā latus g e ſuperabat latus g b vna vnitate: ſed & g e ſuperat latus f e vna vnitate. equātur igitur g b et f e: quare & reliqua vnius reliquis alterius cū per primā huius omnis triangularis ſit equilater et totus trigonus a e f toti trigono a b g equalis. eſt igitur datus altera parte longior in duas medietates diuiſus quarū quelibet eſt triangularis: quod eſt propoſitū.

5 ¶ Quilibet duo triāgulares proximi: tetragonū conſtituūt.



¶ Sit vt in precedēti a b g e quicūqꝫ altera parte longior qui per eandē diuidatur in b g h & e a f duos triāgulos equales. erit vt a c ſit latus triāguli e a f & latus b a altera parte longioris & ſuū oppoſitum e g maius latere a e & ſequētibus ordinibus vnitate. Amoto ergo latere a e remanebit b h equale lateri h k/ k g & g b. & ideo quatuor illa latera adiuicē diſtātia: quod ergo ꝑ diffinitionē relictum eſt: eſt tetragonus. ſed & amoto latere a e ab trigono a e f per ſecundā huius relinquitur triangularis triangulari a e f ꝓximus: quare et triāgulari h b g ſibi equali proximus. cōſtat ergo tetragonus h k g b ex duobus proximis triāgularibus: quod eſt propoſitū. ¶ Poteſt quoqꝫ et id eſſe notū quod triceſimoquinto capitulo ſue Arithmetices diuus ancit Seuerinus omnē tetragonū ſi ei propriū latus adiiciatur aut ab eo detrahatur altera parte longiorē fieri. Nam cū tetragonus oīs vndiquaqꝫ latera equalia poſſideat: ſi cuipiam vnū latus adiiciatur efficietur latera vnitate diſtātia. porro ſi latus vnū a quopiā detrahatur: relinquētur latera vnitate diſtantia. quare vtrobiqꝫ facti erūt altera parte longiores. Quo fit iterū vt proximi quiqꝫ altera parte lōgiores a medio tetragono equali differētia diſtent. Nam equali latere ſubſtracto & addito.

6 ¶ Latere ꝓpoſito numeri triangularis ſummā inuenire. Unde manifeſtū eſt ſi datus ſit nūerus impar/ ſummā triāgularis ꝓuenire: ſi paris ꝓxime maioris ſubduplū in ipm̄ imparē ducatur. & ſi numerus ſit par/ ſumma triāgularis proueniet: ſi paris medietas in imparē ducatur proxime maiorē.



¶ Sit a datū latus cuiuſlibet numeri triāgularis cuius ſumma queritur: duco a in b ꝓximū numerū maiorē/ & per diffinitionē ꝓueniet altera parte longior. cuius b maius latus erit vnitate maius a minore.

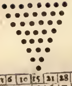
noꝛe latere et latere triāguli cuius ſumma petiť. per quartā ergo huius ſumma triāguli petiti eſt me dietas altera parte longioꝛis inuenti: ſicq̧ cōſtat ꝓpoſitū. ¶ Coꝛrelariū ex demōſtratione cōcluſio- nis adiuuāte decima pꝛimi notū eſt. et hec cū coꝛrelario ſuo pꝛaxim ꝓgreſſionis demonſtrat.

¶ Omne perfectū eſt trinum.

¶ Ternari⁹ totus eſt religiōe ſacer et a Pythagoꝛicis/ Magis et Sacerdotib⁹ olim in archanis mi- rum in modū veneratus. et Ariſtoteles Pythagoꝛicoꝛū ſymbolis inſiſtens coꝛpoꝛeā magnitudinem ipſumq̧ vniuerſū pfectū aſtruit qꝛ ipm trinū ſit. Imo vero trinū eſt: qꝛ ipm pfectū eſt. quod pmo Pytha goꝛas cōperit in numeris: numeroꝛūq̧ myſterius. hic ergo ſuſcipiť demonſtrandū omnē numerū per- fectum eſſe trigonū. Nam per triceſimāſecundā ſeptimi quotcūq̧ numeri pariter pares cōnumerata vnitate coaceruati: efficiunt numerū pꝛoximo ſequente pariter pare vnitate minoꝛē. quiquidē pꝛoxi me ſequens pariter par per viceſimānonā ſeptimi eſt coaceruatoꝛū maximi duplus: quare totus co- aceruatus eſt impar. at per ſexageſimā ſeptimi ois numerus pfectus gigniť ex coaceruatione vnita- tis et pariter parū quoties coaceruatus eſt pꝛimus qui vt dictū eſt per viceſimānonam ſeptimi ſola vnitate diſtat a pꝛoximo pariter pari: qui ad aggregatoꝛ maximū duplus eſt. ergo maximus aggre- gatoꝛum ſubduplus paris numerū aggregatoꝛū imparē pꝛoxime ſequentis/ in ipm imparem ductus: per pꝛimā parte coꝛrelarii pꝛecedētis cōſtituit numerū triāgularē. eſt igitur ois numerus perfectus triangularis atq̧ trigonus: quod eſt pꝛopoſitū. Et eius latus per pꝛecedentē et coꝛrelariū pꝛime hu- ius erit ille impar ex omnibus coaceruatus.

¶ Ois nūerus par media ſui parte multiplicatus/ tāto minoꝛē ſummā ꝓducit/ qꝫ oēs ſumme que in ipſo ſunt coaceruate: qꝫtū ſua ipſius medietas.

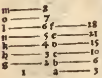
¶ Hec ex analyticis nūeroꝛ depꝛōpta eſt. ⁊ ex ſcḋa parte coꝛrelarii ſupioꝛis ꝓpꝛionis adiuuāte nona pꝛimi et coī dignitate: vnitatē in quēcūq̧ numerū ductā/ ipm ꝓducere ſtatī cognita eſſe poteſt.



¶ Si ſumātur triāgulares ab vnitate: duos pꝛimos ipares et ſequētes duos pa- res atq̧ ita viciſſim duos et duos ipares atq̧ pares iueniri neceſſe eſt. 7

1	3	6	10	15	21	28	36
1	2	3	4	5	6	7	8

¶ Quia enī per coꝛrelariū p̄me huius triangulares creātur ex nūeris oꝛdine cōtinuo ab vnitate di- ſpoſitis et vnitas pꝛimus eſt potētia triangularis et potētia impar. addita igiť numero ſequēti qui eſt par cōſtituet p coꝛrelariū pꝛime huius ſcḋm triangularē ⁊ per ſecūdā ſeptimi iparē. erūt ergo duo p̄mi triāguli nūeris hoc pacto diſpoſitis ipares. Sed ⁊ qꝛ terti⁹ nūerus eſt ipar ⁊ cū p̄cedēti triāgulo per idē coꝛrelariū cōſtituit triangulū et p̄cedēs mōſtratus eſt ipar: ergo p terciā ſeptimi tertius triā- gularis erit par. et qꝛ quartus ab vnitate nūerus eſt par qui cū pꝛecedēti triāgulo pari p idē cōſtituit quartū triangulū. ergo quartus triāgularis p pꝛimā ſeptimi eſt par. erūt ergo duo ſequētes pares et iiſdem rationibus mōſtrētur duo ſequētes eſſe ipares et viciſſim alii duo ſequentes pares. ſicq̧ ſine difficultate certū apparebit pꝛopoſitum.



¶ Si poſt vnitatē ſumanť numeri triāgulares: inter duos ⁊ duos diſiuncti/ erūt que iter numeros ab vnitate naturali ſerie ſumpte pꝛopoꝛtiones. 8

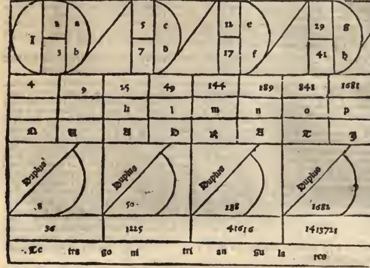
¶ Sit pꝛimus triāgularis poſt vnitatē a et b c d e f oꝛdine cōſequētes ſitq̧ vnitas et g h k nūeri ab vnitate naturali ſerie ꝓcedētes: dico que ꝓpoꝛtio g ad vnitatē eā eſſe b ad a: ⁊ q̄ h ad g eā eſſe d ad c: et que k ad h eā eſſe f ad e. et ita ꝓcedēdo in his diſiūcti: in illis ꝟo cōiuncti. nā p p̄cedentē a eſt ipar/ b c pares/ d e ipares/ et f par. ſumo enī quattuoꝛ pares ab vnitate qui ſint g k l m et medii inter eos ipares ſint h n o. et qꝛ g q̄ eſt binarius eſt latus a q̄ eſt ternarius. ⁊ p coꝛrelariū p̄me hui⁹ h latus b ⁊ k latus c et n latus d ⁊ l latus e ⁊ o latus f: ergo p quartā hui⁹ g in h facit altera parte longioꝛē duplū a et h in k duplū b ⁊ k i n duplū c ⁊ n i l duplū d ⁊ l i o duplū e: atq̧ p eandē o i m duplū f. qꝛ ergo g in h et k in h cōſtituūt duplū ad a ⁊ ad b. erit ergo p octauā ſcḋi vt q̄ ꝓpoꝛtio k ad g ea ſit dupli b ad du- plū a: ſed ⁊ b ad a ſubduplus ad ſubduplū p coꝛrelariū decimequarte ſcḋi ſicut eoꝛ duploꝛ duplus ad duplū. ergo ſicut k ad g ita b ad a. et p idē ſicut l ad k ita d ad c. ⁊ ſicut m ad l: ita f ad e. et cū g k l m ſint ſumpti ab vnitate cōtinue pares: ergo p decimāoctauā ſeptimi eſt ꝓpoꝛtio b ad a vt g ad vnitatē et d ad c vt h ad g et f ad e vt k ad h: quod eſt ꝓpoſitū.

¶ Si tres cōtinui triangulares ſtatuātur/ qui ſub extremis cōtinetur erit altera parte longioꝛ: cuius laterū maius erit illoꝛū triū medius. 9

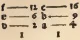


¶ Sint a b c tres cōtinui triāgulares et eoꝛū latera d e f: ſitq̧ g vno maioꝛ f. dico qḋ fit ex a in c eſſe altera pte lōgioꝛē cui⁹ maius latus erit b. nā qꝛ a b c ſunt cōtinui triāgulares: ergo p coꝛrelariū p̄me hui⁹ d e f ſūt ſm cōtinuā ſerie numeroꝛū ſumpti. ⁊ qꝛ p quartā hui⁹ d in e cōſtituit duplū ad a: ergo ſi d eſt par quēadmodū hic eſt/ medietas d i e conſtituit a. ⁊ per idē medietas f in e ꝯſtituit b. ⁊ medie- tas f in g cōſtituit c. ſi autē d eſſet ipar nūeraret a ſcḋm medietatē e: ⁊ f b ſm medietatē e. et ſic cōſe- quēter ſcḋm medietatē parū ipares numerarēt triāgulares: ergo p octauā p̄mi adiuuāte coꝛrelario decimequarte ſecūdi/ que ꝓpoꝛtio f ad d: ea eſt b ad a. et que g ad e: ea eſt c ad b. ⁊ qꝛ a b c ſūt cōtinue ſumpti triāgulares: ergo p coꝛrelariū pꝛime huius b ſupat a qꝫtū eſt e. ſumo ergo h vno minoꝛē b: ina nifeſtū eſt h ſupare a qꝫtū eſt d. et quo abūdat c ſup b eſt f. et qꝛ b ad a ſicut f ad d differentiā h ad a. ⁊ ſicut detractus ad detractū: ita reſiduus ad reſiduū. erit ergo vt ſicut b ad a ita c ad h totus ad totū: qḋ igiť fit ex a in c p viceſimāquintā ſecūdi tantū eſt qꝫtū qḋ fit ex h in b. at manifeſtū eſt qḋ fit ex h in b eſſe altera parte longioꝛē. igiť et quod fit ex a in c. eſt altera parte longioꝛ cuius maius laterū eſt b illoꝛū triangulorū medius. et pꝛopoſitum.

10 ¶Si ſumant͛ primi poſt vnitatē par ⁊ ipar/ ⁊ ꝯpoſito ex ipſis minor addat͛/ itēq; ex his cōfecto minor adijciat͛/erit vt cū primorū primus ſit par: ſequētes ſint impares. tertiorū primus par/ ⁊ ſequētes impares: ac ſic deinceps. duploq; quadrati parium et quadrato extremi impariū: tetragoni triangulares terminentur.



¶Sint a et b numeri primi poſt vnitatē par et ipar binarius ſcȝ atq; ternarius qui iūcti faciāt c: cui addito a fiat d. itē e et d cōponent e/ cui addat͛ e et fiat f: atq; e ⁊ f cōponant g/ ⁊ e addatur g et fiat h. dico primo a eſſe parē/ et b iparē/ et c d ipares. itē e parē/ f et g h ipares. a eni eſſe parē/ et b iparē eſt hypotheſis. et qꝛ c ꝯponitur ex a ⁊ b: p ſecūdā ſeptimi/ c etiā eſt ipar. et qꝛ d cōſtat ex a pari et c ipari: per eandē ſecundā d eſt impar. et qꝛ e cōſtat ex c d duobus iparibus: e per quartā eiuſdē erit par. et quia f cōſtat ex c et e impari atq; pari: per ſecundā eiuſdē f eſt impar/ et per eandē erunt g et h impares: quod intendebat. Secundo dico duplū quadrati a terminare tetragonicū triangularē. terminare eni tetragonicū triangularē eſt eſſe latus quadrati qui pariter eſt ⁊ triangularis. Patet id. nam quia vnitas duplicata cōſtituit a/ et a bis ſumpt⁹ ſuū perficit quadratū: duabus igitur vnitatibus/ a diſtat a ſuo quadrato ⁊ vnicū ſuſcipit mediū ſcilȝ b: cuius differētia ad a eſt vnitas. et qꝛ per ſeptimā ſexti quo abundat quadratus b ſup quadratū a: eſt quod fit ex vnitate in b et a ſimul. ſed b et a ſimul ſunt vno maius q̄drato a/ qui duplus erat ad a: igitur q̄dratus b eſt vno maior duplo quadrati a. ſed et qꝛ duplū quadrati a in quadratū b cū ſola vnitate diſtent ꝓducit per diffinitionē altera parte longiorē: quadratus a qui eſt medietas/ in quadratū b per octauā ſecundi ꝓducit illius altera parte longioris medietatē: ergo per quartā huius/ quadratū a in quadratū b producit triangularē. et qꝛ ꝓducitur ex ductu quadrati in quadratū: ergo per decimāquartā ſexti idem erit ⁊ tetragonicus. effectū eſt ergo quod dicebatur. Tertio dico quadratū d extremi impariū/ terminare tetragonicū triangularē. ſumo eni quadratū c qui ſit k/ et quadratū d qui ſit l: dico k duplicatū excedere vno l. nam quadratū c duplicatū per decimāquintā primi/ eſt tanq; duplū quadrati a/ et duplū quadrati b: et quod fit ex b in a quater. et quia per eandē decimāquintā quadratū d eſt q̄tū c in ſe/ et a in ſe/ ⁊ a in c bis: ſed c in ſe eſt tantū per eandē quantū b in ſe/ et a in ſe/ ⁊ a in b bis/ ⁊ a in c bis eſt tantū per nonā ꝑmi q̄tū a in ſe bis et a in b bis: ergo quod fit ex d in ſe/ eſt q̄tum quod fit ex b in ſe/ et quadruplū quadrati a/ et quadruplū ꝓducti ex a in b. ſed cū duplū quadrati c ſit monſtratū q̄tū duplum quadrati b et duplū quadrati a et quadruplū quod fit ex a in b: et ex ſecūda parte huius quadratū b excedat vno duplū quadrati a. ſit ergo vt duplū quadrati c cōtinens quadratū b loco huius q̄ quadratū d cōtinet duplū quadrati a ceteris oībus cōſimilibus excedat vno quadratū d: duplū ergo quadrati c in quadratū d per diffinitionē producit altera parte longiorē: cuius longius latus excedit vno quadratū d. illius ergo dupli dimidius qui eſt quadratus k/ in l quadratū d producit illius altera parte longioris dimidiū per octauā ſecundi/ qui per quartā huius eſt triangularis: et cuius latus eſt l quadratus extremi impariū. qui et idem per decimāquartā ſexti eſt tetragonus. et hac ratione de ſequētibus molire id quod propoſitū eſt oſtendere: ⁊ omnino conſtabit propoſitum.



¶ Si ab vnitate cõtinue deſignẽtur parte altera lõgiores et quadrati/ duo ⁊ duo cõiuncti: triangulares omnes efficient. 11

¶ Deſigno ab vnitate a b c quadratos ⁊ ab vnitate altera parte lõgiores qui ſint d e f: dico quoſlibet duos ꝓximos quadratũ ⁊ altera parte longiorẽ ſimul: cõſtituere triãgularẽ. nã ſi fuerit ꝑmus q̃dratus qui eſt vnitas ⁊ primus altera parte lõgior qui eſt binarius manifeſtũ eſt illos ſimul additos per correlariũ ꝑme hui⁹ cõſtituere triãgularẽ. ꝙ ſi fuerit a ſcḋs q̃dratus ⁊ d ꝑmus ab vnitate alt̃a ꝑte lõgior/ ſimiliter ꝑ viceſimãſextã ſeptimi q̃dratus a cõſtat ex iparib⁹ ab vnitate: ſcȝ ex vnitate ⁊ ꝑmo impari. ⁊ d eſt ꝑmus par: quare ſi reſoluaꝛ a erũt accepti cõtinue numeri ab vnitate. ꝑ correlariũ igitur ꝑme hui⁹ ꝯſtituũt triãglarẽ. ⁊ ita oſtẽde a ⁊ e ꝯſtituere triãgularẽ reſoluto a ĩ ſuis iparib⁹ ꝑ 26 ſeptimi ⁊ e in ſuis paribus ꝑ viceſimãſextã eiuſdẽ. et ita de quibuſlibet duobus hoc modo ſumptis.

¶ Si ſumanꝛ triãgulares ⁊ tetragoni/ fuerintq̄ illi toti triãgulariũ ab vnitate quoti iſti tetragonorũ poſt vnitatẽ: cõiũcti facient numeros pentagonos. 12



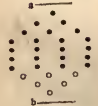
¶ Nam ſi vnitati que eſt ꝑmus trigonus adiũgas primũ quadratũ poſt vnitatẽ qui eſt q̃ternarius fiet pẽtagonus poſt vnitatẽ habẽs quinq̄ latera equalia. ⁊ ſi capis ſcḋm trigonũ ab vnitate habebit binariũ in latere ⁊ ſcḋs tetragonus poſt vnitatẽ habet ternariũ in latere. adiecto ergo latere q̃drati fiet per correlariũ ꝑme hui⁹ triãgulus ſequẽs habẽs latus triũ vnitatũ ⁊ figura pẽtagona recipiẽs totidem in quolibet eius latere vnitates. et ꝙ ſemꝑ totus tetragon⁹ poſt vnitatẽ habebit vno plus in latere q̃ trigonus totus ab vnitate: hac rõne de quibuſlibet alijs ꝓpoſitũ efficere. et ꝙ latera illorũ pẽtagonorũ equalia ſunt laterib⁹ tetragonorũ datorũ: hinc etiã fit vt illi pentagoni toti ſint poſt vnitatẽ quoti et tetragoni. ¶ Et ex hac et viceſimaſexta ſeptimi/ cognoſciꝛ qḋ diuus Seuerinus aſſerit Boetius/ 14 capite ſecũdi ſue inſtitutionis Arithmetice: pẽtagonorũ generationẽ naſci ex nũeris naturali ſerie ordinatis/ quãdo cõtinue õnes a monade/ duorũ ſemꝑ in medio facta intermiſſione iũguntur. Nam per pꝛeſentẽ/ accepta vnitate que eſt primus trigonus/ et quaternario tetragonus duorũ in medio binarij ſcȝ atq̄ ternarij facta intermiſſione iũctis: fit ſcḋs pentagonus duo in latere gerens. At rurſum duobus intermiſſis/ ſeptenarius acceptus quinariũ includit et binariũ. At quinarius impar per viceſimãſextã ſeptimi additus tetragono quaternario: proximũ cõſtituit tetragonũ. et binarius vnitati adiectus/ per correlariũ prime/ ꝓximũ vnitati cõſtituit trigonũ. ergo per pꝛeſentẽ vnitas 4 et 7 cõſtituũt pentagonũ. At rurſus duobus dimiſſis/ poſt ſeptenariũ accepto denario qui 7 includit ſequentẽ imparẽ et ternariũ: qui ſeptenarius quadrato prioris pẽtagoni additus per viceſimãſextã ſeptimi/ ſuccedentẽ cõſtituit quadratũ. et ternarius trigono pẽtagoni adiectus: ꝓpinquũ trigonũ. erit igitur per pꝛeſentẽ/ numerus ex vnitate 4/ 7 et 10 cõſtitutus pentagonus: et ita de quibuſlibet alijs argumentabere.

¶ Si parte altera longior cũ toto poſt vnitatẽ triangulari cõiungatur: cõpoſitus erit pentagonus poſt vnitatẽ totus. 13



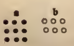
¶ Sit a aliquotus ab vnitate altera parte lõgior vt ſcḋs: cuius ideo minus latus erũt due vnitates. ſitq̄ b triãgulus totus poſt vnitatẽ: cuius latus ideo erit ternarius ⁊ equale maiori lateri altera ꝑte longioris. adiũgo ergo maius latus trigoni b/ maiori lateri altera parte longioris a: et fiet tetragonus: ſed et illud quod reſtat dempto maiore latere b: per ſecundã huius eſt triangulus minor. deſcendendo ergo per precedentẽ ille cũ quadrato ex altera parte longiore et longiore latere trianguli cõſtituto: erit pentagonus. quod eſt propoſitum.

¶ Quilibet pẽtagonorũ poſt vnitatẽ cũ toto triãgulari ab vnitate/ hexagonum poſt vnitatẽ ſimili loco poſitũ cõſtituit: ⁊ huiuſmodi tetragonicus dicatur. 14



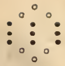
¶ Unitas oĩs numeri poteſtatẽ obtinere diciꝛ: cuius equalia latera deſignãtur. hinc ipſa eſt primus triangulus/ primus tetragonus/ pẽtagonus/ hexagonus: et ita deinceps. et predictorũ numerorũ primus poſt ipſam: eſt cuius latus fuerit binarius. ⁊ ſcḋs poſt ipſam: cuius latus fuerit ternarius. ſcḋs ꝓo ab vnitate: cuius lat⁹ fuerit binarius. et diciꝛ hexagon⁹ tetragonicus: cui⁹ latus eſt equale lateri medij tetragoni. dico ergo ꝙ ſi capiaꝛ aliquotus pẽtagonus poſt vnitatẽ vt a/ qui verbi cauſa poſt vnitatẽ ſit tertius et b totus triãgulus ab vnitate: dico a cũ b cõſtituere hexagonũ/ poſt vnitatẽ totũ pariterq̄ et tetragonicũ. nam per duodecimã huius/ quotus pẽtagonus fuerit poſt vnitatẽ: ex toto poſt vnitatẽ tetragono cõſtat et triãgulari ab vnitate toto. ergo equalis triãgularis qui eſt quem ꝓpoſitio ꝓponit/ ex oppoſito tetragoni latere appoſitus hexagonũ cõſtituet: cuius latus erit equale lateri medij tetragoni. et ꝙ latus eius eſt equale lateri medij tetragoni/ eſt et equale lateri pẽtagoni: quare ⁊ hexagonus totus erit poſt vnitatẽ quotus et pẽtagonus. et ꝙ eius latus eſt equale lateri medij tetragoni: eſt idẽ et tetragonicus quod eſt ꝓpoſitũ. ¶ Ex hac et duodecia huius et correlario prime/ cognoſcere promptũ eſt gñationẽ hexagonorũ: eo pacto quo docet Boetius 15 capite ſcḋi Arithmetices.

¶ Omis tetragon⁹ cũ ꝑcedẽte altera ꝑte lõgiore: hexagonũ tetragonicũ cõſtituit. 15



¶ Primus enĩ altera ꝑte longior poſt vnitatẽ: eſt qui habet vnitatẽ minus latus. et ſcḋs: qui habet duitatẽ. ⁊ ita deinceps. et precedẽs tetragonũ eſt cuius minus latus eſt vno minus latere tetragoni. qui et poſt vnitatẽ totus eſt: quotus ⁊ altera ꝑte lõgior ab vnitate. dico ergo quẽcũq̄ tetragonũ vt a/ cũ precedẽte altera ꝑte lõgiore vt b: cõſtituere hexagonicũ tetragonũ. nam per quartã huius/ altera

parte longior b diuidit in duos triāgulares/quoꝝ vterqꝫ totus eſt ab vnitate quotus pte alťa lõgior poſt vnitatē: qꝛ latus illoꝝ triāgulorū equale ſit minori lateri altera pte lõgioris. quare et vterqꝫ totus eſt ab vnitate: quotus tetragonus a poſt vnitatē. vnus ergo illoꝝ trigonorū ꝑ duodecimā huius/ cū tetragono a cõſtituit pentagonū poſt vnitatē totū: ſed et ꝑ ꝑcedentē idē pētagonus cū altero triāgulari qui eſt totus ab vnitate/ cõſtituit hexagonū tetragonicū a igitur cum b altera parte longiore precedēte/ cõſtituit hexagonū tetragonicū: qđ erat demõſtrandū et ꝓpoſitum.



16 ¶ Si diſponank triāgulares ab vnitate/ tertius atqꝫ vno itermiſſo a prius ſumpto tertius: erit hexagonus.

¶ Nā ꝑ vndecimā huius diſpoſitis ab vnitate pte altera lõgioribus et quadratis/ ſi duo et duo iungātur: fiēt oēs triāgulares. at cū ꝑmus triāgularis poſt vnitatē fiat ex vnitate ⁊ ꝑmo altera pte lõgiore: ſcđs triāgularis poſt vnitatē ꝙ eſt tertius ab vnitate/ fiet ex ꝑmo tetragono poſt vnitatē et ꝑmo poſt vnitatē altera pte lõgiore per eandē vndecimā qui eſt tetragonū ꝑcedēs. ergo per ꝑcedentē/ tertius triāgularis a b vnitate eſt hexagonus. ſed ⁊ eadē ratione qꝛ vno itermiſſo tertius ſemꝑ a quadrato et precedēte altera pte longiore ꝑ vndecimā huius naſcitur: ergo ꝑ precedētē tertius ſemꝑ erit hexagonus. quod eſt ꝓpoſitum.



17 ¶ Si ſex vnitates vni circūponāk/ ita vt illarū adinuicē ⁊ ad illā eadē ſit diſtātia: hexagonū equiangulū cõſtituent.



¶ Nā quelibet due illaꝝ vnitatū cū media vnitate triāgulū equilaterū cõſtituūt. fient ergo ſex triāguli equilateri/ quos dico etiā eſſe adinuicē equiāgulos. nā cū illoꝝ vnitates abinuicē ⁊ a media diſtēt vnitate: ſi vnitates vni⁹ vnitatib⁹ cuiuſlibet alťius applicētur/ erūt ſupra ſe iuicē appoſite/ et anguli vnius angulos alterius nõ excedētes: quare ſex anguli hexanguli erūt eq̄les. erit igitur talis hexagonus equiāgulus qđ intēditur. et ita de tetragono equiāgulo et pētagono ſi placeret oſtēderetur.

18 ¶ Latere ꝓpoſito/ hexagonū equiangulū cõſtituere.



¶ Sit a vnitates dati lateris quibus vna plures applico ita ſemꝑ augēdo donec tot ſint ordines quot vnitates ſunt in latere. fiatqꝫ hoc modo deſcēdēdo donec tot cõpleank ordines quot vnitates ſunt i eodem latere. et qꝛ ſūt tria latera equalia aſcendēdo ⁊ tria ſimilia deſcendēdo/ patet creatū eſſe hexagonū/ quē dico equiāgulū. nā medius ordinū ſemꝑ per viceſimātertiā ſeptimi/ eſt ipar ꝙ tot⁹ ſit a numero lateris quotus numerus lateris ab vnitate. habet igik ille maximus nūerus vnū mediū. et ſi ſignas extremitates ſex laterū per b/c/d/e/f/g: erit illa media vnitas media ordinis f c/ e b/ et ordinis d g. qꝛ equales ſunt et ea coicant. diſtat ergo eq̄liter ab f ⁊ c/ ⁊ ab e et b/ ⁊ ab d et g. quare ſex triāguli: ſcꝫ media vnitas f c/ media vnitas e d/ media vnitas d c/ media vnitas c b/ ⁊ media vnitas b g/ ⁊ media vnitas g f: adinuicē equilateri ſunt et vt in precedēti equianguli. eſt igitur hexagonus b/c/d/e/f/g equiangulus: quod eſt propoſitum.

19 ¶ Si cuilibet hexagono equiāgulo totus ſenarij multiplex addak quotus ipſe eſt ab vnitate: ſimilē hexagonū ꝓuenire neceſſe eſt.



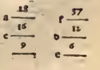
¶ Si ꝑmo hexagono ꝙ eſt vnitas ſenari⁹ circūponak: ꝑ penultimā fiet ſequēs hexagon⁹ equiāgulus. nā habēs duo in latere. ꝙ ſi eorū interuallis ꝙ etiā ſūt ſex/ ſex aptētur vnitates in eadē diſtātia atqꝫ ipſis ſex vnitatibus alie ſex angulariter: fiet ſequēs hexagonus equiāgulus habēs ternariū in latere. et vt ꝑcedēs hexagon⁹ ſcđs erat ab vnitate: ita acceptus eſt totus ſenarij multiplex: ſcꝫ duplus ad ſenariū ꝙ eſt duodenarius. cui ſi rurſū circūponas triplū ſenarij: ſcꝫ duodecī vnitates i duodecī interuallis/ ⁊ ſex ad ſex angulares vnitates/ efficis ſequentē hexagonū eq̄angulū: ꝙ (vt in ꝑcedēte ꝓbarek) habet q̄ternariū ſuū latus. et qꝛ ſemꝑ iterualla creſcūt in ſenario tot angulis ſemꝑ manētibus/ appoſito ſequēti ſenarij multiplici: ſemꝑ efficies hexāgulū eq̄angulū eadē rõne ſequentē. qđ intēdit ꝓpoſitio.

20 ¶ Si ordinenk ab vnitate triāgulares ⁊ ſinguli ſcđm ſenariū multiplicenk: ꝓducti addita vnitate erūt hexagoni equianguli.

¶ Si enī vnitatē ꝙ primus triāgularis eſt ſenario multiplices: ſcđs hexagonus naſcitur: qui addita vnitate circūcluſa/ cognoſcik et equiāgulus. et qꝛ ꝑ precedentē q̄libet hexagonus: tot addit ſenarios ſuꝑ ꝑcedentē quotus ipē ꝑcedens fuerit ab vnitate/ et q̄libet triāgularis ꝑ correlariū ꝑme tot habet vnitates ſupra ꝑcedentē quotus ipſe fuerit ab vnitate: ergo ſi ſcđs triāgularis ꝙ ideo habet duas vnitates ſupra primū multiplicetur ꝑ ſex/ addet tot ſenarios ſupra ꝑcedentē hexagonū ꝙ fuit ſcđs: q̄tus ipſe ſcđs hexagon⁹ fuit ab vnitate: ergo ꝑ ꝑcedentē erit ſequens hexagon⁹: et ita quoqꝫ tertio triangulari qui addit tres vnitates ſupra ſcđm per ſex multiplicato/ et quolibet alio: addes ex multiplicatione tot ſenarios quotus et triangularis et ꝑcedens hexagonus fuerit ab vnitate. ſicqꝫ per ꝑcedentem ſemꝑ cõcludes ꝓpoſitum.

21 ¶ Ois hexagon⁹ equiāgulus tāto abūdat ſuꝑ hexagonū tetragonicū ſimili poſt vnitatē loco ſumptū: q̄tus eſt tetragonus ab vnitate ſimiliter dictus.

¶ Sit exēpli cauſa a quartus ab vnitate hexagon⁹ tetragonicus ꝙ et tertius eſt poſt vnitatē/ ſitqꝫ b totus ab vnitate tetragon⁹ id eſt tertius: ⁊ q̄rtus tetragon⁹ c/ ⁊ medius alťa pte lõgior d/ dico tertiū hexagonū equiangulū poſt vnitatē tm̄ diſtare ab a q̄tus eſt b tertius ab vnitate tetragonus. nā per decimāquintā huius/ c et d cõponūt a. ſed ⁊ qꝛ differētia b ad d ꝑ viceſimāquartā ſexti eſt ternarius latus b/ et differentia c ad d eſt quaternarius latus c: erūt ergo per ſecūdā ꝑmi b et c ſimul maius vno ꝙ duplum d. capio e totum ab vnitate triangularē quotus eſt b tetragonorū: quia minus latus altera



parte lõgioris d eſt latus b:quod quidẽ idẽ eſt latus e.ergo per quartã huius d erit duplus c:ſed et bc monſtrati ſunt vno maius duplo d.ſunt ergo bc vno maius quadruplo c:ergo b c d ſimul ſunt vno maius ſexcuplo e. at per ꝑcedentẽ c ſexies ſumptus addita vnitate tertiũ poſt vnitatẽ creat hexagonũ equiangulũ qui ſit f.cõſtat ergo f ex b c et d. ſed a ſolũ cõſtat ex c d vt oſtenſum eſt: abũdat ergo f hexagonus equiangulus ab a hexagono tetragonico toto poſt vnitatẽ:qꝫtũ eſt b totus ab vnitate tetragonus. quod eſt ꝓpoſitũ. ¶ Animaduerte quẽadmodũ diuus mõſtrat Seuerinus/ heptagonos cõtinue fieri ex hexagonis et inferioribus trigonis duobus equis inferioribus eminus adiũctis trigonis. quod et idẽ euenit ſi diſpoſitis naturalit numeris:extremi ꝯtinue qͣtuor itermedijs relictis iũgãtur. vt ſcda heptagonus fit ex ſenario ſcdo hexagono et vno:ꝑmo trigono eminus eq̃li adiũcto trigono. q̃d idẽ fit ex vno ⁊ ſenario qͣtuor in medio ꝑtermiſſis numeris: et tertius heptagonus fit ex 15 tertio hexagono et ternario ſcdo trigono e regione adiũcto eq̃li trigono hexagoni qui idẽ fit ex vno ſenario ⁊ vndenario.⁊ hocpacto in figuratione et collectione ſuorũ numerorũ in ceteris eſt ꝓcedendũ.



¶ **Supra datum numerũ:octogonũ equilaterũ conſtituere.** 22

¶ Sit a datus nũerus ſupra quẽ iubemur octogonũ equilaterũ cõſtituere. ꝓcedo ei apponẽdo ordines vno ſemꝑ ſe excedẽtes donec totidẽ ſint quot ſunt vnitates in latere: eruntq facta tria latera eq̃lia. et maximo ordini addo ordines eq̃les quoſq tot ſint quot ſunt vnitates in latere: eruntq facta quinq latera eq̃lia. deinde ab vltimo ordine ꝓcedẽdo/ appono ordines cõtinue vnitate minores donec tot ſint quot in dato latere vnitates: fientq ſic deſcendẽdo tria latera ꝑdictis eq̃lia/ eruntq ſimul octo eq̃lia latera atq octogonus equilaterus cõſtitutus. qꝺ erat faciẽdũ. ¶ Alia apud diuũ Seuerinũ octogonorũ inueniendorũ ratio modusq eſt: vt cõtinue ex toto heptagono et ſub ſe trigono ſurgãt. et idẽ fiũt ſi ex diſpoſitis naturaliter nũeris ꝯtinue in medio quiq relictis:extremi iũgãtur. vt ſi 7 ſcdo heptagono iungas vnũ primũ trigonũ: ſurgit octonarius ⁊ ſcdo octogonus. qui idẽ fit ex vno ⁊ ſeptẽ quinq nũeris binario ternario qͣternario qͥnario ſenario interſtitibus:dimiſſis.et ſi 18 tertio heptagono iũgas ternariũ/ ſcdʒ trigonũ:fiet 21 terti⁹ octogon⁹. q̃ idẽ colligit ex 1/7/13/ ⁊ hoc pacto i reliqs eſt ꝓcedẽdũ



¶ **Si cuilibet hexangulo equiangulo poſt vnitatẽ/ totus tetragonus ab vnitate cum ſequente altera parte longiore iungatur: proueniet octogonus poſt vnitatẽ ſimili loco ſumptus.** 23

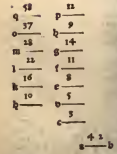


¶ Sit quilibet hexagonus eq̃angulus cuius latus ſit a ⁊ maximus ordinũ eius ſit b: qui addat ſuꝑ a numerũ c. qm̃ enĩ hexagonus datus habet triãgulorũ in media vnitate cõicantiũ latera equalia: hic ordinis b maximi/ linea minor eſt vno: duplo lateris a/ ergo c minor vno q̃ a. addo ergo ad b ordines eq̃les ſcdm c. ⁊ q̃ ab a ad b ſũt tria latera eq̃lia: fient rurſus ab b/ cum additis ordinibus duo alia eq̃lia q̃bus addo relictos hexagoni poſt b: fiẽtq rurſus tria alia reliquis eq̃lis eritq formatus octogonus. et q̃ ꝑ nonã primi c in b ſm ordines additos eſt tantũ q̃tũ c in ſe ⁊ in a. at qꝺ in ſe facit eſt tetragonus: ⁊ qꝺ in a facit eſt altera pte longior. cũ c et a ſola vnitate diſtẽt: et tetragonus ille totus ſit ab vnitate quotus octogonus formatus poſt vnitatẽ. nã hexagonus vno maius latus habet latere tetragoni: et altera parte longior ſequẽs tetragonũ. cõſtat ergo q̃ hexãgulo equiãgulo aſſignato poſt vnitatẽ: additus totus ab vnitate tetragonus cũ ſequẽte altera parte longiore cõſtituit octogonũ. qui cũ equalis hexagono latera habeat: totus erit poſt vnitatẽ octogonus: et ꝓpoſitum.

¶ **Formarũ ſex equilaterarũ quãlibet ſcdm vnitatũ diſpõnẽ figuraliter ꝯſtituere.** 24

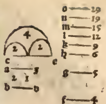
¶ Si enĩ triãgulos tetragonos pẽtagonos hexagonos tetragonicos hexãgulos equiãgulos ⁊ octogonos ſcdm vnitatũ diſpoſitionẽ figuralit cõſtituere deſyderas: ex ꝑma hui⁹ trigonos figurare diſce. ex quita tetragonos. ex duodecia pẽtagonos. ex decimaqͣrta hexagonos tetragonicos. ⁊ ex decimaſeptia ⁊ decimaoctaua hexagonos eq̃angulos. ⁊ ex viceſimaſcda octogonos. ſicq ꝑpoſitũ hẽbis ꝓpoſitũ.

¶ **Latere dato figurarũ preaſſignatarũ cuiuſlibet ſummã reperire.** 25



¶ Sit lat⁹ datũ a q̃ ponatur eſſe par ⁊ medietas a ſit b: ſitq c minor vno a ⁊ d eodẽ vno maior: additoq c ad d: fiat e. et iterũ c addito ad e: fiat f. ⁊ ſimiliter c addito ad f: fiat g. ducaturq b in d et ſequẽtes: ⁊ proueniãt h/ k/ l/ m. q̃ enĩ a in d ꝯſtituit altera pte lõgiorẽ: cuius triãgularis lateris a eſt medietas. ergo ꝑ quartã huius b medietas a in d ꝓducit triãgularẽ lateris a: ſicqʒ h oſtẽdit ſummã triãgularis lateris dati. ⁊ q̃ c d ſimul ꝯſtituũt e/ qui ꝑ ſcdaʒ ꝑmi eſt duplus a: ergo b/ a/ c ſunt cõtinue ꝓportionales. qꝺ ergo fit ex b in e ꝑ viceſimãſextã ſcdi eſt quadratũ a. et cũ id ſit k: oſtẽdet k ſummã tetragoni lateris dati a. et q̃ quod fit ex b in f per nonã ꝑmi tãtũ eſt q̃tũ qꝺ ex b in e ⁊ in c/ et cũ c in a cõſtituat altera parte longiorẽ cuius medietas eſt triãgulus c per quartã huius: ergo b medietas a in c ꝓducit triangularẽ cuius latus eſt c. ſed ⁊ b in e ꝓducit tetragonũ a/ qui totus eſt poſt vnitatẽ quotus triãgularis c ab vnitate: ergo per duodecimã huius b in f producit totũ poſt vnitatẽ pentagonũ. at ille eſt pentagonus a et productus eſt l: oſtẽdet igitur l ſummam pentagoni lateris a. et quia quod fit ex b in g eſt tantũ q̃tum quod fit ex b in e et in f/ et dictum eſt ex b in c fieri triangularem totũ ab vnitate quotus eſt poſt vnitatẽ pentagonus ex b in f factus: ergo per decimãquartam huius/ b in g cõſtituet hexagonum tetragonicũ totum poſt vnitatem quotus et poſt vnitatẽ eſt pentagonus. at hexagonus ille ex hexagonus a et ꝓductus m: mõſtrat itaq m ſummã hexagoni a/ lateris aſſignati. Duco itẽ c in ſe et proueniat n: qui erit tot⁹ ab vnitate tetragonus quotus hexagon⁹ tetragonicus m eſt poſt vnitatẽ. addo ergo m et n ſimul et proueniat o: qui per viceſimãprimam erit hexagonus equiangulus a. nam totus poſt vnitatem quotus hexagonus m. duco itẽ c in a: et proueniat p qui erit altera parte longior

ſequens tetragonũ c ſcʒ n. additis ergo iterũ n et p tetragono ſcʒ / et ſequēte alterā parte lōgiore / hexāgulo equiāgulo o: p viceſimātertiā hui⁹ ꝓuenit octogonus totus poſt vnitatē quotus poſt vnitatē erat hexāgulus equiāgulus o. quare octogonus ꝓueniēs qui ſit q: erit octogonus lateris dati a / atqʒ ſummā petitā oſtendēs. Sed eſto rurſus a latus datū / nūerus ipar / ⁊ b c circūpoſiti pares: b minor / ⁊ c maior. et medietas b ſit d / et medietas c ſit e: per ſcdam ꝑmi d et e ſimul cōſtituēt a. addo d ſup a et fiat f / et ſup f et fiat g: et duco a in e ⁊ ꝓueniat h / qui ea ratione qua ſupius erit triāgularis a. et duco a in ſe et ꝓueniat k qui erit eius tetragon⁹ / et a in f et ꝓueniet l: qui ea ratione qua prius erit pentagonus a / et duco a in g et ꝓueniat m: qui etiā per decimāquartā hui⁹ erit hexagon⁹ tetragonicus lateris dati a: ſed et hexagonū equiangulū et octogonū a quere vt paulo ante monſtratū eſt.



26 ℭOis pyramis cui⁹ baſis triāgula eſt: quatuor triāgularib⁹ et eq̄libus cōtinet.

ℭNam tres a tribus lateribus baſis triāgulares erigūtur qui ſimul applicātur atqʒ cōueniūt: ⁊ baſis eſt quartus triāgularis. Et qm̄ duo et duo latus habēt cōmune: erūt oēs inter ſe equilateri. quare et equales. quod igitur aſſeritur: per diffinitionē ratū eſt.

27 ℭSi triāgulares ab vnitate in altū ſibi ꝯtinue adaptent / ꝓueniēt oēs ab vnitate pyramides: et cuiuſlibet baſis erit triāgulorū ſuorū maximus.



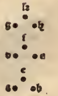
ℭSint a / b / c / d / e / f ad f vſqʒ vnitatē ſcʒ quotlibet ſumpti triāgulares ꝯtinue vno minores / qui ſibiinuicē eo ordine aptent applicēturqʒ: ita vt b ſupponat a / et c ſupponat b / et d ipſi c / ⁊ f itidē ipſi e: dico pyramides ab vnitate eſſe ſumptas oēs / et cuiuſlibet baſim ſuorū triāgulorū eſſe maximū. cū enī numeri illi in altū cōſtituti in vnitatē cōueniāt / p diffinitionē cōſtituūt pyramidē: erūtqʒ per correlariū prime hui⁹ oēs ab vnitate ſumpti triangulares. ſi itaqʒ vnitatē cōſyderas eadē eſt et prima potentia pyramis. ſi ꝓimū triāgularē cui⁹ latus eſt binarius / cū ipſi ſuprapoſita coaptataqʒ vnitate appoſiti appareāt equales ſimulqʒ ꝯuenientes triāgulares: erit cōſtituta ſcda pyramis cui⁹ latus erit ſecūdus triāgularis. et cū ſint in altū cōtinue accepti triāgulares / erit ⁊ tertia pyramis cōſtituta cuius latus erit tertius triāgularis: et quarta cuius quartus triāgularis erit latus / atqʒ ita deinceps. ſed ꝙ cuiuſlibet baſis ſit ſuorū triāgulariū maximus: hoc ideo eſt ꝙ per ꝓcedentē baſis eſt triāgularis cuiuſlibet triāgulariū laterū eq̄lis. ſi itaqʒ latus ſit quītus triāgulus / p correlariū prime hui⁹ ex oībus precedētibus triāgulis cōſtitutus: ita et baſis quītus erit triāgulus et ex oībus inferioribus cōſtitutus / qui erit illius pyramidis maximus: et ita de quacūqʒ altera ſicqʒ cōſtare poteſt ꝓpoſitū.

28 ℭSi cuilibet numero equaliū laterū oēs ab vnitate ſibi ſimiles ī altū apponant: qui cōponet erit pyramis baſemqʒ ipſius eandē eſſe ꝯueniet. ſi vo citra vnitatē huiuſmodi eiuſdē generis formarū in altū ſuppoſitio erectioqʒ deficiat: quot ab vnitate illius generis relicte fuerint / toties curta pyramis naſcetur.

ℭHec docet tetragonice baſis / pētagone / hexagone / heptagone / octogone / ennagone / decagone: et quotquot angulorū volueris eodē ingenio quo et precedēs de triāgularibus pyramides formare. nā ſi hoc pacto tetragoni ab aliquo dato ad vnitatē vſqʒ ſuppoſiti aptent: oīa latera (que p correlariū ꝑme huius erūt triāgulares numeri ab vnitate cōtinue ſumpti ſint) in vnū verticē cōcurrēt totāqʒ pyramidē cōſtituēt. cuius baſis erit datus tetragonus / ſup cuius latera ſunt erecta latera pyramidis in vnū cacuminē cōuenientia: imo oēs tetragonice pyramides infra illā eſſent formate. et ita ſi pentagoni hexagoni et ſequētes hūc in modū aptent: pētagonas / hexagonas / octogonas / ēnagonas / reliquaſqʒ oēs formabis pyramidas. Scda pars ſtati nota eſt. nā ſi deſit quotuſcūqʒ triāgularis vt ſextus ab vnitate cui ſupponant modo antedicto p ordinē quītus / quartus / tertius et ſcds: at deſit vnitas. ꝙuis latera illius ſimul tendāt / nō tamē cōueniūt: ideo figura illa p diffinitionē erit curta pyramis. ꝙ ſi quītus / quartus ⁊ tertius ſoli ſuprapoſiti in altū fuiſſent / defuiſſentqʒ duo ſcds ⁊ vnitas: hec biſcurta pyramis diceret. ꝙ ſi omiſſi fuiſſent tres: diceretur tricurta. et ita quotquot omitterentur: toties curta diceret. et ita de curtis pyramidibus que a quadratis pētagonis / hexagonis et ſequētibus figuris naſcuntur: ſentiendū eſt. eſt itaqʒ notū quod proponitur.

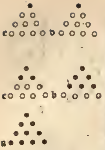
29 ℭSi due pyramides quarū baſes ſunt triāgulares ꝓximi / cōiungant: efficiet pyramis cuius baſis erit tetragonus maiori triangulariū equilaterus.

ℭNā quelibet earū erit cōpoſita ex oībus triāgularib⁹: q̄ ſunt a triāgulari baſis ſue vſqʒ ad vnitatē. at baſis minoris ꝓximus eſt triāgularis poſt baſem maioris: cōiūcti igit ſimul p quintā huius faciūt tetragonū: et ſcds vnius et ſcds alterius ſequentē tetragonū: et ſic eo vſqʒ dū extrema vnitas minoris cū penultimo alterius triāgulari primū poſt vnitatē cōficiat tetragonū. vnitas igit ſi apponat: oēs ad ipſāuſqʒ tetragonos ſuprapoſitos habebim⁹ / ab illo ſcʒ tetragono cui⁹ latus eſt eq̄le lateri triāgularis baſis maioris pyramidis. at p ꝓmiſſam ex oībus ab vnitate tetragonis cōponit pyramis cui⁹ baſis eſt quadrāgula ⁊ cōiūctorū vltim⁹ tetragonus: effectū eſt igit quod ꝓponebatur.



30 ℭSi quotlibet triāgulares eq̄les in altū cōponant: fiet ex eis nūerus ſerratilis.

ℭNam ꝙ equales erūt: poterūt directe cōtinue in altū latera vnius ſup latera alterius aptari applicariqʒ. vt latus d e. ſupra latus a b. et d f / et f e: ſupra latera a c / et c b. et latus g h: ſupra latus d e. et latera g k / et k h: ſupra latera d f / et f e. et ita de cōſequētibus vſqʒ ad vltimū. et qm̄ oīum latera ſunt equalia: erit vt ſupra poſita directe latera que ſupremū locū obtinent: extremis equalia ſint et eq̄diſtantia. patet itaqʒ per diffinitionē factū eſſe ſerratilē: quod ꝓponebatur.



¶ Omnis ſerratilis pyramide ſue baſis vno altior: addit ſuper eam/ pyramidem 31
cuius baſis tetragona eſt: baſi alterius equilatera.

¶ Nam dempta triangula pyramide: ita videlicet vt baſis in baſi tollat. et de ſecundo equaliũ triã gulorũ ſecũdus pyramidis detrahat: et de tertio tertius. ſicq͡ʒ deinceps. qꝛ ſerratilis vno altior pyramide ſue baſis poſitus eſt de penultimo triãgulariũ equaliũ/ auferet ſuprema vnitas atq͡ʒ pyramidis vertex: ſicq͡ʒ totus vltimus triãgularis ſerratilis integer relinquit. at qꝛ in baſi ſerratilis fuit ablata baſis triãgule pyramidis: ideo per ſecundã huius/ ſecũdi triãgularis relictũ eſt latus et in omnibus ſuperioribus ſimiliter. qui qm̃ tot ſunt quot i illo latere vnitates: cõſtat latus ipm̃ cũ ſequentiũ lateribus ſummã quadrati pficere. preterea qꝛ tertij triangularis ſerratilis remanet latus ſuũ et minor ſequens et in ſequẽtibus ſimiliter: erit vt illa ſint ſequẽtis quadrati latera. et hoc pacto ad vnitatẽ vſq͡ʒ quadratorũ numerus excreſcit. erit ergo vt in ſupremo triãgulari reſidua ſit vnitas: et que eſt prim⁹ tetragonus. ergo per viceſimãoctauã huius/ conſtat relictã eſſe tetragonã pyramidẽ. et quia latus baſis eiuſdẽ eſt latus triangulariũ equaliũ/ et latus baſis pyramidis triãgule ablate idẽ: cõſtat pyramidẽ relictã eſſe pyramidi baſis ſerratilis equilaterã/ atq͡ʒ ipm̃ ſerratilẽ eam ſup pyramidẽ baſis ſue addere: quod eſt propoſitum.

¶ Omnis ſerratilis pyramide ſue baſis duobus altior: eidẽ triplus eſſe ꝓbatur. 32

¶ Subſtraho enĩ ab ipſo ſerratili extremũ triãgulariũ/ relinquetur q͡ʒ ſerratilis vno altior pyramide/ qui per precedentẽ in duas ſecabilis eſt pyramidas: quarũ vna eſt triangula pyramis baſis ſerratilis/ et altera tetragonica cuius baſis tetragona eſt et baſi alterius eq̄latera: ſed et hec eadẽ tetragonica pyramis per viceſimãnonã huius in duas rurſus ſecabilis eſt triãgulas pyramides: quaꝝ vna triãgule priori eſt equalis/ ⁊ altera ea minor q̄tũ eſt baſis triãgule prioris. addito igit̃ prius dempto triangulari eidẽ baſi prioris triãgule pyramidis equali ad minorẽ: illa fiẽt alteri eq̄lis. ſic fient tres equales triãgule pyramides totũ ſerratilẽ cõſtituẽtes. cõſtat itaq͡ʒ totũ huiuſmodi ſerratilẽ pyramidi ſue baſis eſſe triplũ: quod eſt propoſitũ.

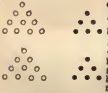


¶ Late baſis triãgularis dato: triãgule pyramidis ſup eã ꝯſtitute ſũmã repire. 33

¶ Reperiat triãgularis lateris dati p ſextã hui⁹/ in quẽ latus ipm̃ ducatur: et habebim⁹ ſerratilẽ eq̄ altũ pyramidi. cui aduce duos eq̄les triãgulares: ꝓueniet q͡ʒ ſerratilis duobus pyramide ſue baſis altior. cuius tertiã partẽ accipe: et p precedẽtẽ habes pyramidis ſup latus cõſtitute ſummã/ atq͡ʒ qd̓ ex triãgulari lateris dati vna cũ oĩbus ſuis inferioribus triãgularibus coaceruat: quod eſt ꝓpoſitũ.

¶ Pyramidis totius ſummã reperire: cuius baſis tetragona/ eiuſdemq͡ʒ baſis latus datum fuerit. 34

¶ Ut precedẽs docuit/ dato triãgularis latere qd̓ ex ipſo et oĩb⁹ ſub eo cõtentis coaceruat inuenire: ita quoq͡ʒ et p̄ſens nos inſtruit/ dato tetragoni latere qd̓ ex ipſo ⁊ oibus ſub eo ꝯtentis tetragonis coaceruat/ reperire. hoc enĩ eſt tetragone pyramidis ſummã reperire: qd̓ oſtendit. nã dato latere/ q̄ro p ſextã hui⁹/ eius triãgularẽ (quẽ vt in p̄cedẽti factũ eſt) duco latus ꝓpoſitũ: ⁊ ꝓueniet ſerratilis eq̄ atq͡ʒ eius pyramis altus. cui addo vnũ cõſimiliũ triãgulorũ/ et ꝓueniet ſerratilis vno pyramide ſue baſis altior. detracta igit̃ p p̄cedentẽ inuẽta baſis pyramide: per triceſimãprimã hui⁹/ relinquet tetragona pyramis cuiuſquidẽ baſis tetragona eſt atq͡ʒ triãgulari equilatera/ que ſcʒ eſt ſumma petita et propoſitum.



¶ Si duo ſerratiles quorum baſes triangulares/ proximi exiſtant/ ⁊ quorum altitudo vna et lateri maioris equa fuerit coniungantur: efficietur cubus. 35

¶ Nã baſes i ipſis equaliter ſcʒ ſcd̓m numerũ lateris maioris ſerratilis ſunt multiplicate/ et baſis vnius et baſis alterius cõiuncte: per quintã hui⁹ tetragonũ efficiũt. cuius latus lateri maioris eſt eq̄le: et ſecũdus triãgulus vnius ſecũdo alterius cõiũctus per eandẽ tetragonũ cõſimilẽ. et ita cõſequẽter vt tot tetragoni equales ſupponãtur ſibiq͡ʒ inuicẽ aptent: quot in latere ſunt vnitates. at cũ ex illis figura ſit cõſtituta/ baſim quadrangulã habẽs in longũ/ latũ et altũ equaliter diſtenſa: per diffinitionẽ cõcluditur eſſe cubus.

¶ Si cuilibet cubo adiũgatur baſis ſua/ ⁊ triangularis baſi ſue equilaterus: efficietur triplus ſue pyramidi. 36

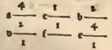
¶ Sumo duos triãgulares proximos quoꝝ maior ſit equilaterus tetragono cubi aſſignati: ⁊ ꝯſtituo per triceſimã huius/ ſuper eos ſerratiles quorũ altitudo ſit eq̄lis lateri baſis maioris/ qui duo ſerratiles cõiuncti per p̄cedentẽ equabũtur cubo aſſignato. et qꝛ maior illorũ ſerratiliũ eſt eque altus ſue pyramidi: duplo ergo ſue baſis ſibi addito/ per triceſimãſecũdã hui⁹ fiet pyramidi ſue baſis triplus. et quia alter ſerratilis eſt alteri eque altus: erit vno altior ſua pyramide. baſi igit̃ ipſi ſemel addita: fiet eidẽ ſue pyramidi triplus. at baſis ſua cum baſi alterius: per quintã huius faciũt tetragonũ cubi. quare ſi p̄dicto cubo addat baſis ſua cũ baſi maioris ſerratilis que eſt triangularis baſi ſue equilaterus: efficietur numerus pyramidi ſue triplus: qd̓ erat demonſtrandũ. ¶ Sunt preterea colline que vt ſerratiles per triceſimã huius facile formabunt: et quarũ ſumma ducendo baſim in coſtã cognoſcitur/ que (qꝛ facilia ſunt) author omiſit. ſunt etiã numeri circulares: qui propter ſemp principij reuerſione formant. et eadẽ ratione ſphere ſphericiq͡ʒ cubi vt vigintiquinq͡ʒ ⁊ trigintaſex: qui a radicibus

quinaria ſcʒ ⁊ ſenaria naſcūtur nūeri circulares. dicūtur et centū vigintiquinqꝫ: ſimiliter ducēta / decē ⁊ ſex ſphere ſphericiqꝫ cubi noiant. qui a radicibus quinaria et ſenaria in ſuos circulares quadratos ductis / ꝓcreātur. Sed quia hi numeri a paucis ⁊ cōſtitutis numeris naſcūtur quinario ſcʒ ⁊ ſenario / et demōſtrationis difficultatē nō requirāt / aut ſimilē cū ceteris quadratis et cubis normā obſeruent: horū amplioꝛē determinationē authoꝛ nō ab re omiſiſſe videtur.

¶ Octaui elementorū Arithmetices Jordani finis.

EQualitas eſt inequalitatis principiū. Jnequalitatis quinqꝫ ſunt ſpecies. aut enī maioꝛ terminorū ꝯtinet minorē aliquoties vt nichil ſuperfluat: ⁊ dicitur multiplex ꝓportio. aut ſemel tm̄ et eius aliquā partē: et ſuppaꝛticularis appellatur. aut ſemel et eius aliquot partes: ⁊ dicitur ſuppartiēs. aut pluries et ei⁹ aliquā partē: ⁊ multiplex ſuppaꝛticularis vocaꝛ. aut pluries ⁊ ei⁹ aliquot partes: ⁊ multiplex ſuppartiēs noiatur. ¶ Minoꝛis quoqꝫ ad maioꝛē habitudo totidē ſpecies ꝯtinet: q̄ inter ſe ſicut prioꝛes ſcd̄m denoīantiū diuerſitatē variātur. ¶ Scd̄m partē aliq̄d multiplicare: eſt totā illius ſumere ptē / quota fuerit q̄ multiplicat. ¶ Quodcūqꝫ aliud multiplicet: illud ꝓduci dicimus. qd̄ ita ſe habet ad multiplicatū: ſicut multiplicās ad vnū. diuidi dicīꝛ aliquid per aliud cum illud ſumitur diuidens quod per idem multiplicatū ſummā diuiſi reſtituat.

1 ¶ Jnequaliū numerorū maioꝛis ad minoꝛem ea eſt: que partis ab ipſo minoꝛe denominate / ad partem a maioꝛe dictā ꝓportio.



¶ Sint a et b nūeri inequales: a maioꝛ / ⁊ b minoꝛ. ſintqꝫ d e ptes ab ipſis denoīate: d ſcʒ denoīata ab b / et e denoīata ab a. dico eandē ꝓportionē eſſe a ad b et d ad e. pono enī vnū inter a ⁊ b qd̄ ſit c: et vnū inter d et e qd̄ ſit f. et qꝛ que ꝓportio a ad vnū / ea eſt vnius ad partē ab a denoīatā: at ea eſt ꝓportio f ad e. et que ꝓportio c vnius ad b: ea eſt partis denoīate ab b ad vnū. at ea eſt d ad f. igitur per viceſimāſecūdā ſecūdi et equā ꝓportionalitatē indirectā / que ꝓportio a ad b / ea eſt d ad e: partis ſcilʒ a minoꝛe denoīate ad partē a maioꝛe denoīatam. quod eſt ꝓpoſitum.

2 ¶ Partes quotlibet in partes equales redigere.



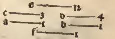
¶ Sint ptes date a / b / c: et numeri eas denoīantes d / e / f: et ꝓpoſitū ſit reducere a / b / c in ptes eiuſdē denoīationis atqꝫ equales. ſumo per viceſimāquintā tertij minimū numerū quē numerāt d e f: qui ſit g. numerētqꝫ ipſm̄ ſm̄ h / k / l: ⁊ ſit m pars denoīata ab g. erit enī per ꝑcedentē vt g ad d: ita a ad m. at d nūerat g ſm̄ h: igiꝛ et m numerabit a ſm̄ h. et per eandē vt g ad e: ita b ad m. e aūt numerat g ſm̄ k: igitur et m numerabit b ſm̄ k. itidē et m numerabit c ſm̄ l per idē. erūtqꝫ reducte partes ille in partes eq̄les ſcʒ a in partes dictas ab g ſm̄ h / et b in eaſdē ſcd̄m k / et c in eaſdē partes ab g dictas ſcd̄m l. at ſi a b c ſingule nō ſint pars: ſed b ſit partes ⁊ c partes / idē eueniet: erūtqꝫ partes dicte ab g ſcd̄m h k l. ⁊ ducēdo a in h: ꝓ ueniūt partes a dicte ab g. et ducēdo b in k: ꝓueniūt partes b ab eodē nūero dicte. et ducēdo c in l: ꝓueniūt reducte partes c dicte ab g. quas ſi vna colligis: collectū oſtēdit ſummā partiū a b c ad eandē denoīationē ſcilʒ g reductarū.

3 ¶ Numerum cum parte vel partibus datum: in partes ſimiles reducere.



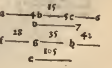
¶ Sit a numerus / et b / c / d partes date: et iubeaꝛ ꝑmo a et b in partes ſimiles reducere. duco nūerū denoīantē partē b in a. et qꝛ b eſt pars vnius et vnū pars totius a / denoīata ab a: ergo per viceſimātertiā primi / b eſt pars a denoīata a nūero qui fit ex ductu denoīantiū in ſe ſcʒ denoīantis b: in a denominantē vnius partis ſcʒ a. duco ergo b in a et ꝓduceꝛ nūerus denoīans illā partē: et per diffinitionē multiplicās a ſcd̄m illā partē. capio ergo ſimiles illi parti ſcd̄m ꝓductū numerū qui erit oēs ſimiles partes a: cui addo partē b / et ſit aggregatus e. factūqꝫ apparebit ꝓpoſitū. Et ſi iubeamur a numerū ⁊ partes b c et d in cōſimiles partes reducere: reduco primo per precedentē b c ⁊ a in cōſimiles ptes. deinde vt prius / duco numerū denoīantē in a: et ꝓueniet nūerus denoīans illā partē. quē vt prius ꝯpleo et cui addo numerū partiū ad eandē denoīationē reductarū: et efficiꝛ ꝓpoſitū.

4 ¶ Quod fit ex ductu duarum partiū vnius in aliā: eſt pars denominata a numero qui fit ex ductu duoꝝ numeroꝝ vnius in aliū illas partes denominantium.

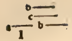


¶ Sint a et b due ptes: et nūeri eas denoīantes ſint c et d / et ex c in d fiat e: et ps denoīata ab e ſit f. dico f eſſe ptē ꝓductā ex a in b. erit enī ex diffinitiōe vt vnū ad c: ita d ad e. ſed et vt vnū ad c: ita a ad vnū. ergo vt a ad vnū: ita d ad e. ſed per primā huius vt d ad e: ita f ad b. at ꝑ diffinitionē vt a ad vnū: ita ꝓductū ex a in b ad b. at f ita ſe habet ad b: eſt igiꝛ f ꝑ diffinitionē qd̄ fit ex a in b. qd̄ eſt ꝓpoſitū.

5 ¶ Si plura q̊tlibet in aliq̄d ducanꝛ: tm̄ ꝓduciꝛ q̄tū ſi qd̄libet coꝝ ducaꝛ in illd̄.

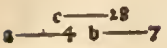


¶ Hec decime ꝑmi ſilis eſt ſed cōioꝛ. ſit nūerus a c collectus ex a b c q̄ multiplicet d: ſiue d ſit nūerus ſiue pars vel partes ⁊ ꝓueniat e. et ex ductu a in d fiat f / et b in d fiat g / et c in d fiat h. dico f g h ſimul tantū eſſe q̄tū e. nā ex diffinitione erit vnū ad a et ad b et ad c: tanq̄ꝫ d ad f / et ad g et ad h. ergo per viceſimātertiā ſecūdi vnū ad a / b et c: ſicut d ad f / g et h. at per diffinitionē ſicut vnū ad a b et c: ita d ad e. ſunt igitur f / g et h ſimul q̄tū e. quod eſt ꝓpoſitū.



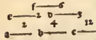
¶Si duoꝝ quodlibet in reliquū ducaṫ: que ꝓducētur equa eſſe neceſſe eſt. 6

¶Hec fere eſt octaua primi ſed paulo cōior ꝙ etiā ad minutias/fractiōeſq; ſe extendat. vt ſi a nūerus pars vel ptes multiplicet b nūerū/partē vel ptes et ꝓueniat c: et b multiplicet a et ꝓueniat d. dico c et d eſſe equalia. nā ex diffinitiōe erit c ad b ſicut a ad vnū: ergo pmutatī c ad a ſicut b ad vnū. ergo ex cōuerſiōe diffinitiōis b in a ꝓducit c. eſt igiṫ d quod fit ex b in a equū c. qḋ erat demonſtrandū.



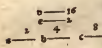
¶Producti ex duobus erit ad vtrūq; ꝓportio a reliquo denoīata. ꝙ ſi eius ad alterū fuerit ꝓportio a reliquo dicta: idē ex ductu alterius in alterū ꝓducetur. 7

¶Ex duobus numeris a in b ꝓducaṫ c: dico ꝓportionē c ad a eſſe denoīatā ab b/et ꝓportionē c ad b eſſe denoīatā ab a. nā per pcedentē ex a in b fit c: et ex b in a fit etiā c. et p diffinitionē ea eſt ꝓportio b ad vnū. que c ad a. at ꝓportio b ad vnū denoīatur ab b: igiṫ et ꝓportio c ad a denoīabiṫ ab b. et cōſimiliter qꝛ ex a in b fit c: p diffinitionē que ꝓportio a ad vnū: ea eſt c ad b. at ꝓportio a ad vnū denoīaṫ ab a: igitur ꝓportio c ad b denoīabiṫ ab a. qḋ eſt ꝓpoſitū. Cōuerſum cōſimili cōuerſo modo ꝓbabiṫ. Et ex hac ad quēlibet numerū q̄tūlibet multiplicē demōſtrare poſſumus. capiendo totū numerū ab vnitate quotus numerus multiplex ad numerū ſit petitus: & ducēdo numerū ab vnitate totū acceptū in numerū aſſignatū. et per p̄ſentē totus ꝓueniet ad numerū aſſignatū multiplex.



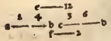
¶Omnis ꝓportio ex duabus cōpoſita: ex ductu vnius eaꝝ in reliquā ꝓducitur. 8

¶Ducere ꝓportionē aliquā in aliā: eſt ducere denoīationē vnius in denoīationē alterius. hinc duas ꝓportiōes aliquā ꝯpoſitā ꝓducere: eſt denoīatiōes illarū duarū ꝓportionū denoīationē ꝯpoſite ꝓducere. Eſto ergo ꝓportio c ad a ꝯpoſita ex ꝓportiōib⁹ c ad b & b ad a: dico ꝓportionē c ad a ꝓduci ex ductu ꝓportiōis c ad b i ꝓportionē b ad a. capio eni d denoīantē ꝓportionis c ad b & e denoīantē ꝓportiōis b ad a & f denoīantē toti⁹ c ad a. qꝛ eni ꝓportio c ad a denoīaṫ ab f: ergo p ſcḋam ptē p̄cedētis f in a facit c: et p eandē e in a facit b. ergo p ſeptimā ſcḋi/ſicut c ad b: ita f ad e. ſed d eſt denoīans ꝓportionē c ad b p hypotheſim: ergo p ſcḋā ptē p̄cedētis d in e ꝓducit f/denoīans ſcꝫ vnı⁹ illarū ꝓportionū in denoīationē alterius ꝓducit totius denoīationē. quod eſt ꝓpoſitum.



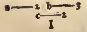
¶Trium continue ꝓportionaliū quod fit ex primo in vltimū equū eſt ei: quod ex medio in ſe ducto producitur. 9

¶Hec fere in viceſimaſexta ſcḋi mōſtrata eſt: niſi ꝙ hec paulo latior eſt/atq; hic alio demōſtrandi modo initimur. Sint ergo a b c tria cōtinue ꝓportionalia/atq; ex b in ſe fiat d: et ſit e denoīans ꝓportionis b ad a. dico equū eſſe qḋ fit ex a in c: & b in ſe. nā qꝛ e denoīat ꝓportionē b ad a: etiā denoīabit ꝓportionē c ad b. ergo p ſcḋam ptē penultime e in b ꝓducit c: ergo p octauā ſcḋi que ꝓportio d ad c ea eſt b ad c. ſed et p eandē ſcḋam partē penultime a in e facit b: ergo per primā partē eiuſdē/a denoīat ꝓportionē b ad e: quare & ꝓportionē d ad c. ergo a in c p eiuſdē ſcḋam ptē ꝓducit d. cōſtat igiṫ quod fit ex b in ſe: equū eſſe ei quod fit ex a in c. et propoſitū.



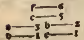
¶Si primū ad ſecundū ſicut tertium ad quartum: quod fit ex primo in quartum/equale eſt ei quod ex ſecundo in tertium producitur. 10

¶Hec ſimile qḋ viceſimaquīta ſcḋi ꝓponit. Sit ergo ꝓportio a ad b vt c ad d: & ex b in c fiat e. dico e tantū eſſe q̄tū qḋ fit ex a in d. ſit eni f denoīans ꝓportionē b ad a: denoīabit etiā ꝓportionē d ad c. ergo p ſcḋam ptē ſeptime hui⁹/f in c cōſtituit d. ergo p octauā ſcḋi c ad b ſicut d ad f. ſed & f in a p eandē ſcḋam ptē ſeptime hui⁹ facit b: ergo p primā ptē eiuſdē a denoīat ꝓportionē b ad f. quare & ꝓportionē c ad d. p ſcḋam ergo ptē eiuſdē a in d facit e. quod eſt ꝓpoſitum.



¶Si ſecundū alterum duoꝝ numeroꝝ ſumātur partes a reliquo dicte: erit ab eo quod ex eis cōponitur proportio eiuſdem ad reliquū denominata. vnde manifeſtū eſt ꝙ omnes ille ſe habent ad vnū: ſicut reliquus ad denominantem. 11

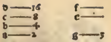
¶Sint a et b duo numeri: ſumāturq; ſm a ptes denoīate ab b: ſitq; c cōpoſitū ex ipſis. dico ꝓportionē a ad b denoīari ab c. nā qꝛ tot ſunt in vno ptes ſimiles: quot ſunt vnitates in b. erit vt ſicut a ad b: ita ptes ille ad vnū. ſed vnū in illis ꝓducit ipſas c: ergo p ſeptimā hui⁹ ꝓportio c ad vnū denoīaṫ ab c cōpoſito ex ipſis ptibus. ergo et ꝓportio a ad b ab eodē denoīatur. Correlariū ex modo demonſtrandi notū eſt. ꝓponebat eni hinc eſſe notū ſicut c ad vnū: ita a ad denoīantē b qui poſitus erat denoīare c. et hoc fuit oſtenſum.



¶Que a cōtra ſe primis partes denominātur: vnam nō cōſtituunt. 12

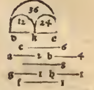
¶Sint a et b numeri ꝯtra ſe p̄mi/& aggregatus ex ipſis ſit c qui p nonā tertij eſt prim⁹ ad vtrūq; a et b: et ſit d pars denoīata ab a/et e pars denoīata ab b. dico d & e nō cōſtituere partē vnā. duco eni a in b: et ꝓueniat f qui p viceſimāquintā tertij eſt minimus quē nūerant a b: qui et idē f per decimā eiuſdē tertij eſt primus ad c. et p ſcḋam huius/d eſt reducte ptes denoīate ab f et ſumpte ſm b et e reducte ptes denoīate ab f et ſumpte ſm a. quare d e ſimul ſunt ptes denoīate ab f: et ſumpte ſm c. quare p correlariū p̄cedētis d e ſimul ad vnū: ſicut c ad f. at c nō eſt pars f: cū ipſi mōſtratus ſit eſſe prim⁹: igiṫ neq; d e pars vnius. nō cōſtituūt igitur d e partē vnā. quod eſt ꝓpoſitū.

¶Si a quotlibet numeris numerorum ab vnitate proportionaliū partes denominentur: vnā ex eis componi eſt impoſſibile. 13



¶ Sint a b c d numeri ab vnitate cõtinue ꝓportionales: et a quotlibet eorũ vt c d denoĩentur e et f ſcʒ e ab c / et f ab d. dico e ⁊ f nõ cõſtituere partẽ vnã. et ſit g aggregatũ ex a et vnitate. qꝛ enĩ c nũerat d: manifeſtũ eſt per viceſimãquintã tertij d eſſe minimũ numerũ quẽ numerant c d. at ꝑ viceſimãquintã ſcđi c numerat d ſcđm a: et d ſeipſm ſecundũ vnitatẽ. et per ſcđam huius / e eſt reducte ptes denoiate ab d et ſumpte ſm a. et f eſt pars denoiata ab d ſumpta ſecũdũ vnitatẽ. igiť e f ſimul eſt ptes denoiate ab d ſumpte ſm g. quare ꝑ correlariũ penultime huius / e f ſimul ad vnũ vt g ad d. ſed g nõ eſt pars d. nã ſi g ſit numerus ꝑmus et numeraret d: per viceſimãſeptimã quarti / etiã numerabit a totũ ſcʒ ſuã partẽ. quod eſt ĩpoſſibile. et ſi g ſit cõpoſitus: ergo ꝑ ſcđam tertij ab aliquo primo numerabiť qui ꝑ viceſimãtertiã primi nũerabit d. quare ꝑ viceſimãſeptimã quarti / numerabit a: et etiã numerat totũ g. ergo ꝑ duodecimã primi numerabit reſiduũ: numerus ſcʒ vnitatẽ. qđ eſt ĩpoſſibile. nõ eſt igitur g pars d: quare neqʒ e f pars vnius. nõ igitur e f cõſtituũt partẽ vnã. quod eſt ꝓpoſitum.

14 ¶ Partes a duob⁹ nũeris dicte ſic ſe habẽt ad ptẽ a nũero ex eis cõpoſito denoĩa tã: ſicut quadratũ ꝯpoſiti ad numerũ qui ex ductu vnius in alterũ ꝓducitur.



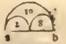
¶ Sint a ⁊ b duo nũeri / et c ex ipſis cõpoſitus: ſitqʒ d quadratus c. et ducať a in b: et fiat e. et ſit f ps denoiata ab c. et ſit rurſus g ps denoiata ab a: et h ps denoiata ab b. dico vt d ad e: ita g et h ad f. duco enĩ c in a et fiat k / ⁊ c in b et fiat l: eritqʒ ꝑ nonã primi k ⁊ l ſimul tanqʒ d. intelligo ergo ſex nũeros c / k / f / h / l / g quoꝝ dico e ad k primũ ad ſcđm: ſicut f ad h tertiũ ad quartũ. Jtẽ e ad l ꝑmũ ad quintũ: ſicut f ad g tertiũ ad ſextũ. nã per ſeptimã ſcđi / e ad k tanqʒ b ad c. ſed ꝑ primã hui⁹ / b ad c tanqʒ f ad h: eſt igiť e ad k tanqʒ f ad h. Jtẽ ꝑ eandẽ ſeptimã ſcđi / e ad l tanqʒ a ad c. ſed ꝑ primã hui⁹ a ad c tanqʒ f ad g. eſt igiť e ad l tanqʒ f ad g. ergo ꝑ viceſimãtertiã ſcđi / e ꝑmus ad k et l ſimul ſcđm ſcʒ ⁊ quintũ: tanqʒ f tertius ad g ⁊ h ſimul quartũ ⁊ ſextũ. at k ⁊ l ſimul ſunt d: igiť d ad e tanqʒ g ad h ſimul ad f. qđ eſt propoſitũ.

15 ¶ Si duo numeri cõponãtur / fueritqʒ cõpoſiti ad alterũ multiplex ꝓportio: erit reliquus alteri equalis aut multiplex.



¶ Sit numerus a b cõpoſitus ex duobus a ⁊ b: ſitqʒ ꝯpoſitus a b multiplex ad a. dico b eſſe equalẽ a vel eidẽ multiplicẽ. nã cũ a b ſit multiplex ad a: ipſe a nũerat totũ a b / et ſeipſm etiã detractũ nũerat. ergo ꝑ duodecimã primi / numerat b reſiduũ. qꝰ ſi ſemel a numeret b: ipſe a erit equalis b. at ſi a multoties numeret b: erit per diffinitionẽ b multiplex ad a. quod eſt propoſitum.

16 ¶ Si totius ad alterũ fuerit ꝓportio ſuparticularis: erit illius ad reliquũ ſimilis denoĩationis ꝓportio multiplex.



¶ Proportio tota ſuparticularis aut tota multiplex diciť: quotus fuerit ſuparticularis aut multiplex. vt ꝑmus ſuparticularis eſt ſeſqualter: et ſequiť ꝑ ordinẽ ſeſqtertius / ſeſquiqrtus. ⁊ ita deinceps ſm numeroꝝ ſeriem. et ꝑmus multiplex eſt duplus: et ſequũtur ꝑ ordinẽ triplus / qdruplus / quĩcupl⁹: ſicqʒ deinceps ſcđm ſeriem numerorũ. ſit a b totus numerus cõſtitutus ex a et b: ſitqʒ a b ſuparticularis ad b. dico b totũ eſſe multiplicẽ ſimiliſqʒ denoĩationis ad a. nã qꝛ cõpoſitus a b ſuparticularis ad b addit ſup b numerũ a: ergo ꝑ diffinitionẽ a eſt pars aliq̃ b. at quota fuerit a pars b / totus eſt a b ſuparticularis ad b. et quota pars a fuerit b / totus erit b multiplex ad a. per diffinitiones igiť quota fuerit ꝓportio ſuparticularis a b ad b: tota erit b ad a ꝓportio multiplex. qđ eſt ꝓpoſitũ.

17 ¶ Si alterius ad alterum fuerit ꝓportio multiplex: erit totius ad ipſum ꝓportio ſuperparticularis.

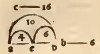
¶ Hec eſt cõuerſa precedentis. vt ſit b ad a ꝓportio multiplex: dico ꝯpoſiti a b ad b totũ eſſe ꝓportionẽ ſuparticularẽ. nã qꝛ b eſt multiplex ad a: erit a ꝑ diffinitionẽ aliqua pars b. at totã ptẽ b addit a b ſup b: nã addit a. igiť quota fuerit b ad a ꝓportio multiplex: tota erit a b ad b proportio ſuparticularis. quod intenditur.

18 ¶ Si maioris ad minus fuerit ſuparticularis vel multiplex ſuparticularis ꝓportio: cõpoſiti ex eis ad minorẽ multiplex ſuparticularis / ad maiorẽ vero ſuperpartiens erit proportio.



¶ Sit a maior nũerus / et b minor. ⁊ ſit a ad b ꝓportio ſuparticularis: et ſit c cõpoſitus ex a et b. dico c ad b ꝓportionẽ eſſe multiplicẽ ſuparticularem: et c ad a ꝓportionẽ eſſe ſupartientẽ. capio enĩ ab a maiore nũero partẽ equalẽ b que ſit d: et reſiduũ ſit e. qꝛ enĩ a eſt ſuparticularis ad b / manifeſtũ eſt a addere ſup b qrtũ eſt e: ⁊ e eſſe partẽ b. ⁊ qꝛ c eſt qrtũ e d et b: et d b duplũ eſt ad b / cui ſupaddit c qrtũ eſt e. igiť c addit ſup b duplũ ad b ⁊ qrtũ eſt e pars eius aliqua. continet igiť c bis b et totã eius partẽ: quota eſt e. eſt igiť per diffinitionẽ c ad b multiplex ſuparticularis. qđ eſt primũ. Sed et c ad a eſſe ſupartientẽ oſtẽditur. nã cũ b ſit minor a et non ſit pars a / alioqui a ad b eſſet ꝓportio multiplex. qđ eſt cõtra hypotheſim. ergo per ꝑmã primi b eſt ptes a. ſed c addit ſup a qrtũ eſt b: erit igiť c cõtinẽs a et ptes eius / ad a ꝓportio ſupartiẽs. qđ eſt ꝓpoſitũ. Et ſi maioris ad minorẽ fuerit ꝓportio multiplex ſuparticularis: ꝯpoſiti ad minorẽ eſſe multiplicẽ ſuparticularẽ / ⁊ ad maiorẽ eſſe ſupartientẽ eadẽ demõſtratio eſt / accepto maiore numero multiplice ſuperparticulari ad minorem.

19 ¶ Si maioris ad minorẽ fuerit ꝓportio ſupartiẽs vel multiplex ſupartiẽs: erit ꝯpoſiti ad maiorẽ ſupartiẽs / ad minorẽ vero multiplex ſupartiẽs ꝓportio.

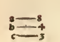


¶ Sit a ad b ſuppartiēs: et ꝯpoſitus ex a et b ſit c. dico c ad a eſſe ſuppartientē: et c ad b eſſe multiplicē ſuppartientē. Sumo enī ex maiore a / nūerū d equalē b: ſitq; e reſiduus qui q2 a eſt ſupparties ad b: ꝑ diffinitionē erit partes b. et q2 c eſt tanq̄ e d ⁊ b: et d b duplū eſt ad b: addet c q̄rtū eſt c ſup duplū b. at e mōſtratus eſt eſſe ptes b: ergo c continet b aliquotiēs ⁊ ptes eius. eſt igitur ꝑ diffinitionē c ad b multiplex ſuppartiēs. qd̄ eſt ꝯſentis theorematis ſcd̄m. Primū aūt ꝙ c ſit ſuppartiēs ad a patet. nā q2 e eſt ptes b: erit vt b ſit ptes a. alioqui a eſſet multiplex ad b. qd̄ eſt cōtra hypotheſim. at c addit ſup a q̄rtū eſt b: eſt igitur c ad a ſuppartiēs. quod eſt ꝓpoſitum.

20 ¶ Oīs ꝯpoſiti ad maiorē ꝯponētiū ſupparticularis vel ſuppartiēs: ad minorē vo multiplex / multiplex ſupparticularis vel multiplex ſuppartiēs ꝓportio reperit.

¶ Primū ꝙ cōpoſitus ad maiorē cōponentiū ſit ſupparticularis aut ſuppartiēs patet. nā cōpoſitus addit ſup maiorē cōponentiū q̄rtum eſt minor: qui ꝑ primā primi erit pars vel ptes maioris. ſi pars maioris / ꝑ diffinitionē cōpoſitus ad maiorē cōponentiū eſt ſupparticularis: ſi ptes / erit ſuppartiens. multiplex aūt ad maiorē nunq̄ eſſe poteſt. Scd̄m ꝙ cōpoſitus ad minorē ſit multiplex / multiplex ſupparticularis aut multiplex ſuppartiēs oſtēdetur. nā maioris cōponentiū ad minorē ꝓportio: a diuiſione / aut eſt multiplex aut ſupparticularis aut ſuppartiēs aut multiplex ſupparticularis aut multiplex ſuppartiēs. Si aūt maioris ꝯponentiū ad minorē ꝓportio ſit multiplex: cū minor maiorē nūeret et etiā ſeipm̄ / ipſe aliq̄tiēs ſumptus nūerabit totū. quare tūc cōpoſitus erit multiplex ad ipm̄. ⁊ ſi maior ad minorē ſit ſupparticularis aut multiplex ſupparticularis: ꝑ decimāoctauā huius cōpoſitus ad minorē eſt multiplex ſupparticularis. ⁊ ſi maior ad minorē ſit ſuppartiēs aut multiplex ſuppartiēs: ꝑ decimānonā huius erit ꝯpoſitus ad minorē multiplex ſuppartiēs. eſt igit totū ꝓpoſitū notū.

21 ¶ Quecūq; maioris ad minorē ꝓportio multiplici addat: tota erit aut multiplex / aut multiplex ſupparticularis / aut multiplex ſuppartiēs.

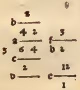


¶ Sit quecūq; ꝓportio multiplex data: et alia quecūq; maioris ad minus: que ꝑ ſextā quīti cōtineātur in minimis terminis a / b / c. ita vt a ad b ſit data ꝓportio multiplex: et b ad c ſit alia maioris habitudinis. dico totā ꝓportionē a ad c eſſe multiplicē: aut multiplicē ſupparticularē aut multiplicē ſuppartientē. nā q2 a eſt maior b / ⁊ b maior c / ⁊ a ad b ꝓportio eſt multiplex: ꝑ nonā ſcd̄i ꝓportio a ad c maior eſt ꝓportiōe a ad b. addit igit ꝓportio a ad c ſup ꝓportionē a ad b / vel nūerū: ſicq; tota erit multiplex. vel partē aut numerū cū parte: et ſic erit multiplex ſupparticularis. vel partes aut numerū cū partibus: et ſic erit multiplex ſuperpartiēs. eſt itaq; notū quod dicitur.

22 ¶ Si due multiplices cōiungātur: cōpoſita erit multiplex.

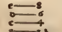
¶ Nam vtraq; a numero denoīatur: quorū ſi alter in alterū ducatur / ꝓueniet numerus a quo ꝑ octauam huius denoīatur cōpoſita: quare erit multiplex. quod eſt ꝓpoſitum.

23 ¶ Data multiplice ſupparticularē inuenire: que cū illa multiplicē cōſtituat. vnde perſpicuū eſt ex qualibet multiplice cū tota ſupparticulari: multiplicē vno maioris denominationis prouenire.



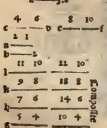
¶ Multiplices et ſupparticulares tote dicūtur: quaꝝ denoīatio multiplicis ⁊ denoīatio ptis ſupparticularis ab eodē nūero ſumitur. vt dupla et ſeſqualtera. dupla enī a duobus / ⁊ ſeſqualtera ſimilit̄ ſumitur. nā ſeſqualtera cōtinet totū et vnā ſcd̄am. tripla ⁊ ſeſquitertia / quadrupla ⁊ ſeſquiquarta: ſicq; deinceps. Sit a quecūq; multiplex ꝓportio data / et b nūerus eā denoīans: et ſit c ꝓportio ſupparticularis cuius numerus d denoīet partē. ſitq; d equalis b. et ſit e totalis denoīatio ꝓportiōis ſupparticularis c: que quidē denoīatur ab vno ⁊ numero partis: et q2 vnū in b facit b ⁊ pars denoīata ab b in b facit vnū: ergo tota denoīatio e ducta in b facit nūerū vno maiorē b qui ſit f: et qui ꝑ octauā huius eſt denominās ꝓportionis cōpoſite ex a et c. eſt igitur ꝓportio cōpoſita ex a ⁊ c: a numero ſcz denoīata / multiplex. et q2 numerus denoīans cōpoſitā eſt vno maior numero denoīante ꝓportionē a: ex hoc correlariū et totū ꝓpoſitū notum eſt.

24 ¶ Data ſupparticulari / quotlibet multiplices reperire: quarū quelibet cum illa multiplicē componat.



¶ Sit enī a data ꝓportio ſupparticularis: et pars que cū vno eā denoīat ſit b. capio quotquot multiplices voluero: quarū cuiuſlibet nūerus denoīans / ſit totū ad b / et b pars. et ex modo demonſtrande precedētis / a cū qualibet illarū multiplicīū cōſtituet multiplicē / efficieturq; ꝓpoſitū.

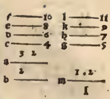
25 ¶ Data multiplice quotlibet ſumere ſupparticulares: quarū quelibet cū ea efficiat multiplicē ſuperparticularem.



¶ Sit a data ꝓportio multiplex ad quā iubemur quotlibet ſupparticulares inuenire: quarū quelibet cū ea cōſtituat multiplicē ſupparticularē. capio b numerū denoīantē ꝓportionē multiplicē a: et ſumo c / d / e / f et quotquot voluero multiplices ad b: et ptes ab ipſis denoīatas ꝑ ordinē. et capio ſupparticulares denomiatas a ptibus c / d / e / f que ſint g / h / k / l quarū quālibet cū data multiplice dico cōſtituere multiplicē ſupparticularē. nā quia g ſupparticularis ſumpta ab c et ſua parte: denoīatur a toto c et parte denoīata ab c. ⁊ b in toto c ſemel cōſtituit multiplicē: ⁊ in parte c cōſtituit totā partē quota pars ipſe poſitus ſit ad c. cōpoſita ergo ex a data multiplice ⁊ g ſupparticulari ſūpta a pte c cōſtituūt multiplicē ſupparticularē. et eadē ratione cōpoſita ex a ⁊ h / et ex a et k / ⁊ ex a et l. quod eſt ꝓpoſitū.

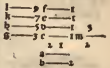
26 **¶Quotlibet multiplices inuenire: que cũ data ſuperparticulari multiplicẽ ſupparticularem conſtituant.**

¶Sit a data ſuppartícularis/ ⁊ b nũerus denoíans eius ptẽ/ ⁊ m tota eius denoiatio cui quotlibet multiplices ſupaſſumãtur: vt quoꝝ nũeri denoiantes ſint c/d/e/f: manifeſtũ eſt ꝑ viceſimãtertiã huius b in c/ ⁊ in d/ ⁊ in e/ ⁊ in f ꝯſtituere nũerũ multiplicisq; denoiationẽ. capio ergo g/h/k/l totidẽ multiplices vno maioris denolatiõis. et qꝛ g addit vnũ ſup multiplicẽ c: ſi ergo in totalis denoiatio ꝓportionis ſupparticularis ducatur in g ꝓueniet numerus cũ parte denominata ab b: quare ꝓportio multiplex ſupparticularis. vt in preſenti figuratione ꝓueniret ꝓportio ſeptupla/ſeſqualtera. et ita de h/et k/et l demonſtrabis.



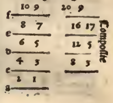
27 **¶Data multiplice quotlibet ſupparticulares inuenire: quarũ quelibet cũ eadẽ multiplicẽ ſuppartientẽ cõponat.**

¶Sit a data multiplex· et b numerus ipſam denoíans: ſumo quotlibet numeros eo maiores ſed non multiplices qui ſint g h k l ⁊ partes ab ipſis denoiate ſint c d e f. vt c ſit denoiata ab g/ ⁊ d ab h: ſicq; cõſequẽter. dico ergo qꝫ b l c/l d/ in e/ ⁊ in f nõ partẽ ſed partes ꝓducit. nã ſi ducat̃ b in c ⁊ ꝓueniat m ptes denoiate ab g: ꝑ correlariũ vndecime hui⁹ que ꝓportio b ad g: ea eſt m ad vnũ. ſed ꝑ hypotheſim b eſt ptes g: igit̃ ⁊ m eſt ptes vni⁹. et ita ſi b ducat̃ in d ⁊ e ⁊ f ꝓuenĩẽt ptes. itaq; ſupparticulares ab illis ptibus dicte cũ data multiplice quelibet cõſtituet multiplicẽ ſuppartientẽ.



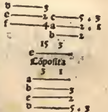
28 **¶Sola ſupparticulariũ ſeſqualtera: eſt q̃ cũ nulla multiplice/multiplicẽ ſuppartientem producit.**

¶Nam qꝛ ſeſqualt̃a denoiat̃ a ſc̃da que eſt vnius dimidiũ ⁊ dimidiũ in oẽm numerũ ductũ aut vnũ ꝓducit aut numerũ aut dimidiũ addit. nam binarius oẽm numerũ numerat aut ſupfluit. vnitas ergo denoians partis ſeſqualtere in denoiantẽ multiplicis: aut multiplicẽ ꝓducet/ aut multiplicẽ ſupparticularẽ. nõ itaq; cũ multiplice multiplicẽ ſuppartientẽ ꝓducet. at qꝫ ois alia ſupparticularis cũ aliq̃ multiplice multiplicẽ ſuppartientẽ efficere poſſit hinc cognoſcit̃. qꝛ ſi ſumas numerũ denominantem multiplicẽ vno minorẽ numero denoiante partẽ date ſupparticularis ex precedẽte efficies ꝓpoſitũ. potes et primã partẽ facile ex modo demonſtrandi viceſimeſexte huius cognoſcere: quẽadmodum ſecundã partem ex precedente cognoſcis.



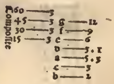
29 **¶Sola multiplicium dupla: cũ nulla ſuppartiẽte multiplicẽ efficit ꝓportionẽ.**

¶Hec ꝓponit duplã cũ nulla ſuppartiẽte multiplicẽ cõſtituere ⁊ oẽm aliã multiplicẽ cũ aliqua ſuppartiente: poſſe multiplicẽ cõſtituere. Primũ patet et ſit a ꝓportio dupla et b numerus ipſam denominãs: ſitq; c quecũq; ꝓportio ſuppartiẽs. dico a cũ c nõ ꝯſtituere ꝓportionẽ multiplicẽ. Sumo eni ptes c que denominent̃ ab d et nũerent̃ ab e: et duco b in illas partes ⁊ ꝓueniẽt partes ſimiles ⁊ numerate a numero qui fit ex binario: id eſt b in e. ſit ergo numerus illarũ partiũ f: quẽ dico nõ eſſe numerũ. nã nõ erit equalis d: qꝛ e numeraret d. neq; d ipſum numerabit. nã ſcd̃m vnitatẽ nõ numerabit: qꝛ eſſet ei equalis. neq; ſcd̃m binariũ qꝛ d et e equarẽtur. neq; ſcd̃m maiorẽ binario: qꝛ d maior eſt e. cũ ergo b in e denominãs in partes alterius nõ cõſtituat numerũ nõ ꝓducetur multiplex. Secundũ patet. nã data quacũq; altera multiplice vt a: capio b numerũ ipſam denominantẽ quẽ facio aliquarũ partium denominatorẽ: et ſumo numerũ partiũ vno minorẽ b qui ſit c: ſitq; d ſuppartiens partiũ c. dico a ⁊ d ſimul cõſtituere multiplicẽ. nam qꝛ b eſt denominãs a ⁊ denominãs partiũ d: ideo b in c cõſtituet numerũ. denominabitur itaq; cõpoſita a numero: quare erit multiplex. quod eſt ꝓpoſitũ.



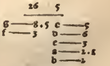
30 **¶Data ſuppartiente multiplices quotlibet reperire: quaꝝ quelibet in illam ducta producat multiplicem.**

¶Sit a data ſuppartiẽs: et numerus partiũ ſit b: et numerus illas denoíans ſit c. capio p̃mo multiplicẽ que denoietur ab c que ſit d: deinde que denoietur ab multiplicibus c quotquot voluero: ſintq; ſui denoiantes e f g. dico a datã ſuppartientẽ cũ q̃libet multiplicium d e f et g cõſtituere multiplicẽ. nã b in e cõſtituet numerũ et in e etiã numerũ: qꝛ duplũ et in f triplum et g quadruplũ acceptis ſcilꝫ per ordinẽ multiplicibus denoiantis c: ergo ſuppartiens a cũ qualibet illarũ multiplicium cõſtituit multiplicem. quod eſt propoſitum.



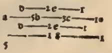
31 **¶Quotlibet ſuppartiẽtes/quarũ quelibet cũ ꝓpoſita multiplice multiplicẽ ſupparticularẽ conſtituat/ inuenire.**

¶Sit ꝓpoſita multiplex a cuius numerus denoíans ſit b: ſumo quẽlibet numerũ maiorẽ b qui ſit c. et duco b in c ⁊ fiat d. ⁊ capio e minorẽ vno d. capio itẽ partes denomiatas ab c ſcd̃m numerũ c q̃ ſint f. qm̃ eni b in c ꝯſtituit d: ideo b in f ꝯſtituet ſimiles ptes ſm numerũ d. at ipe ſm numerũ d ſupre faciũt vnũ et vnã amplius. ſit itaq; g ſuppartiẽs denoiata a ptibus dictis ab e et ſumptis ſecundũ numerũ c que (qꝛ b in f cõſtituit numerũ et partẽ) eadẽ ſuppartiẽs cũ a cõſtituet ſupparticularẽ ⁊ quotquot voles eadẽ ratiõe tibi ſumas ſuppartiẽtes q cũ a cõſtituet ſupparticularẽ. qđ eſt ꝓpoſitũ.



32 **¶Multiplices aliquot ſumere/que in datã ſupparticularẽ ducte: ꝓcreent multiplices ſuperparticulares.**

¶Sint a ⁊ b minimi t̃mini date ꝓportiõis ſuppartiẽtis: qui qꝛ ſunt cõtra ſe p̃mi q̃ro ꝑ vltimã tertij multiplicẽ a que addat ſup multiplicẽ b vnitatẽ q ſit c: ſitq; numerus ſm que a numerat c nũerus d. ſumo vnitatẽ que ſit e. erit q; d ad e multiplex denomiata ab d. at ꝑ demonſtratũ in principio tertie



10——3
25——3
40——5
Compoſite.

quinti/ ꝓportio cõpoſita ex a ad b et d ad e eſt que eſt inter productũ ex d in a: ad productũ ex e in b. at e in b facit b: et d in a facit c cõtinens aliquoties b et eius vnã partẽ. nam poſitus eſt c maior vnitate multiplice ad b. igitur cõpoſita ex data ſuppartiente et multiplici d ad e eſt multiplex ſuppartícularis: quod intenditur. et ita quãlibet aliam inuenias.

℄ Suppartiẽtes quotlibet que cũ data multiplice perficiant ſuppartientes multiplices; inquirere. 33

b——5 c——4
a——2
e——10 d——14
f——7
g 17——15
34——10
Compoſita.

℄ Sit a denominans multiplicẽ: ſumo duos numeros c d quorũ vnus nõ numeret aliũ/ ſitq; b maior et primus ad a/ per vltimã tertij quero multiplicẽ ad a: qui addet ſup multiplicẽ d numeru c. ſitq; huiuſmodi multiplex ad a/ numerus d quẽ numerat a ſm f: et multiplex ad b ſit e. dico ſuppartiente e ſue denoians partiũ ſit c multiplex b/ et nũerus partiũ ſit f: eſſe vnã ſuppartientiũ que queritur. nã a in f partes illas duct⁹ ſimiles partes producit: quarũ nũerus eſt d/ ideo numerũ ꝓducit. ſed e ſupfluũt partes ſm numerũ c que nõ numerant b: ergo a et ſuppartiẽs partiũ f denoiatarũ ab e que ſit g ꝯſtituent ꝓportionẽ multiplicẽ ſuppartientẽ. et hoc pacto quotquot voles quere.

℄ Propoſita ſuppartiẽte multiplices perſcrutari: que cum eadẽ multiplices ſuppartientes cõſtituant. 34

f——10 50——5
e——7 35——5
d——4 20——5
Compoſite.
a 5——3
b——3
c——2

℄ Sit a ſuppartiens data/ et b denoians partes: c vero numerus partiũ. et ſit d maior b vno/ ducatq; c in d et ꝓueniet multiplex b et inſup totidẽ ptes: quare multiplex denoiata ab d cũ ſuppartiente aliũ gnata a cõſtituet multiplicẽ ſuppartientẽ. et ita fiet ſi quolibet multiplice ad b maior vno ſumat vt e et f. Neq; has ꝓpoſitiones que inuẽtionẽ ꝓponunt accuratius exequi curaui: que vbi exactior ꝓceſſio facta fuiſſet etiã legentibus allatura fuiſſet faſtidiũ.

℄ Suppartícularis et ſimul multiplex ſuppartícularis cũ eadẽ multiplice: ſimiles producunt propoꝛtiones. 35

c 6——4 12——4
b 3——2 6——2
a 2——1 Compoſite.

℄ Sit a ꝓportio multiplex/ et b ꝓportio ſuppartícularis/ et c ꝓportio multiplex ſuppartícularis ſimul. Dico ꝓportiões cõpoſitas ex b et a: et ex c et a eſſe ſimiles. nam cũ ſuppartícularis denoietur ab vno et parte/ et multiplex ſuppartícularis denoietur a numero et eadẽ parte: numerus igit̃ multiplicis in vnũ et numerũ ductus ſemp facit numerũ. addito igit̃ vtrobiq; quod fit ex eodẽ multiplicis numero in partẽ que ſupeſt/ ſi cũ vno numerũ facit et cũ reliquo facit eundẽ: et ſi cũ vno pars vel partes ſupfluũt itidem et cũ reliquo. quare ꝓuenient ſimiles ꝓportiones. Id tamẽ aduerte ꝙ ſi ꝗtitas denoiationis creſcit in altera productarũ quod maxime in ſuppartiẽtibus accidere ſolet: non tamẽ inde genus ꝓportionis mutabitur.

℄ Quãcunq; ꝓportionẽ ſuppartiens cũ multiplice conſtituit: eiuſmodi etiã cum eadem efficiet ſimul multiplex ſuppartiens. 36

16——5 c 8——5
10——5 b 5——3
Compoſite. a 2——1

℄ Sit a multiplex/ b ſuppartiens quecũq;: et c ſimul ſuppartiens multiplex. dico b et a ſimul/ itẽ c et a ſimul ſimilẽ cõſtituere ꝓportionẽ: huius vt precedentis demonſtratio eſt.

℄ Si ab vnitate nũeri cõtinue diſponãtur/ et ſinguli ad ꝓximos deſcendẽdo cõparẽtur/ fient oẽs ſuppartículares ꝓportiones: tanto minores ꝗ̃to remotiores. ad vnitatẽ vero omnes multiplices: tanto minores ꝗ̃to ꝓpinquiores. 37

k——10
h——9
g——8
f——7
e——6
d——5
c——4
b——3
a——2
1

℄ Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k numeri ab vnitate cõtinue ſumpti: dico primo k ad h eſſe ſuppartícularem ꝓportionẽ. et h ad g. et g ad f. ſicq; deinceps vſq; ad vnitatẽ. et k ad h minorẽ eſſe ꝓportionẽ ꝗ̃ h ad g/ et cetere inferiores: et h ad g minorẽ ꝗ̃ cetere inferiores. nam cũ vnitas ſit cuiuſlibet nũeri pars: et quilibet ſuperiorũ addat vnitatẽ ipſam/ tamẽ excludẽdo ſup ꝓximũ inferiorẽ. ergo per diffinitionem/ k ad h et h ad g atq; ita deinceps; eſt ꝓportio ſuppartícularis. et qꝛ per cõceptionẽ pars ea minor eſt que maiorẽ habet denoiationẽ/ et vnitas ſimiliter per cõceptionẽ ſit cuiuſlibet numeri pars ab ipſo denoiata: ergo ꝓportiones ille ab vnitate remotiores/ que a maiori parte denominãtur: ſunt minores. et quãto ipſi vnitati ꝓpinquiores a maiori parte denominantur: quare tunc erunt maiores. et ſi tota ſeries numerorũ eſſet ordinata/ oẽs ſuppartículares ſpecie quidẽ habite eſſent: nõ autẽ ſm numerũ accepte. nam ea ꝓportio que eſt ternarij ad binariũ: eſt ſenarij ad quaternariũ/ et duodenarij ad octonariũ/ nõ tamẽ due vltime in ordine proximorũ numerorũ eſſent accepte. Secũdo dico oẽs cõſimiliter cõtinue ad vnitatẽ ſumptas eſſe multiplices/ tanto minores ꝗ̃to ipſi vnitati viciniores. nã a primus poſt eã numerus/ bis eã cõtinet: et b ter/ et c quater. et ita cõſequẽter am oẽs ſpecies multiplicitũ. ſed et cõtinue a maiore numero denoiatur multiplex. et ꝗ̃to vnitati vicinior a minore: nullus enim binario minor eſt. eſt igitur cognitũ quod erat demonſtrandum.

℄ Si a cõmuni angulo naturalis ſeries numerorũ in longũ et latũ extendatur/ et ipſis inuicẽ multiplicatis/ et qui ꝓueniunt in angulari cõuentu poſitis/ ſi ſingulorũ ordinũ ad primũ fiat collatio/ ordo cõtinuus multiplicitũ ꝓcedet: ſi ad proximos preterꝗ̃ ad primũ ordo ſuppartícularitũ. et qui circa diametrũ collocati ſunt: oẽs erũt quadrati. qui vero his hinc inde ꝓximi: ſunt altera parte longiores. 38

Longitudo.

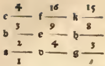
Latitudo.										
1.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Cōparatio vbiq̧ ad pmā
2	4.	6	8	10	12	14	16	18	20	Dupla ad eandem.
3	6	9.	12	15	18	21	24	27	30	Tripla ad eandem.
4	8	12	16.	20	24	28	32	36	40	Quadrupla ad eandē.
5	10	15	20	25.	30	35	40	45	50	Quincupla ad eandem.
6	12	18	24	30	36.	42	48	54	60	Seſcupla ad eandem.
7	14	21	28	35	42	49.	56	63	70	Septupla ad eandem.
8	16	24	32	40	48	56	64.	72	80	Octupla ad eandem.
9	18	27	36	45	54	63	72	81.	90	Noncupla ad eandem.
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100.	Decupla ad eandem.
Cōparatio ad al triſec⁹ primā	Dupla.	Seſqualtera.	Seſquitertia.	Seſquiquarta.	Seſquiquinta.	Seſquiſexta.	Seſquiſeptima.	Seſquioctaua.	Seſquinona.	

¶ Formata ergo hac menſula Pythagore ⁊ diſpoſitis vt ꝓponit ꝓpoſitio numerorū ordinibus: dico pmo q̄ ſi ſinguli ordines ad primū cōparētur ꝓuenire per ordinē multiplices. nam cū vnitas ſit caput prime linee: et ſecūde linee caput primuſq̧ numerus ſit binarius. eſt ergo primus numerus ſecunde li nee primo numero duplus et primus multiplex. et q̄ binarius multiplicat oēs numeros prime linee: et ex multiplicatione ꝯtinue ſcda linea ꝓcreat et ſcdus numerorū ordo. ergo per diffinitionē quoties vnitas in binario toties cōtinue ſinguli primi ordinis in ſingulis ſecūdi exiſtunt. igitur ſinguli ſecūdi ordinis ad ſingulos primi dupli ſunt atq̧ eque multiplices. et q̄ prim⁹ tertij ordinis eſt triplus primo primi qui eſt vnitas et ex ꝯtinua multiplicatiōe ſingulorū primi ordinis ꝑ ipm ꝓducūtur ſinguli tertij ordinis: ergo per idem q̄d prius ſinguli tertij ordinis ſunt tripli ad ſingulos primi ordinis. hac q̧ rōne ꝓbabis ſingulos quarti ad ſingulos primi eſſe quadruplos / ⁊ quinti quincuplos: ſicq̧ deinceps. Secūdo dico q̄ ſi hat comparatio tertij ordinis ad ſcdm / et quarti ad tertiū / et quinti ad quartū / et ſexti ad quintu: et ita cōſequēter cōtinue ſuppartic ulariū ordines ſurgere. nā continue videmus ſin gulos horū ⁊ ſingulos illoru ex ductu duorū ꝓximorū numerorū deſcendēdo ab vnitate ſumptorū in cos enaſci. at per precedentē illi numeri cōtinue ſeriē ſuppartic ulariū cōplent. igitur et ſinguli poſte rioris ordinis ad priorem ordinē ſimilē retinebunt ꝓportionē. quod eſt ſcdm. Tertio dico numeros qui conſtant circa diametrū eſſe quadratos. illi eni ſunt quorum caput eſt vnitas: et ſupremus eſt oim maximus quaſi longiſſima linea: ⁊ numerorū ordines q̄ſi ex equo ꝑ mediū ſecātes. quos dicimus eſſe quadratos. nā illos cōtinue videbis ex lateribus equalibus ꝓductos vno ſemp ſcdm numerorū ſeriē creſcētibus. erūt igit oēs quadrati. ⁊ ſi lineas ad eorū latera equidiſtāter ꝓtraxeris: cōtinue quadratam cōcludes ſigurā. Quarto dico numeros hinc ⁊ inde quadratis altrinſecus ꝓxime adiacētes: eſſe altera parte longiores. nā oēs illi ſcdm numerorū ſeriē ꝓducūtur ex lateribus vno diſtātibus: q̄ vnū eorū latus ſit quadrati latus: ⁊ alterū ſit vno latere eiuſdē quadrati minus. ſicq̧ tota cognoſcit ꝓpoſitio. Et ex hoc quoq̧ notū eſſe poteſt q̄ ſi ſinguli altera parte longiores ſingulis quadratis quibus altrinſecus circūſiſtunt cōparētur: a ꝓportione dupla oēs ſuppartic ulariū ſpecies ꝓcreātur: vt duo primus altera parte longior vnitati primo quadrato cōparatus eſt duplus. et 6 altera parte lōgior ad 4 ſcdm quadratū relatus per ſcdam partē hui⁹ eſt ſeſqualter. ⁊ 12 tertius altera parte longior ad 9 tertium quadratū ꝑ idē eſt ſeſquitertius: et hoc pacto cōſequēter. ¶ Et idē de ſuppartic ulariū ſpeciebus eueneriť: ſi primu altera parte longiorē ſecūdo quadrato / et ſcdm altera parte longiorē tertio / et tertium quarto. et hoc pacto deinceps comparaueris. ¶ Et rurſum ſi primū altera parte longiorē inter primū quadratū et ſcdm collocaueris: ſimilis ꝓportionū habitudo ſeruatur / eritq̧ continue ꝓportio dupla. ¶ Et ſi ſecundū altera parte longiorē / inter ſecundū quadratū et tertiū collocaueris: cōtinue ſeſqualtera habitudo ſeruabitur ex prima et ſecunda parte huius. et ita cōſequēter reliquas ſuppar ticulariū coniunctas habitudines reperias ſi reliquos longilateros nūeros ſuis quadratis medios interiexeris: ex quibus digna illa contēplatio ad Pythagoricā ⁊ Platonicā intelligentiā momentū habens q̧ de quadratis et altera parte longioribus diuus Seuerinus 33 capite ſecundi ſue Arithmetices elegantiſſime aperit: vel perſpectiſſima eſſe poteſt.

59 ¶ Si ſuppartic ulares ab vnitate ſumātur binis ⁊ binis diſiuncti ꝯiūctis: prima multiplicitū ac ꝯſequēter oim ſuppartic ulariū ſpecies ꝓuenire ꝯueniet.

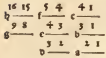
¶ Sint a / b / c / d / e / f / g / h / k cōtinue ab vnitate ſumpti ſuppartic ulares numeri: ⁊ cōiungātur diſiūcti bini et bini ſcʒ c a / e c / g e / ⁊ k g. dico c ad a eſſe primā multiplicitū / ⁊ e ad c ⁊ g ad e ⁊ k ad g ꝯtinue cōſtituere ſpecies ſuppartic ulariū. nā per penultimā erūt a b c d e f g h k numeri cōtinue ab vnitate ſumpti: ſed et vno ſemp intermiſſo hoc pacto binis et binis diſiuncti ſumptis: ſumuntur oēs ab vnitate pares. quare per decimāoctauā ſeptimi ipſorū cōtinue ſunt eedē ꝓportiones que nūerorū ab vnitate cōtinue diſpoſitorū. at binarij ad vnitatē eſt prima multiplicitū et ſequentiū ad ſuū precedentē eſt ſeries ſuppartic ulariū. conſtat igitur quod erat demonſtrandū.

k —— 10
h —— 9
g —— 8
f —— 7
e —— 6
d —— 5
c —— 4
b —— 3
a —— 2
1



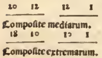
❡ Si ꝓpoſitis ab vnitate quadratis, numeri eis vno minores ſumãtur: ſuppartiᷓculares ab illis dicte/ ꝓportionũ ab vnitate erũt differẽtie. 40

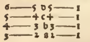
❡ Sit vnitas/ ⁊ numeri poſt ipsam a b c: ⁊ quadrati eorũ d e f: ⁊ minores eis vno g h k. dico ſuppartiᷓculares denomiatas ab g/ h/ k/ que ſint d ad g e ad h: ⁊ f ad k: eſſe differẽtias ꝓportionũ ab vnitate ſumptarũ vt d ad g eſſe ꝓportionẽ qua abũdat dupla ſup ſeſqualterã ⁊ e ad h eſſe qua abũdat ſeſqualtera ſup ſeſquitertiã: hũcqꝫ in modũ cõſequenter. Nam per primã quĩti differentia qua abundat a ad vnitatẽ: ⁊ b ad a eſt ꝓportio que fit ex ꝓductis a i ſe ⁊ vnitatis in b: ſed a in ſe facit d quãdoquidẽ d eſt eius quadratus ⁊ vnitas in b ꝑ ſcd̃az et decimãnonã primi ꝗtrũ g. igitur ꝓportio d ad g eſt differentia ꝓportionis a ad vnitatẽ ⁊ b ad a. et hac rõne oſtẽdet ꝓportionẽ e ad h eſſe differentiã ꝓportionis b ad a et c ad b. ⁊ ita de quibuſlibet cõſequẽter. quod eſt propoſitũ.



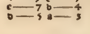
❡ Si ordinẽtur cõtinue multiplices et ſuppartiᷓculares/ erit vt extremarũ multiᷓpliciũ quelibet due cõiũcte minus ſint ꝙ media duplicata vel due medie cõiunᷓcte: ſuperparticulares vero maiores. 41

❡ Sint primo ꝯtinue multiplices a b c: dico cõpoſitã ex a et c minorẽ eſſe ꝓportionẽ ꝙ ꝓportio b duᷓplicata. nã quia denolantes cõtinue equaliter ſe excedut: ergo per ſecundã primi denoians b eſt meᷓdietas denolantiũ a ⁊ c ſimul ſumptorũ. et per decimãnonã eiuſdẽ denoians b in ſe maiorẽ producit numerũ ꝙ a in c. at per octauã huius b in ſe ꝓducit equalẽ cõpoſite ex ꝓportione b duplicata que per viceſimãſecundã huius erit multiplex. et denoians a in denoiantẽ c: ꝓducit denolantẽ per idẽ mulᷓtiplicis ex a et c. igitur multiplex ex b duplicata: a maiore numero denoĩata ꝙ multiplex compoſita ex a et c maior eſt multiplice cõpoſita ex a et c. quod eſt primũ. Sint ſecũdo d e f cõtinue ſumpte ſuᷓꝑparticulares quarũ d ſit maxima: et differentie earũ g ⁊ h: dico ꝓportiones d et f ſimul maiorẽ cõᷓſtituere ꝓportionẽ ꝙ ſit ꝓportio e duplicata. nã quia per ꝑcedẽtẽ partes g denoiantur a minori nuᷓmero ⁊ partes h ab maiori: nã a numeris cõtinuorũ quadratorũ vno minoribus. ergo per primã huᷓius ꝓportio g maior eſt proportiõe h. at d ⁊ f ſunt tãqꝫ e g ⁊ i. nã d per ſe tantũ eſt ꝗtrũ e g. ⁊ e bis tãqꝫ e ſ et h. et monſtrata eſt e maior h. igiᷓ per quintã quĩti erũt d ⁊ f maius ꝙ e duplicata. ⁊ hoc modo facile idẽ pro vtraqꝫ parte oſtendas ſi due ponãtur medie ꝓportiones. ſicqꝫ cõcluditur ꝓpoſitũ.



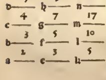


❡ Si ĩpares poſt ternariũ cõtinue ſũpti/ ad numeros poſt binariũ naturali ſerie ordinatos cõparẽtur: exibũt ſuppartiẽtes cõtinua denoiatione creſcentes. 42

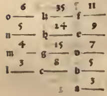


❡ Sint a b c numeri poſt binariũ cõtinue ſumpti: et d e f ſumpti cõtinue ĩpares poſt ternariũ. dico d ad a/ et e ad b/ ⁊ f ad c ſuppartiẽtes cõtinua denoiatione creſcẽtes. nã cũ differentia ĩpariũ ſit binaᷓrius d addit ſup a binariũ qui minor eſt eo vno. igitur d ad a eſt ſuppartiẽs. et iterũ cũ differentia imᷓpariũ ſit binarius: ⁊ numerorũ ab vnitate diſpoſitorũ differentia ſit vnitas: addet e ſup b vno plus ꝙ d ſup a. ſed et qꝛ c/ e/ f/ ſunt cõtinue ĩpares: addet f ſup e adhuc vno plus ꝙ e ſup b. creſcũt igitur difᷓferentie ĩpariũ ſup numeros ab vnitate ſumptorũ ſicut ⁊ ipſi numeri: ita ꝙ cõtinue ꝑcedens eſt diffeᷓrentia ĩparis ſup ſequentẽ. ſed numeri vnitate diſtantes ſunt cõtra ſe primi. igitur differentia que eſt numerus ꝑcedẽtis ad ſequentẽ numerorũ ab vnitate diſpoſitorũ: nõ eſt pars ſequẽtis. eſt igitur per primã primi eius partes. erit igitur ꝓportio e ad b ſuppartiens/ ⁊ f ad c ſuppartiẽs: et qꝛ ſue partes ſm̃ nũerorũ vnitate diſpoſitorũ ꝗtitatẽ creſcũt: erũt ⁊ earũ cõtinue creſcẽtes denoiatiões: imo et qꝛ denolanẽ a numeris cõtra ſe ꝑmis ꝯtinue ꝓcedent diuerſe ſuppartiẽtiũ ſpecies. quod eſt propoſitũ.

❡ Si cõpoſitus ex primo pari et ĩpari et qui ex reliquis ĩparibus eidẽ cõiũctis agᷓgreganẽ/ ad nũeros a duobus diſpoſitos ꝯparenẽ: ꝓuenĩet diuerſe multiplices ſuᷓꝑparticulares ſcd̃m nũeros multipliciũ ⁊ denoiationes partiũ ſimiles habẽtes. 43



❡ Sint a b c d numeri a binario cõtinue ſuccedẽtes: ſintqꝫ e/ f/ g/ h nũeri a ternario cõſequẽter ĩpaᷓres. ſitqꝫ k cõpoſitus ex a et e ꝑmo pari ⁊ ĩpari. ⁊ l cõpoſitus ex f ⁊ k. ⁊ m cõpoſitus ex g ⁊ l. ⁊ n ex h ⁊ m: dico k/ l/ m/ n cõparatos ad a/ b/ c/ d/ facere multiplices ſuppartiᷓculares ſm̃ nũerũ multipliciũ et ſimiles partiũ denolationes. nã k ꝯponitur ex a et e binario ⁊ ternario. at e addit ſup a partẽ vnã ab ipſo denoiatã ſcꝫ vnã mediã ſeu ſcd̃am qd̃ idẽ valeat: ergo k cõparatus ad a bis ipm̃ continet ⁊ eius mediã et ad ipm̃ eſt primus multiplex ſuppartiᷓcularis. ſed ⁊ per decimãnonã ſeptimi f cõponitur ex a ⁊ b. ⁊ g ex b et c. et h ex c et d. et per ſeptimã ſexti quadratũ cuiuſlibet addit ſup quadratũ ꝓxime quod ex ipſis cõponiẽ vt quadratũ b ſup quadratũ a: ꝗtrũ quod cõponitur ex a et b. et quadratũ c ſup quadratũ b ꝗtũ cõponitur ex b ⁊ c. et ita deinceps. ⁊ quia k addit ſup quadratũ a vnitatẽ: l ſimiliter addet ſup quadratũ b: ⁊ m ſup quadratũ c: ⁊ n ſup quadratũ d vnitatẽ. quare ſinguli eorum ſingulos illorũ cõtinent ſcd̃m ſe et partẽ per cõceptionẽ ab ipſis dictã. erũt igitur cõſequẽter ſecundũ ipſos: multiplices ſuperparticulares. quod eſt propoſitũ.



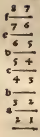
❡ Si duo primi ĩpares ꝯiũganẽ/ ꝯpoſitoqꝫ reliqui ĩpares applicenẽ: erit vt ꝓpoᷓtiones ꝯpoſitoꝝ ad nũeros poſt binariũ ſumptos ſint diuerſe multiplices ſuppar= tiẽtes/ ⁊ ab eodẽ numero ⁊ partes numeratas ⁊ multiplices denoiatas habẽtes. 44

❡ Sint duo primi ĩpares a ⁊ b: ⁊ cõpoſitus ſit c. ſintqꝫ reliqui ĩpares d e f q̃ addanẽ ꝯpoſito c: ſintqꝫ agᷓgregati g/ h/ k/ et l/ m/ n/ o/ nũeri ꝯtinue poſt binariũ ſũpti. dico c ad l ⁊ g ad m/ ⁊ h ad n/ ⁊ k ad o diᷓuerſas eſſe multiplices ſuppartiẽtes ⁊ ſingulas ab eodem numero multiplices denomiatas et partes

numeratas.nā b addit ſup a binariū:ergo c bis ꝯtinet a illi ſupaddēs binariū. ſed binarius eſt vno mi noꝛ a:ergo eſt eius totidē partes.eſt igit̄ c ad a ꝓma multiplex ſuppartiens:quare ⁊ ad l. q2 a et l ſunt idē numerus. Itē q2 (vt viſum eſt) c addit binariū ſup eo qđ fit ex binario in a/ et binarius in m ꝑ no nā pꝛimi facit c:ergo c bis cōtinet m.ſed et per decimānonā ſeptimi/ d cōſtat ex l et m:et g cōſtat ex c et d.ergo g ꝯtinet ter m.et inſup l tres ſcꝫ eius partes:eritq3 g ad m ſcđa multiplex ſuppartiēs.⁊ hūc in modū ꝓbabis l in n cōſtituere g.et per decimānonā ſeptimi m n cōſtituere e.⁊ h cōtinere n ſcđm m. et inſup m quatuoꝛ ſcꝫ partes n.et ita cōſequēter inuenies multiplicū denoiationes ⁊ ab eodē nume ro ſuppartientiū partes numeratas:quod eſt ꝓpoſitum.

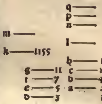
45 ℭSi due diuerſe ſupparticulares cōiungātur:compoſita aut erit dupla aut ſup particularis aut ſuppartiens.

ℭSint a/b/c/d/e/f quotlibet ꝑ oꝛdinē ſupparticulares:dico q̄ ſi due quelibet ſimul iūgant̄/ cōpoſitā eſſe aut duplā aut ſupparticularē aut ſuppartientē.nā ſi a et b ſeſqualterā et ſeſquitertiā cōiungis:cō poſita erit dupla.nā cōſtitūtā duplā:inuenis ꝑ pꝛimā quinti/ ſeſquitertiā ꝓportionē qua abūdat dupla ſup ſeſqualterā.cōſtituēt igitur due pꝛime duplā. ſed ſi cū a aut c aut d aut e aut f cōiunxeris: q2 per triceſimāſeptimā huius/ quelibet eſt minoꝛ b/ cōpoſita ꝓportio erit illa dupla minoꝛ et ideo nō mul tiplex.eſt enī dupla per eandē triceſimāſeptimā huius/ multiplicū minima:igitur cōpoſita ꝓportio aut erit ſupparticularis aut ſuppartiens. quod eſt ꝓpoſitum.



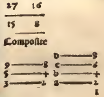
46 ℭSupparticularē inuenire:cū qua quotlibet ſupparticulariū quelibet/ ſupparti cularem componāt.

ℭSint a/b/c quotlibet numeri ab vnitate ꝓportionales:et ſit d pꝛimus ad a qui idē etiā ꝑ viceſimā ſeptimā quarti erit pꝛimus ad b ⁊ c/ et cōiungat̄ d cuilibet eorū et ꝓueniāt cōpoſiti e/f/g. eritq3 per nonā tertij quilibet eorū ad quēlibet eorū et quoſlibet alios illius oꝛdinis ꝓportionaliū pꝛimus. ſumo iterū cōtinue ꝓportionalē poſt pꝛimos qui ſit h/ et per viceſimāquintā tertij minimū quē numerāt d c f g qui ſit k:qui ꝑ viceſimāſeptimā tertij erit ꝓmus ad h. ſit itē per vltimā tertij l multiplex h:⁊ m multiplex k. addatq3 l ſup m q̄tū eſt d. deinde addo ſigillatim ad l numeros a b c et ꝓueniāt cōpoſiti n p q:manifeſtū eſt l eſſe ſupparticularē ad m. nā ei ſupaddit ſuā partem ſcꝫ d: ſed et n ei ſupaddit d ⁊ a quod eſt e. et p ei ſupaddit d et b qđ eſt f.et q ei ſupaddit d et c quod eſt g. et per viceſimātertiā pꝛi mi e f g quilibet eſt pars m: q2 eſt pars k. igitur n p q pariter et l ſunt ſupparticulares ad m. ꝯſtare er go poteſt pꝛopoſitum.



47 ℭData ſupparticulari quotlibet alias inquirere:quarū quelibet cū eadē ſuppar tientem efficiat.

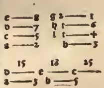
ℭSit a denoīans partē date ſupparticularis. ſumo ab vnitate cōtinue ꝓportiōales quoꝝ ipſe ſit vn⁹ qui ſint a b c. dico ꝓportionē ſupparticularē dictā ab a cū ſupparticulari cui⁹ pars denoiatur ab b vel ab c cōſtituere ſuppartientē:qualiū pꝛeſens ꝓponit inuentionē. nā cōpoſita ex ꝓportiōe ſupparticulari denoiata ab a et denoiata ab b habet in denoiatione ſui vnū et partes que dicūtur ab a et ab b ꝑ octa uam huius. quequidē partes per quartā huius denoiantur ab eo qđ fit ex a in b qui ſit d. ſed ille per decimātertiā huius nō cōſtituūt partē:ergo cū ꝓportio cōpoſita ex demōſtratiōe penultime nō ſit mul tiplex neq3 ſupparticularis/ q2 partes cōpoſite nō cōſtituūt partē vnā. relinquit̄ ergo cōpoſitā eſſe ſu perpartientē:et ita de qualibet alia.



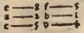
48 ℭOis ſupparticularis cū qualibet ſuppartiēte:ꝯſtituit ꝓportionē tripla minoꝛē.

ℭNam dupla cū ſeſqualtera que ꝑ triceſimāſeptimā huius eſt maxima ſupparticulariū/ cōponūt ꝑ coꝛrelariū viceſimetertie huius triplā. ſed ois ꝓportio ſuppartiens eſt minoꝛ ꝓportione dupla: igit̄ quecūq3 ꝓportio ſuppartiens cū maxima ſupparticulari aut minoꝛi ſupparticulari per quintā quīti cōſtituet ꝓportionē tripla minoꝛē. quod eſt ꝓpoſitū.

49 ℭDatā ꝓportionē que tripla minoꝛ ſit:in ſupparticularē et ſuppartiētē partiri.



ℭSit pꝛimo ſupparticularis quecūq3 data que hoc modo diuidi petat̄. capio a et b minimos termi nos a quidē minoꝛē et b maioꝛē inter quos cōſiſtat. qui ꝑ triceſimāſeptimā huius erūt numeri in cōti nua ſerie numeroꝝ ſumpti:ſolaq3 vnitate diſtātes. ſitq3 c cōpoſitus ex eis cui addatur a et ꝓueniat d: quoquidē maioꝛ vnitate ſit e et ducātur a et b in d et ꝓueniāt f et g. eritq3 ꝑ octauā ſcđi ꝓportio g ad f ea que b ad a. Itē duco a in e et ꝓueniat h:addetq3 h ſup f per nonā pꝛimi q̄tū eſt a: ⁊ a eſt pars f. nā a poſitus eſt numerare f ſcđm d:igitur h ad f eſt ꝓportio ſupparticularis. Itē q2 b eſt maioꝛ a vnitate/ per decimā pꝛimi g addit ſup f q̄tū eſt d:ergo g addit ſup h minus d q̄tum eſt a. ſed ſubſtracto a ab d manet e:igitur g addit ſup h q̄tū eſt e. et per nonā et decimā tertij e eſt pꝛimus ad g: erit itaq3 g ad h ꝓportio ſuperpartiēs. quare ꝓportio ſupparticularis aſſignata que eſt g ad f in duas diuiſa eſt: ſcꝫ h ad f ſuperparticularē et g ad h ſuperpartientē. qđ eſt ꝓpoſitū quo ad hoc. Secūdo ſit ſuperpartiens inter a et b minimos terminos: ſitq3 b maioꝛ terminus et ducatur b in ſe et in a et ꝓueniant c et d. eritq3 per ſeptimā ſecundi pꝛopoꝛtio c ad d ea ſuperpartiens que b ad a. Item addo a ad d et ꝓueniat e. per decimā pꝛimi a numerabit e ſecundū numerū vno maioꝛem b. quare e ad d eſt ſuperparticularis. et quia per decimam tertij e eſt pꝛimus ad b: ergo per vndecimam eiuſdem eſt etiam pꝛimus ad c. et cum differentia c ad e non ſit vnitas ſed vnitate maioꝛ: ergo non erit ſuperparticularis. Relinquitur igitur c ad e pꝛopoꝛtionē eſſe ſuperpartiētem. quare ſuperpartiens aſſignata c ad d diuiſa eſt in duas: ſcilicet e ad d ſuperparticularem/ et c ad e ſuperpartientē quēadmodum erat pꝛopoſitum. Tertio ſit



a —— b ——
c —— 8 d —— 3

45 —— 98
32 —— 43
12

inter a et b ꝓportio dupla / que quia (vt demonſtratū eſt in quadrageſimaquita huius) cōſtat ex ſeſq̄tera et ſeſquitertia / ſubſtrahaẗ ꝑ primā quinti ꝓportio ſupparticularis c ad d quecūq̨ minor ſeſquitertia a proportione a ad b: ſitq̨ reſidua e ad f qua abūdat a ad b ſup c ad d. et q̄ maior eſt ꝓportione ſeſqualtera q̄ eſt maxima ſupparticulariū neq̨ eſt multiplex: q̄ ꝓportio a ad b eſt minima multipliciū que nō reſoluit̄ in multiplices. relinqtur ergo ꝓportionē e ad f eſſe ſuppartiētē. et q̄ c ad d et e ad f cōſtituūt ꝓportionē a ad b: cōſtat ꝓportionē duplā in ſupparticularē et ſuperpartientē eſſe diuiſam. Quarto ſit inter a et b q̄libet ꝓportio a dupla ad triplā cōſtituta: ſitq̨ inter c et d ꝓportio cōpoſita ex dupla et ſeſquitertia / ſi ꝓportio a ad b eſt minor ꝓportione c ad d. ergo ſubſtracta ꝓportione ſeſq̄tertia a ꝓportiōe a ad b remanebit ꝓportio mior dupla: ſed maior ſeſqualtera. q̄re illa reſidua erit ſuppartiēs: et ſic ꝓportio a ad b eſſet ꝯpoſita ex ſupparticulari vt ſeſq̄tertia et ſuppartiēte atq̨ i eas diuiſibilis. et ſi a ad b ſit equalis c ad d aut maior: q̄ ꝓportio addita duple in ꝓportiōe a ad b / erit minor ſeſqualtera cū dupla et ſeſqualtera ꝑ correlariū viceſimetertie huius cōſtituāt triplā. et ſeſq̄ltera addita ſeſqualtere minus ꝯſtituat q̄ dupla cū ſeſq̄tertia q̄ ſeſqualtera et due ſeſq̄tertie plus ſint q̄ ſeſq̄ltera ſeſq̄tertia et ſeſqoctaua. at ꝑ primā quīti he cognoſcūtur equari duplate ſeſqualtere: et illi duple et ſeſquitertie. ergo ſubſtracta ſeſqualtera de proportione a ad b remanebit ꝓportio minor dupla: ſed et maior ſeſqualtera. quare ſuppartiēs. eſſet itaq̨ ꝓportio a ad b in ꝓportionē ſupparticularē ſeſq̄lterā et ſuppartientē quomodo ꝓpoſitū eſt ſecabilis: quod eſt propoſitū.

Maximā ſuppartientē inuenire: que ex duabus ſupparticularibus ꝓducitur. 50

e —— 15 f —— 8
c —— 5 d —— 4
a —— 3 b —— 2

Sit a ad b ꝓportio ſeſqualtera et c ad d ꝓportio ſeſq̄quarta / ſitq̨ e ad f ꝓportio ex his cōpoſita: dico ꝓportionē e ad f eſſe maximā ſuppartientē q̄ ex duabus ſupparticularibus ꝓducit̄. nā q̄ dupla ex quadrageſimaquita hui⁹ ꝓducitur ex ſeſqualtera et ſeſq̄tertia q̄ ſunt maxime ſupparticulares: ergo ꝓportio e ad f eſt minor ꝓportione dupla. ſed et eadē maior eſt ſeſq̄ltera: q̄ ex ea cū altera cōpoſita ſit. ergo e ad f eſt ꝓportio ſuppartiēs. ſed et q̄libet minor ſupparticularis cū ꝓportiōe a ad b ſeſqualtera / aut c ad d ſeſquiquarta / per quintā quinti minorē ꝓportionē cōſtituet q̄ e ad f: eſt igit̄ e ad f maxima ſuppartiens ex duabus ſupparticularibus ꝓducta. quod eſt propoſitū.

Suppartientē inuenire: que in duas ſupparticulares diuidi nō poſſit. vnde patet qualibet ſuppartiente aliam eſſe maiorē. 51

e —— 29
a —— 8 b —— 15
c —— 7 d —— 14

Sit b ad a maxima ꝓportio ſuppartiēs per p̄cedentē cognita / q̄ ex duabus ſupparticularib⁹ ꝓducta ſit et differētia b ad a ſit c: manifeſtū eſt a eſſe maiorē c ſuis quidē ptibus. capio itē numerū d vno minorē b: et tūc ꝓportio a ad c: q̄ a maiore parte denoīatur maior eſt q̄ ꝓportio b ad d. addo ergo d cū b et fiat e: manifeſtū eſt e ad b eſſe ſuppartiētē cū cōtineat b et d eius ptes. et ꝑ ſcd̄am partē decimequinte ſcd̄i erit maior ꝓportio e ad b q̄ b ad a. et q̄ ꝓportio b ad a diuidit̄ in maximas ſupparticulares ꝯſtituētes ſuppartientē (vt ex p̄cedēti cognoſcit̄) et ſuppartiēs e ad b ſit maior ſuppartiēte b ad a: nō diuidet̄ ergo ſuppartiens e ad b in duas minores q̄ b ad a / neq̨ in eaſdē in quas diuidit̄ b ad a: relinquit̄ ergo in nullas duas ſupparticulares ſuppartientē e ad b poſſe diuidi quod eſt propoſitum. Et correlariū ex modo demonſtrationis cognoſcitur.

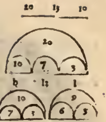
Sola multiplice qualibet nō poteſt ſumi minor: et ſola ſupparticulari qualibet nō poteſt ſumi maior. 52

Dico p̄mo qualibet multiplice poſſe ſumi maiorē. nā ꝑ triceſimāſeptimā huius oēs numeri ad vnitatē cōparati cōſtituūt multiplices et tāto maiores quāto ab vnitate remotiores / et ſeries nūerorū in imenſum euadit: igit̄ qualibet multiplice poteſt ſumi maior. Scd̄o dico q̄ nō qualibet multiplice poteſt ſumi minor. nā per eandē quāto numerus ꝓpinquior vnitati fuerit: tanto ille ad vnitatē minorē cōſtituit multiplicē. at deſcendēdo nō abitur in īfinitū: nō igit̄ qualibet multiplice eſt dare minorē. qd̄ in alijs minime quēadmodū mōſtrabit̄ accidet. Tertio dico qualibet ſupparticulari eſſe minorē. Nā pars ꝑ primā huius q̄ a minori numero denoīatur maior eſt: et quanto a maiori minor. et q̄ ſeries numerorū in infinitū ſuccreſcit: nō dabitur pars adeo parua qua minor darinō poſſit. qualibet igit̄ ſupparticulari poteſt dari minor. Quarto dico nō qualibet ſupparticulari eſſe maiorē. nā pars que a numero ꝓpinquiore vnitati denoīatur maior eſt: et q̄ non cōtingit numerū in infinitū decreſcere / dabit̄ ergo tandē ſupparticulariū maxima. at vtriuſq̨ oppoſitū (vt iam oſtēſum eſt) in multiplicibus accidebat. Quīto dico qualibet ſuppartiēte eſſe maiorē. hoc ex correlario p̄cedentis notū eſt. Sexto dico omni ſuppartiēte eſſe minorē. nā quacūq̨ data vt ꝑbi cauſa ſupbipartiēte tertias ſumo aliā a totidem partibus denominatis a maiore numero quē nō numerēt: vt ſupbipartientē quintas quequidē q̄ a totidē minoribus ptibus denoiatur: neq̨ pluribus erit minor ſuppartiēte data. qua ſupbipartiēte quītas ſupbipartiēs ſeptimas minor eſt et hac ſupbipartiēs nonas: ſicq̨ cōſequēter ſcd̄m incrementum numerorū infinitū: quod eſt propoſitū. Poteſt et id vltimū oſtendi ex tertia parte preſentis: adiuuāte quadrageſima nona huius.

Quelibet due ſuppartiētes cōiuncte: ꝓportionē quadrupla minorē cōſtituēt. 53

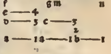
c —— 3
b —— 5
a —— 7

Sit inter a et b ꝓportio ſuppartiens: itidē inter b et c. dico ꝓportionē a ad b et b ad c ſimul: minorē quadrupla cōſtituere ꝓportionē. nā a eſt minus duplo b: et b ſimiliter minus duplo c. ergo a ad c ꝑ quintā quinti eſt minor ꝓportione quadrupla: que per octauā huius ex duabus duplis cōſtat. eſt ergo clarum propoſitum.



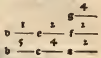
54 ¶ Datā ꝓportionē que quadrupla minor ſit in duas ſuppartiētes diuidere.

¶ Sint date ꝓportionis minimi termini a et a b: qui cōiūcti faciāt d. ſitq; e maior d vno qui cōiuncti faciant f: cui addatur equale d. ſitq; totus f g: ducaturq; a in f g et ꝓueniat h / et ex a b in eundē fiat h k l. patet igit̄ ꝙ ex b in f g fit k l / et ex b in g fit k: quare ex b in f fit l. ſit itē c triplus ad a et ex c in g fiat m n: ſitq; n equalis k. ꝑ octauā ſcd̄i erit ꝓportio h l k ad h tanꝙ a b ad a. et q2 a b ꝑ hypotheſim eſt minus ꝙ quadruplū a: eſt ergo b minus ꝙ triplū a. quare minus ꝙ c. et q2 g eſt equale d et n equalis g: cōſtat m eſſe equalē vel multiplicē ad d per duodecimā primi. Itē q2 d et e ſunt cōtra ſe ꝑmi: ergo per nonā tertij f erit ad vtrūq; primus. et per eandē f et g ſimul ad d primus. et q2 a eſt minor d et ad ipm̄ primus per eandē nonā: quod fit ex a in f g ſcʒ h nō numerabitur per decimā eiuſdē ab d. et q2 d numerat k et d nō numerat h: ergo k per viceſimātertiā primi nō numerabit h. et q2 f g maius eſt ꝙ triplū d: ergo maius erit h ꝙ n. maius ergo ꝙ k. erit ergo k ptes h. et eadē ratiōe q2 a b eſt minor et primus ad f nō numerabit f qđ fit ex a b in f g: ſcʒ h k l. et q2 f numerat l: ergo l nō nūerabit h k l. quare neq; h l a. et q2 per nonā primi l eſt ꝙtū k bis et b / et n eſt equalis k et m equalis vel maior d et maior b et h maior m n: erit h k maior l. erit igit̄ l partes eius. cōſtat itaq; h k ad h eſſe ſuppartientē et h k l ad h k etiā eſſe ſuppartientē: in quas diuiſa eſt ꝓportio ꝙ eſt inter a et a b. factūq; eſſe ꝓpoſitū.



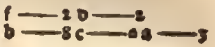
55 ¶ Omis multiplex ſuppartic̄laris addit ſup ſimilē multiplicē: ſupparticularē a numero qui fit ex ductu numeri multiplicis in numerū partis denominatā.

¶ Sit b ad a ꝓportio multiplex ſupparticularis ſitq; c ad a ſimilis multiplex. dico ꝓportionē b ad a addere ſup ꝓportionē c ad a ſupparticularē denoiatā a numero qui fit ex ductu numeri multiplicis in numerū denoiantē partis ſupparticularis. Sit enī d quo abūdat b ſup c et denoīans multiplicia ſit e et denoians ſupparticularis ſit f: manifeſtū eſt ergo ꝙ a erit in c ſcd̄m e / et d in a ſcd̄m f. fiat ergo g ex e in f: eritq; ꝑ viceſimātertiā ꝑmi d in c ſcd̄m g. quare b cōtinebit c et partē denoiatā ab g. ꝯtinet igit̄ ꝓportio b ad a ꝓportionē ſupparticularē denoiatā ab g numero qui fit ex ductu e denoiantis multiplicis in f numerū denominantē partis ſupparticularis: quod eſt propoſitū.



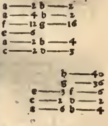
56 ¶ Omis multiplex ſuppartiēs cui9 multiplicis nūerus ptes nūerat: addit ſup eandem multiplicē / ſupparticularē ab vna partiū denominatā.

¶ Sit ꝓportio b ad a ꝓportio multiplex ſuppartiens: ſitq; d numerus denoīans multiplicē ſcd̄m quē ſit ſumptus numerus partiū b ad a. dico ꝓportionē b ad a addere ſup ſimilē multiplicē: ſupparticularē denoiatā ab vna illarū partiū. Sumo enī c ad a ſimilē multiplicē. et q2 b maior eſt c: ſit f quo abūdat b ſup c. q2 enī f eſt ptes a ſumpte ſcd̄m d et denoīate ab a: et a eſt pars c denoiata ab d. et cū ex d in a fiat c et f in a fiet c: eſt ergo f pars c denoiata ab a. cōtinet igit̄ b ad a ꝓportionē ſupparticularē ſup ꝓportione c ad a denoiatā ab vna ptiū ſuppartiētis: quod erat demonſtrandū.



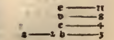
57 ¶ Multiplicē ſuppartientē inuenire / que ſup tot3 multiplicē addat ſupparticularē: cū ſint nūerus ptiū et nūerus denoians multiplicē dati cōmenſurabiles.

¶ Proponit hec: ꝙ ſi dati numeri quorū vnus denoīat multiplicē et alter eſt numerus partiū ſimul multiplicis ſuppartientis / ſint adinuicē cōmenſurabiles: inuenire multiplicē ſuppartientē que ſuper ſimilē multiplicē addat ſupparticularē. Sint primo a numerus denominās multiplicē et b numerus partiū dati commenſurabiles: ſitq; b numerus ſumptus ſcd̄m a et per ꝓcedentē factū erit ꝓpoſitū. Sint ſcd̄o a et b cōmenſurabiles: ſed b ſit pars a et adiuuāte ꝓcedente ꝑ viceſimātertiā primi cōcludes ꝓpoſitū. Sit tertio a pars b dicta ab c: ſumo quēlibet numerū maiorē a / quē tamē nō numeret qui ſit d: et duco c in d et ꝓueniat e. et q2 c in a facit b: erit e maior b. et q2 ꝑ ſeptimā ſcd̄i b ad e ſicut a ad d et a nō numerat d: igit̄ neq; b numerabit e. duco a in e et ꝓueniat f: cui adiūcto b fiat g dico ergo g ad e eſſe ſuppartientē que querit̄. nā g cōtinet e ſecūdū a et inſup b partes e. et q2 b eſt pars f ꝙ e multiplex ſit ad e. et a in e facit b. addet igit̄ g ſup f multiplicē ad e denominatū ab a: numerū b eius partē. quod eſt ꝓpoſitū. Quarto ſint a et b cōmēſurabiles: ſed neuter alterū numeret et ſit c maximus eos numerans: numeretq; c numerū b ſcd̄m d. capio e quēcūq; numerū maiorē c: quē tamē c nō numeret / quē duco in d et ꝓueniat f qui erit maior b / neq; ab eo numerabit̄. dico ergo (vt in ꝓcedenti parte immediate monſtratū eſt) ꝓportionē ſuppartientē denominatā ab a et a partibus dictis ab f ſumptis ſcd̄m numerū b: addere ſup multiplicē dictā ab a / ſuperparticularē. hoc vt in precedēti parte monſtratur: ſicq; totum concluditur propoſitum.

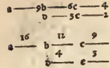


58 ¶ Multiplicē ſuppartientē cuius multiplicis nūerus et nūerus ptes numerans fuerint adinuicē primi: ſup ſimilē multiplicē / ſuppartientē addere neceſſe eſt.

¶ Sit a numerus multiplicis et b nūerus partiū ſuppartiētis / ſintq; a et b nūeri adinuicē primi: dico multiplicē ſuppartientē denoiatā ab a et partiū b / ſup ſimilē multiplicē addere ꝓportionē ſuppartientē. ſit enī c denoīans partes b: manifeſtū eſt c eſſe maiorē b / nec b ipm̄ numerare. duco ergo a in c et fiat d: per viceſimāprimā tertij b nō numerabit d. addo igitur b ſup d et fiat e: q2 enī e cōtinet c ſecundū a / et inſup partes c ſumptas ſecundū b / eſt ꝓportio e ad c multiplex ſuperpartiēs denoiata ab a et partiū b. ſed et ꝓportio d ad c eſt multiplex dicta ab a: et e addit ſuper d numerū b qui mōſtratus eſt partes d. cōſtat itaq; ꝓportionē multiplicē ſuppartientē dictā ab a et partiū b addere ſuper ſimilē multiplicē (vt ꝓponebatur) ꝓportionē ſuppartientē: quod eſt propoſitum.

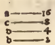


¶Sola ſupparticulariū ſeſqualtera multiplicē ſupparticularē procreat. 59



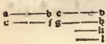
¶Eſto a ad b ſeſqualtera / et b ad c ſimiliter: manifeſtū eſt ꝓportionē a ad c cōpoſitā eſſe ex duabus ſeſqualteris / et a cōtinet b et eius medietatē q̄ ſit d / et b cōtinet c et eius medietatē que ſit e. et q2 per quintā ſecūdi d ad e ſicut b ad c: ergo d cōtinet e et eius medietatē. d ergo et e ſimul tantū ſunt q̄tum e et vna pars dicta ab c. cōtinet ergo a numerū c bis: et vnā eius partē. q2 a cōtineat c et d e totā differentiam a ad c: quare due ſeſqualtere conſtituūt multiplicē ſupparticularē. Secundo oſtendit nullā aliā ſupparticularē duplicatā conſtituere multiplicē ſupparticularē. et ſunto a b c ꝓportionales alie ſupparticulares: vt ꝓportio a ad c ſit ꝓportio a ad b duplicata. a cōtinet b et partē eius que ſit d: que quidē bis ſumpta minuit a toto aut ſeipſam ſemel ſi eſſet tertia / aut bis ſi quarta / aut pluries ſecūdū q̄ minor pars fuerit. et ſimiliter b cōtinet c et ſimilē partē ei9 que ſit e. et quia d ad b ſicut e ad c: ergo d ad e ſicut b ad c. cōtinet ergo d ſemel e et eius vnā ſimilē partem: ergo d et e ſimul minus ſunt q̄ c. quare a ad c nō eſt multiplex ſed et cū d et e ſint cōtra ſe primi vt ſupponimus: d et e ſimul p nonā tertij eſt primus ad e. ſed et per vndecimā eiuſdē c etiam erit primus ad d et e ſimul; ergo d et e ſimul nō numerabūt c. eſt ergo a ad c ꝓportio ſuppartiēs: quod eſt ꝓpoſitū.

¶Multiplex ꝓportio in aliquot equales ꝓportiones diſtribui non poteſt preter multiplices. 60



¶Sit ꝓportio a ad b multiplex que diuidatur in quotlibet ꝓportiones equales q̄ ſint a ad c: c ad d et d ad b. q2 eni b ad d et d ad c et c ad a ſunt cōtinue ꝓportionales et b primus p hypotheſim numerat a vltimū: ergo p decimātertiā quarti b numerabit d ſecundū. quare et d numerabit c et c itidē a. diuiſa eſt igitur a ad b in ꝓportiones multiplices quod intendebatur.

¶Nulla ſupparticularis ꝓportio in aliquot equales ꝓportiones eſt diuiſibilis. 61



¶Sit a ad d quelibet ꝓportio ſupparticularis: que diuidat ſi poſſibile eſt in ꝓportiones equales a ad b / b ad c / et c ad d. capio e f g h ꝓportiones in minimis terminis ꝓportiōis a ad b: et per equā ꝓportionalitatē que ꝓportio a ad d ea eſt e ad h. ſed a cōtinet d et eius partē: igitur et e cōtinebit h et eius ptē que ſit k. que ſi fuerit numerus cū k numerabit h et etiā e: ergo h et e nō erunt minimi quod p quintā quarti repugnat hypotheſi. alioqui ſi k eſt vnitas / eſt pars denoīata ab h addo ad h vnitatē / ſitq3 cōpoſitus l: eritq3 que ꝓportio a ad d ea l ad h. ergo per duodecimā quarti quot medij ꝓportionales intercidūt inter a et d: totidē et inter l et h ſola vnitate diſtātes. qd̄ eſt īpoſſibile. Ex hac cognoſcit tonus in muſica qui ex ſeſquioctaua ꝓportione naſcitur: in duo equa partiri nō poſſe.

¶Suppartientē ꝓportionē que duplicata ſuppartientē cōſtituat: inuenire. 62

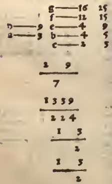
¶Sumo quālibet ꝓportionē que minor ſit dupla / quā per quinquageſimāquartam huius partior in duas ſuppartiētes quarū minor ſi duplex efficiet ꝓportio minor dupla: quare q̄libet multiplice. que q2 per p̄cedentē nō erit ſupparticularis alioqui ſupparticularis in duo equa ſecaret: ꝓſtat eā eſſe ſuppartientē / factūq3 eſſe propoſitū.

¶Multiplicē ſupparticularē que ex duabus ſuppartiētibus equalibus cōponatur: reperire. 63



¶Sumo ſcd̄m exigentiā decime octaui quadratos a et b p̄ter p̄mos quor a addat ſup duplū b vnitatē: manifeſtū eſt ꝓportionē a ad b eſſe multiplicē ſupparticularē. at ex illa decima facile cognoſces ꝓportionē lateris a ad latus b eſſe ſuperpartientē. ſumo ergo ſcd̄m exigentiā correlarij quarte ſexti mediū ꝓportionale inter a et b: eritq3 per tertiā eiuſdē ſexti ꝓportio a ad c tanq̄ ꝓportio lateris a ad latus b. quare cōſtat ꝓportionē multiplicē ſupparticularē a ad b cōpoſitā eſſe ex ꝓportionibus a ad c et c ad b duabus ſc3 equalibus ſuppartiētibus: quod eſt propoſitū.

¶Suppartientē inuenire q̄ duplicata multiplicē ſuppartientē cōſtituat. 64



¶Sit a quilibet impar et b primus par maior cui9 medietas ſit c. capio ſuppartientem ſumptā a partibus denoiatis ab a et numeratis ab c: quā duplicatā dico eſſe petitā. nā ſi illa in ſe ducat p̄ueniet numerus et ptes numerate ab a et a quadrato c qui ſit e: et denoīate a quadrato a qui ſit d. ſed cū a et c ſint cōtra ſe primi alioqui a et b cōmunicarēt: ergo per vndecimā tertij a eſt primus ad e / et per nonā eiuſdē a et e ſimul ſunt p̄mus ad a. quare a et e ſimul per vndecimā eiuſdē ſunt p̄mus ad d. ergo partes nūerate ab a et e nō numerabūt d. quare ꝓportio ſuppartiēs que aſſignata erat duplicata cōſtituit multiplicē ſuppartientē. Qr ſi hec demōſtratio tibi ſubobſcura videt: pro hac et ſequētibus declarationē accipe. q2 eni in preſenti ſuppartiēs inuēta erat ſupbipartiēs tertias que denoiat ab vno et duabus tertijs: duc ergo denoīationē ſupbipartiētis tertias per octauā huius in denoīationē ſupbipartiētis tertias ſc3 ducēdo p̄mo duas tertias in duas tertias / et p quartā hui9 ꝓuenīūt quatuor none. ſcd̄o duas tertias i vnū et ꝓuenīūt due tertie. tertio vnū in duas tertias et iterū ꝓuenīūt due tertie. et quarto vnū in vnū / et ꝓuenit vnū: habebiſq3 quatuor nonas duas et duas tertias et vnū / ſed due et due tertie: id eſt quatuor tertie faciūt vnū integrū et vnā tertiā / quod quidē vnū alteri vni additū cōſtituit binariū et vna tertia eſt tres none: quod per ſcd̄am huius facile cognoſcas. que ſiquidē tres none alijs quatuor nonis primo inuentis addantur fiunt ſeptē none. Patet itaq3 ꝓportionē ſupbipartientē tertias duplicatā: cōſtituere duplā et ſupſeptupartientē nonas. que eſt multiplex ſuppartiens (vt ꝓponebat propoſitio) quod eſt ꝓpoſitū declaratū.

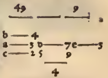
65 ¶ Multiplicē ſuperparticularē inueſtigare:que multiplicē ſuperparticularē duplicata producat.

¶ Capio a numerū quēcūqꝫ quē duco in ſe et ꝓueniat b cui addo vnitatē: ſitqꝫ totus c. manifeſtū eſt proportionē c ad a eſſe multiplicē ſupparticularē: que ſi in ſe ducaꝛ eſt tantū q̄tū a in ſe ⁊ in partē bis et pars in ſe. ſed a in ſe et in partē bis numerū producit/et pars in ſe ꝓducit partē: igitur quod produ citur eſt numerus et pars. erit itaqꝫ ꝓportio cōpoſita multiplex ſuperparticularis. Poſſes item pro bare vt quinquageſimānonam huius.



66 ¶ Multiplicem ſuperparticularem inquirere:que bis ſumpta multiplicē ſuperpartientem componat.

¶ Sit quilibet impar a et b ꝓximus par et eius medietas ſit c. ſumo multiplicē ſuperparticularem cuius multiplicis numerus ſit c et pars dicta ab a. que proportio ſit d ad c: dico proportionē multiplicē ſupparticularē d ad c bis ſumptā conſtituere multiplicē ſuperpartientē. nam ſi hec in ſe ducatur ꝓueniet quadratus c et partes ſimiles ſumpte ſm̄ b et pars a quadrato a dicta. ille autē partes vnum conſtituūt et vna ſuperfluit cū illa et qꝛ ille due partes per duodecimā huius vnam nō cōſtituūt: productū erit numerus et partes. quare proportio cōpoſita erit multiplex ſuppartiēs. ⁊ in propoſito eſſet quincupla ſuperquadripartiēs nonas.



67 ¶ Multiplicem ſuperpartiētem perſcrutari:que duplicata multiplicē ſuperparticularem componat.

¶ Sumo per ſexageſimātertiā huius ſuperpartientē que duplicata multiplicē ſuperparticularē cō ponat. ⁊ numerus denoians partes ſit a et numerans ſit b et vno maior q̄ a ſit c/atqꝫ c ducaꝛ in a/et producto addatur b: ſitqꝫ totus d. manifeſtū proportionē d ad a eſſe multiplicē ſuperpartientē cuius numerus denominans multiplicis eſt c et denominans partiū eſt a et numerus earū eſt b: quā duplicatā dico eſſe multiplicē ſupparticularē. nam denoiatio ipſius in ſe ducta producet numerū ⁊ partem quod vt in precedentibus videre promptū eſt.

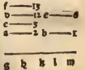


68 ¶ Multiplicem ſuperpartientē ex qua geminata multiplex ſuperpartiens proueniat: demum reſtat inſpicere.

¶ Queratur per ſexageſimāſecundam huius ſuperpartiens que geminata multiplicē ſuperpartientem conſtituat: qua inuenta vt in precedente procedendum eſt.

69 ¶ Datam proportionem in proportiones: quarum quotlibet ſint ſuperparticulares equales redigere

¶ Sint minimi termini date ꝓportionis a et b: ſitqꝫ c numerus ſm̄ quem ſumende ſunt ſuperparticulares equales. deinde maior c ducatur in a et in b et ſiant d et e: ita tamen vt inter d ⁊ e ſint plures numeri q̄ vnitates in c ⁊ proximus poſt d qui erit maximus eorū ſit f. manifeſtū eſt ꝓportionē f ad d eſſe proportionē ſuperparticularē et minimā omniū que continue ſunt inter numeros ab d vſqꝫ ad e: qꝛ denominata eſt a minore parte. cōtinuo proportionē f ad d vno plures q̄ ſit numerus c: ſintqꝫ g h k l m: eritqꝫ proportio h ad m cōpoſita ex proportionibus f ad d ſumptis ſecūdū numerū c. et quia d per decimanonam tertij eſt aliquoties in h/ſit e toties in n: manifeſtū eſt h ad n eſſe vt d ad c. quare vt a ad b. conſtat ergo proportionē a ad b eſſe diuiſam in proportiones quarū aliquot ſumpte erūt equales ſuperparticulares ſecundum numerum aſſignatum. quod eſt propoſitum.



70 ¶ Propoſitis quotlibet equalibus terminis ex illis totidē in ordine duplos/atqꝫ ex illis triplos procreare: atqꝫ ex prius inuentis totidē in ꝓrima multiplicitate cōtinue proportionales ꝓducere. itemqꝫ ex illis ſimiles elicere ſupparticulares.

¶ Figura equalitatis quotcunqꝫ terminorum equalium.

SENARIA						16	16	SEPTENARIA					16	26	16
EQUALITAS				4	+	+		Equalitas			4	4	4		
Equalita:	A	1	1	1	1	1	1	tes.	1	1	1	1	1	1	1
Dupli.	B	1	2	4	8	16	32		1	2	4	8	16	32	64
Tripli.	C	1	3	9	27	81	243		1	3	9	27	81	243	729
Quadrupli	D	1	4	16	64	256	1024		1	4	16	64	256	1024	4096
Seſquialteri.	E	32	48	72	108	162	243		64	96	144	216	324	436	729
Seſquitertij.	F	243	324	432	576	768	1024		729	972	1296	1728	2304	3072	4096
Seſquiquarti.	G	1024	1280	1600	2000	2500	3125		4096	5120	6400	8000	10000	12500	15625
			D	L:	L	M	N			D	L:	L	M	N	O

¶ Precepta ſunt hec.
1 Primum.
2 Primū / ſecundū.
3 Primū ſcd͂z bis: t͂tiū



Figura trine equalitatis.

			O	P			O	P			O	P			O	P
Trina es	A	1	1	1	qua	2	2	2	li	3	3	3	tas.	4	4	4
Dupli.	B	1	2	4		2	4	8		3	6	12		4	8	16
Tripli.	C	1	3	9		2	6	18		3	9	27		4	12	36
Quadrupli.	D	1	4	16		2	8	32		3	12	48		4	16	64
Dupli cōuerſi.	E	4	2	1		8	4	2		12	6	3		16	8	4
Seſqualteri	F	4	6	9		8	12	18		12	18	27		16	24	36
Tripli cōuerſi.	G	9	3	1		18	6	2		27	9	3		36	12	4
Seſquitertij.	H	9	12	16		18	24	32		27	36	47		36	48	64
Quadrupli cōuerſi.	K	16	4	1		32	8	2		48	12	3		64	16	4
Seſquiquarti	L	16	20	25		32	40	50		48	60	75		64	80	100
		M	N			M	N			M	N			M	N	

¶ Pythagorici / Magi / Priſci ſacerdotes atq̃ qui p̃cipue de rebus agūt diuinis admirant̃ equalitatem / pariter et trinitatē in ſuis archanis in imagine numerorū venerārunt taciti: tāq̃ rerū omniū principia: a quibus oīs rerū p̃fluit proportio / proportionū nexus: oīſq̃ admirabilis harmonia et in que tādē reuocatū eūt oīa. Propter ergo myſteria priſcoꝝ q̄ʒ author generalius intendit: primū in trina demōſtrandū eſt equalitate. ad q̄ʒ quidē rite peragēdū tria ſatis ſunt vbiq̃ veterū precepta a diuo nobis annotata Seuerino. Primū eſt: Primū. Scd͂m eſt: Primū / ſcd͂m. Tertiū eſt: Primū / ſcd͂m bis / tertiū. Sint ergo a o p tres termini equales quicūq̃ vt monadū / dyadū / triadū aut cuiuſcūq̃ alterius numeri voles. Vtor primo p̃cepto capioq̃ primā vnitatē quā colloco ſub prima ſitq̃ b. deinde vtēdo ſcd͂o p̃cepto capio primā et ſcd͂am ſimul: quas colloco ſub ſcd͂a. ſintq̃ m. ꝛ vtēdo tertio p̃cepto: capio primā et ſcd͂am bis / et tertiā ſemel: quas colloco ſub tertia ſintq̃ n. dico b m n cōtinue ex equalitate natos duplos. Nā cū a p̄ma vnitas et b ſint idē: et p̄ma et ſcd͂a vnitas ſint duplū ad primā vnitatē a ꝛ p̄ma ꝛ ſcd͂a vnitas ſint m: ergo nūerus m dupl⁹ eſt ad b: ꝛ cū ſcd͂a vnitas bis ſumpta equet̃ m et ſimiliter p̄ma et tertia ſimul equent̃ m ꝛ n ſit ſcd͂a vnitas bis ꝛ p̄ma et tertia ſemel. ergo n dupl⁹ eſt ad m. ſūt igit̃ b m n cōtinue dupli ab equalitate ſcʒ quēadmodū dictū eſt prime generi. ¶ Poteſ idē mōſtrare per viceſimā ꝛ ſextā ſcd͂i. Nā q̄ a ad o: vt o ad p. ergo p viceſimā ſcd͂i o ꝛ p ad a ꝛ o vt o ad a. et q̄ o et p ad a et o: ſicut o ad a. ergo p ſextā eiuſdē ſcd͂i o p ꝛ a o: ad a ꝛ o ſicut o et a ad a. at o p ꝛ a o ſimul ſunt n et a ꝛ o ſunt m ꝛ a eſt idē b. igit̃ b m n cōtinue proportionant̃: ſed m ad b cognitus eſt duplus igit̃ ꝛ n ad m duplus. Et in oībus ſequentibus hic argumētādi modus eſt efficax. Et q̄cūq̃ trina capiet̃ terminoꝝ equalitas: eadē valeāt argumēta. ¶ Scd͂o dico ex b m n duplis cōtinue procreari triplos. capio eq̄le b ꝛ colloco ſub b in tertia linea ſitq̃ c. deīde capio b m ſimul ꝛ colloco ſub m ſintq̃ m tertie linee / rurſum capio b m bis ꝛ n ꝛ colloco ſub n: ſitq̃ ſuo modo n. dico c m n tertie linee eſſe triplos. Nā p viceſimā ſcd͂i adiuuāte ſexta eiuſdē c m n ſunt cōtinue proportiōales: ſed ꝛ q̄ c equat̃ b ꝛ m ſupius dupl⁹ eſt ad b: igit̃ b ꝛ m ſupius ſunt triplus ad b. ſed b ꝛ m ſupius ſunt m īferius: igit̃ īferi⁹ m ad c tripl⁹. q̄re n ad idē m etiā tripl⁹. ſunt igit̃ c m n cōtinue tripli. ꝛ eiſdē p̃ceptis ꝛ demōſtrationib⁹ ex triplis naſcēt̃ quadrupli. ex quadruplis quincupli. ꝛ ex cōſequētibus hoc pacto multiplices oēs quilibet ex primo minore. ¶ Tertio dico ex multiplicib⁹ cōtinue naſci ſupparticulares. vt ex duplicib⁹ ſeſqualteri ex triplis ſeſq̄tertij. ex quadruplis ſeſquiquarti. et ita cōſequētes ſupparticulares per ordinē ex naturaliter cōſequētibus multiplicibus. Cōuerto duplos qui reperti ſunt / ſintq̃ cōuerſi e m n: eritq̃ e ad m duplus et m ad n duplus: quare m dimidiū e. Capio equale e q̄ʒ ſit f et colloco ſub e. deinde capio e m ſimul et colloco īferius ſub m: ſintq̃ m īferius. rurſus capio e m bis et n ſimul: et colloco īferius ſub n ſintq̃ itidē inferius n. p viceſimā ſcd͂i adiuuāte ſexta eiuſdē f m n cōtinue proportionātur. ſed cū e et f equētur et m ſit dimidiū e: ergo e m ſimul cōtinet totū e et dimidiū. quare e m ad e p diffinitionem eſt ſeſqualt̃ ſed e m ſimul ſunt m īferius. ergo m īferius eſt ſeſqualt̃ ad f. quare ꝛ n ad m etiā ſeſqualter q̄ʒ eſt propoſitū. et ita eiſdē p̃ceptis expedi de ſeſquitertijs / ſeſq̄quartis / ſeſquiquītis ꝛ reliquis ſuperparticularibus cōuertēdo terminos ſuarū multitudinū. Nūc idem ſupeſt demonſtrandū q̄ʒ author intēdit ſumptis quotcūq̃ t̃minis. Quotq̄t ſumpti fuerit t̃mini eq̄les: dupli cōtinue naſcent̃ ſi cōtinuatis rite vtamur ſupioribus p̃ceptis. p̄mo quidē capiēdo p̄mū terminū ꝛ collocādo ſub p̄mo. Et ſcd͂o capiēdo primū et ſcd͂m et collocādo ſub ſcd͂o. Et tertio capiēdo p̄mū ſcd͂m bis et tertiū: et collocando ſub tertio. deīde intelligēdo tertiā quartā ꝛ quītā equalitatē cōtinue ſumi ſm nūerū tertij extremi ſubter collocati. et reſume p̃cepta p̄mo capiēdo primū terminū trine eq̄litatis ꝛ collocādo ſub tertio īmo iam collocatū repertos. Secūdo capiēdo primū et ſcd͂m et collocando ſub quarto. Et tertio capiēdo p̄mū ſcd͂m bis ꝛ tertiū ꝛ collocādo ſub quīto. et ſcd͂ʒ numerū illius quīti termini ſubter collocati itelligo iterū cōtinue tres terios eq̄litatis ſcʒ quītū ſextū et ſeptimū. ꝛ reſūptis p̃ceptis cū quīto iam habito: p̃ficio ſextū et ſeptimū inferiores termios ꝛ ſecundū exigentiā ſeptimi extremi itelligo rurſum trine equalitatis termios: ſcʒ ſeptimū octauū et nonū et a ſingulo quoq̃ tertio loco cōiunct̃ trinā eq̄litatē intelligo cuius quilibet terminus intelligit̃ ſecundū numerū extremi in ſingulo quoq̃ loco ſubter venientis. et ſi id placet in infinitū extendi libet. et dico cōtinue collocatos eſſe duplos. id reſumptis demōſtrationibus quoties erūt reſumpte equalitatum trinitates: ſicut et ſuperiora facillime demonſtrabis. Si cupis triplos: eodem ferme modo naſcentur de duplis. Id ſolum obſeruandum eſt vt in tertijs quibuſq̃ locis cōiunctim capiātur termini triploꝝ a tribus duplis qui na=

ſcũtur ex trina equalitate terminoꝝ ſumptoꝝ ſecũdũ numerũ tertij cuiuſq; extremi triploꝝ. ⁊ quadrupli conſimiliter a triplis accepta continue tribus triplis ſcd̃m exigentiã equalitatis tertij extremi triploꝝ et hac analogia in cõſequẽtibus multiplicibus. Et ſeſqualteri / ſeſqtertij / ſeſqquarti ⁊ cõſequẽtes naſcent̃ cõuerſis duplis / triplis / quadruplis ⁊ cõſequẽtibus ſumptis ſimili obſeruãtia duplis cõuerſis triplis quadruplis et reliquis quoties oportet a trina equalitate: ſed quoꝝ multipliciũ cõuerſorum primũ atq; maximũ extremoꝝ equetur ſingulo quoq; tertio ſuperparticulariũ et vbiq; vt in precedentibus eſt idem demonſtrandi modus.

71 ¶ Datis ſupparticularibus vel multiplicib⁹ ſupparticularib⁹ multiplices ſupparticulares ⁊ ſuppartiẽtes: datis vero ſuppartientib⁹ aut multiplicib⁹ ſuppartiẽtibus ſuppartiẽtes et multiplices ſuppartiẽtes ꝓcreare.

d	e	f	
4	6	9	Supparticulares
4	10	25	Multiplices ſup
a	b	c	particulares.

¶ Sint a b c ſupparticulares termini ⁊ ſumat̃ a ſemel et ſit e primus numerus et a ſemel et b ſemel et ſit f ſcd̃s numerus et ita ſcd̃m trine ꝓlectionis precepta vt in p̃cedẽti factũ eſt et ꝓueniãt d e f qui vt in precedẽti erũt cõtinue ꝓportiõales. at per decimãoctauã huius ꝓportio c ad d eſt multiplex ſupparticularis: igit̃ et f ad c. erũt igit̃ cõtinue d e f multiplices ſupparticulares. et eodẽ modo ex multiplicibus ſupparticularibus naſcẽtur multiplices ſupparticulares. Si vero cõuerſis terminis a b c incipias per eandẽ decimãoctauã huius ꝓuenient cõtinue ſuppartiẽtes: ſicq; cõſtat primũ. Scd̃m vero eodẽ modo patebit per decimãnonã huius dato ordine ſuppartientiũ aut multipliciũ ſuppartientiũ. nam ſi aggregatio a minori incepta fuerit per dictã decimãnonã ꝓuenient multiplices ſuppartientes. ſi a maiori termino: ꝓuenient ſuppartiẽtes / ſicq; cõſtat ꝓpoſitũ. ¶ Ex duabus vltimis ꝯcluſionib⁹ colligere potes. Ex eq̃litate prime naſci duplos. Ex duplis triplos. Ex triplis quadruplos: et hoc pacto de reliq̃s multiplicibus cõſequẽter. Et ex multiplicibus cõuerſis naſci ſupparticulares: vt ex duplis ſeſq̃ialteros. Ex triplis ſeſqtertios: et ita de cõſequẽtibus ſupparticularibus ex ſequẽtib⁹ multiplicibus. Et ex ſupparticularibus multiplices ſupparticulares: vt ex ſeſqualteris duplos ſeſqualteros. Et ſeſq̃tertijs duplos ſeſquitertios: et hũc in modũ de reliquis. Ex multiplicib⁹ ſupparticularibus itidẽ multiplices ſupparticulares: ſed ex duplis ſupparticularibus tripli ſupparticulares. Et ex triplis ſupparticularibus quadrupli ſupparticulares. Ex ſupparticularib⁹ et multiplicib⁹ ſupparticularib⁹ ꝯuerſis ſuppartiẽtes: vt ex ſeſqualteris ſupbipartiẽtes. Ex ſeſqtertijs ſuptripartiẽtes. Ex duplis ſeſq̃lteris et ex duplis ſeſqtertijs cõſiſr̃ ſupbipartiẽtes et ſuptripartiẽtes. Ex ſuppartiẽtibus multiplices ſuppartiẽtes: vt ex ſupbipartiẽtib⁹ duplas ſupbipartiẽtes. Ex ſuptripartiẽtibus duplas ſuptripartiẽtes. Ex multiplicib⁹ ſuppartiẽtib⁹: itidẽ multiplices ſuppartiẽtes: ſed ex duplis triplis aut quadruplis ſuppartiẽtibus: tripli quadrupli aut quĩcupli ſuppartiẽtes. Ex ꝯuerſis ſuppartiẽtib⁹ aut multiplicibus ſuppartiẽtib⁹: naſcũtur ſuppartiẽtes. Et ex tribus p̃ceptis hec vbiq; latiſſime patent. et ex p̃celſa q̃ntũcũq; voles longa ſerie: ſupparticulariũ cõtinue ꝓportionaliũ ſi cõtinue tria p̃cepta tribus et tribus terminis ſeriei aptãdo ꝓcedis: naſcẽtur multiplices ſupparticulares ſed ſolum per tres et p tres cõtinue ꝓportionales. et eodẽ pacto cõuerſo ordine naſcẽtur ſuppartiẽtes ſed ſolum in tribus et tribus terminis cõtinue ꝓportionales. at de his hactenus.

72 ¶ Datas ſupparticulares in multiplices / atq; eaſdẽ in minores multiplices donec ad equalitatẽ perueniãt: reducere.

l	m	n
g	h	k
9	12	16
a	b	c
9	3	1
d	e	f

¶ Id animaduertere licet ꝓportiones in illas tñ reſolui ex q̃bus ꝓcreant̃. Quo fit vt ĩ oĩbus idẽ reſoluendi modus appeat: in q̃bus idẽ erat modus ꝓcreãdi. Sint a b c dati termini ꝯtinue ſupparticulares et ſit d equalis a et prim⁹ nũerus: ⁊ ab b tollat̃ d et remaneat e et de c tollat̃ d et e bis et remaneat f. dico d e f eſſe cõtinue ꝓportionales et multiplices. q̃ ſint cõtinue ꝓportionales declarat̃. capio enĩ g h k tres terminos in cõtinua ꝓportione d ad e: qui ex illis ſupiori aggregãdi modo ꝓuenĩẽt erũt ex p̃cedentibus cõtinue ꝓportionales et ſint l m n. et q̃ l ad g ſicut a ad d et m ad h ſicut b ad e. et ita ꝯiter. igitur d e f ſunt cõtinue ꝓportionales. et q̃ b ad a p hypotheſim eſt ſupparticularis per decimãſextã huius erit e ad f ſimilis denoĩationis multiplex: quare ſupparticulares date / ſunt in ſuas multiplices reducte. ſi itaq; ſupparticulares date erãt ſeſqtertie reſolute ſunt in triplas ſi ſeſqualtere in duplas q̃ ſi redacte ſint in triplas eodẽ modo quo prius adiuuãte ſeptuageſima huius ꝓbabis illas multiplices reduci in duplas ⁊ duplas in equalitatẽ: quod eſt ꝓpoſitũ.

73 ¶ Multiplices ſupparticulares in ſupparticulares: et multiplices ſuppartiẽtes in ſuppartientes reſoluere.

¶ Sint a b c tres termini multiplices ſupparticulares. et d equalis a q̃ ſubſtrahat̃ ab b et relinquat̃ e et eo modo quo in p̃cedẽti ſubſtrahãtur. ſi b ad a erit multiplex ſupparticularis vtriq; ab eodẽ nũero denoĩatus p quadrageſimãprimã huius factũ erit ꝓpoſitũ. et ita de ſuppartiẽtib⁹. At ſi multiplex ſit maioris denoĩationis nõ hẽt hoc p̃ma reſolutione: ſed reſoluemus p̃mo in multiplices vno minoris denoĩationis denoĩatione partis ſemp eadẽ manẽte: donec ad hoc veniamus vt eadẽ ſit denoĩatio multiplicis et partis. ſicq; quod ꝓponitur facile apparebit.

74 ¶ Quaſlibet ſuperpartientes in ſuperparticulares reduci eſt poſſibile.

9	15	25
a	b	c
9	6	4
d	e	f

¶ Nã q̃ p ſeptuageſimãprimã huius ſuppartiẽtes ex ſupparticularibus naſcũtur. ideo ſint a b c huiuſmodi ſuppartientes et d equet̃ a: ſubſtrahatur q; d ab b et relinquat̃ e et d et e bis ab c: et relinquatur f et venient per illã ſeptuageſimãprimam ſuperparticulares a quibus naſcebantur. at non oportet id ſemper in prima reductione contingere quod tamen nunc contingebat. ſed aliquando reſoluẽtur prima reſolutione in multiplices ſuperparticulares que per precedentẽ in ſupparticulares tandẽ reducẽtur: quo facto factũ erit propoſitũ. Aliquãdo in ſuppartientes aut multiplices ſuperpartiẽtes

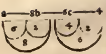
et multiplex ſuppartiēs per p̄cedentē reducit̄ in ſuppartientē que iterū reducet̄ in ſupparticularē vt ſi detracto d de b remaneat e quē cōtineat d et eius ptes: vel in ſupparticularē ſi eo detracto remaneat e quē cōtineat d et eius partē. at ſi remaneat e quē cōtineat d et partes/ qꝛ illa detractio in īfinitū fieri nō poteſt vt ſemp in ſuppartiētes reſoluat̄: aliquādo occurret ſupparticularis. factūq̄ apparebit ꝓpoſitū. Occurret dico tandē ſupparticularis et nō multiplex: qꝛ ex multiplicibus nō immediate ſuperpartiētes ſed ſupparticulares per ſeptuageſimā huius gignūtur.

¶ Datas ꝓportiones quaſcūq̄ ad equalitatem reducere. 75

¶ Nam per ſeptuageſimātertiā huius multiplices ſuppartientes reducūtur in ſuppartiētes ⁊ multiplices ſupparticulares l ſupparticulares ⁊ per p̄cedentē ſuppartiētes i ſupparticulares. ⁊ p ſeptuageſimāſecundā huius ſupparticulares reducuntur in multiplices et multiplices in alias multiplices donec in equalitatē reſtitute ſint. omnes igit̄ in equalitatē reducūtur.

¶ Noni elementoꝝ Arithmetices Jordani finis.

MEdictas eſt ↄnexio extremoꝝ habitudīe vtriuſq̄ ad mediū. Medietatū quedā ſunt principales: ⁊ quedā p̄cipalib⁹ collaterales. Pricipales ſunt tres. Pria eſt quādo maioris/ medij/ ac minoris equales ſunt differētie. et hec dicit̄ Arithmetica medietas. Scđa eſt quādo maximi ad mediū eadē eſt ꝓportio: q̄ medij ad minimū. ⁊ hec geometrica vocat̄. Tertia eſt qn̄ maximi ad minimū eadem eſt ꝓportio q̄ dr̄ie maximi ad medium ad differētiā medij ad minimū. et hec muſica nūcupat̄. Collaterales ſunt octo. Pria: eſt qn̄ maxim⁹ ad mediū ſicut dr̄ia minoꝝ ad dr̄iam maioꝝ. Scđa: eſt qn̄ medius ad minimū ſicut dr̄ia minoꝝ ad dr̄iā maioꝝ. Tertia: eſt qn̄ maxim⁹ ad mediū ſicut dr̄ia extremorū ad dr̄iā maioꝝ. Quarta: eſt qn̄ medius ad mimū ſicut dr̄ia extremoꝝ ad dr̄iā maioꝝ. Quīta: eſt qn̄ medius ad mimū ſicut dr̄ia extremoꝝ ad dr̄iā minoꝝ. Sexta: eſt qn̄ maxim⁹ ad mimū ſicut dr̄ia minoꝝ ad dr̄iā maioꝝ. Septima: eſt qn̄ maximus ad mimū ſicut dr̄ia extremoꝝ ad dr̄iā maiorū. Octaua: eſt qn̄ maxim⁹ ad minimū ſicut differentia extremorū ad differentiā minorū.



¶ Si fuerint tres numeri in arithmetica medietate diſpoſiti: erit maioris ad medium minor proportio q̄ medij ad minimū. 1

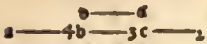
¶ Sint a b c tres numeri in Arithmetica medietate diſpoſiti quoꝝ maxim⁹ ſit a: dico a ad b minorē eſſe ꝓportionē q̄ b ad c. nā p diffinitionē a ad b et b ad c equales ſunt differētie. qꝛ igit̄ a ⁊ b ſunt vt cōpoſiti ex b et c ipſis additis nūeris equalibus ſcꝫ differētijs eoꝝ: ergo p decimāſextā ſcđi ꝓportio a ad b minor erit ꝓportione b ad c: quod eſt propoſitū.



¶ In eadē medietate duo extremi cōiuncti tm̄ reddūt: q̄tū medius duplicatus. 2

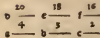
¶ Nam p diffinitionē primi ad mediū et medij ad extremū equales ſunt dr̄e: igit̄ p ſcđam p̄mi medius eſt extremorū cōiūctorū medietas. duplicatus igit̄ equat̄ extremis cōiūctis: qđ eſt ꝓpoſitū.

¶ In eadē medietate quod ſub extremis cōtinetur cū quadrato differētie/ equale eſt quadrato medij. 3

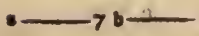


¶ Nam p p̄miſſam duo extremi ſimul ſunt tāq̄ duplus medij. Ponat̄ ergo duplus medij qui ſit d diuiſus p duo equalia quorū medius eſt vnū/ et per duo inequalia q̄ ſint a c extremi: et p decimānonam primi erit quadratus b vnius equalū q̄tū qđ fit ex a in c cū eo quod fit ex differētia a ad b in differētiā b ad c. at qꝛ differētie ille ſunt equales: tantū ergo erit quadratū medij b q̄tū qđ cōtinet̄ ſub extremis a et c cū quadrato differentie medij ad extremū. quod eſt ꝓpoſitum.

¶ In eadē quoq̄ medietate quadrata extremorū: duplū ſunt quadrato medij et quadrato differentie. 4



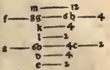
¶ Sint a b c nūeri in hac medietate diſpoſiti: ſitq̄ d quadrata a et c. dico d duplū eſſe quadrato medij et quadrato dr̄ie ſimul. Sit eni f qđ fit ex a in c bis ⁊ quadrata b medij bis ſint e/ qꝛ eni per ſecūdā huius a et c cōiūcti tantū ſunt q̄tū duplus b: et p decimāquintā primi d et f ſimul tm̄ ſunt q̄tū quadratū totius a c. ſed et p eandē decimāquintā e erit medietas d et f ſimul: igit̄ per ſecūdā partē ſcđe prime ad d et ad f equales ſunt dr̄e. igit̄ p diffinitionē e hac medietate medius eſt inter d et f. et quia per p̄cedentē qđ fit ex a in c ſemel cū quadrato dr̄ie tantū eſt q̄tū b in ſe: igit̄ e addit ſup f duplū quadrati dr̄ie. quare et d tantū addet ſup e. quare et duplū quadrati differentie b ad a equat̄ d. igit̄ quadratus b q̄ eſt medietas e cū quadrato differētie b ad a eſt medietas d: qđ eſt propoſitū.



¶ Triū nūeroꝝ ī hac medietate diſpoſitoꝝ duob⁹ extremis datis: mediū repīre. 5

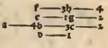
¶ Sint a b duo extremi in hac ꝓportione: illos ſimul addo atq̄ aggregati ſumo medietatē que p ſecūdā huius erit medius petitus: factūq̄ erit propoſitū.

6 ¶Si ſcdm ꝓportionē medij datorū nūerorū ad differentiā/ ſumātur tres numeri in eadē medietate: erit medij illorū ad differentiā/ que inter extremos preaſſignatorum proportio.



¶Sint a b c tres nūeri in arithmetica medietate quoꝝ maxim⁹ ſit a. et ſit d differētia a ad c: ⁊ e medietas q̄ eſt differētia a ad b et dfia b ad c. ſumo itē in eadē medietate nūeros f g h quoꝝ ūextremorū ſit proportio tanq̄ b ad c: ſitq̄ f maximus. dico g ad differentiā f ad g que ſit l eā ꝓportionē eſſeque a ad c. capio eni differētiā f ad h que ſit k: cuius medietas ſit l. et cōpoſitus ex f et h ſit m. q2 eni p hypoteſim b ad c tanq̄ f ad h: et b et c ſunt a. igitur per ſextā ſcdi a ad c ſicut m ad h. et q2 vt dictū eſt b ad c vt f ad h: ergo permutatim b ad f totus ad totū: ſicut c ad h detractus ad detractū. igit̄ p quintam ſecūdi c ad k reſiduus ad reſiduū ſicut totus ad totū. quare ergo ⁊ vt c ad h: ita c ad k. pmutatim ergo e ad c vt h ad k. ergo p viceſimāprimā ſecundi ⁊ equā ꝓportionalitatē m ad k ſicut a ad c. ergo q2 per ſcdam huius g ſit dimidiū m/ erit a ad c ſicut g ad l dimidiū ſcilicet ad dimidiā dfiam: ſicut totum m ad k totam dfiam. quod eſt propoſitū.

7 ¶Si fuerint tres numeri in hac medietate diſpoſiti: extremoꝝ/ ⁊ medij ad dfiam eandē eſſe ꝓportionē īpoſſibile eſt. maiorē vo ſiue minorē: poſſibile.



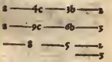
¶Sint tres numeri a b c in hac medietate cōſtituti: et a maxim⁹/ et dfia a ad b/ et b ad c ſit d. dico impoſſibile eſſe eandē ꝓportionē a ad c et b ad d. nā ſi id poſſibile foret: ponat̄ ergo vt ſit a ad c tanq̄ b ad d. ergo p viceſimāquintā ſecūdi quod ſit ex a in d: equū eſt ei qui ſit ex b in c. at p decimāquartā primi quod ſit ex a in d tantū eſt q̄tū quod ſit ex d in ſe et d in b qui ſint e et f. ſed p eandē b in c tantū eſt q̄tū quod ſit ex c in d et c in ſe qui ſint g et h: equabūtur ergo adinuicē e f ſimul et g h ſimul. quod eſt īpoſſibile. qḋ ſic oſtēdo. nā p ſeptimā ſecūdi f ad e ſicut b ad d. et per eandē h ad g ſicut c ad d. ſed per nonā ſcdi ꝓportio b ad d maior eſt q̄ ꝓportio c ad d: igit̄ ⁊ ꝓportio f ad e maior erit ꝓportiōe h ad g. quare ſi f equet̄ h per eandē e erit minor g. quare e et f nō equabūtur g et h. et ſi f ſit minor h: ergo p decimāſeptimā ſecūdi e etiā erit minor g. quare cōpoſitus ex e et f duobus minoribus nō equabitur cōpoſito ex g et h. at ſi f ponitur maior h/ et compoſitus e et f equetur cōpoſito g et h: ergo per decimānonā ſcdi ꝓportio f ad e minor erit q̄ ꝓportio h ad g: cuius oppoſitū mōſtratū eſt. cōſtat ergo qḋ dictū eſt. ¶Sed extremi ad extremū ꝓportio maior poſſibilis eſt q̄ medij ad dfiam ſi ab vnitate tres cōtinue ponātur termini qui erūt in hac medietate. et q2 extremi ſcilicet ternarij ad vnitatē eſt ꝓportio tripla: ſed medij binarij ad vnitatē (que dfia eſt) ꝓportio dupla: cōſtat extremi ad extremū maiorem eſſe ꝓportionē q̄ medij ad dfiam. et ita ſi poſt vnitatē in hac medietate numeri apte diſcontinue ſumātur. Poſſibilis eſt etiā extremi ad extremū ꝓportio minor: q̄ medij ad dfiam. nā acceptis quibuſcūq̄ tribus terminis cōtinue poſt vnitatē: maior erit ꝓportio medij ad vnitatē que erit differentia q̄ extremi ad extremū quorū differentia ſemp eſt binarius.

8 ¶Tres nūeros in hac medietate inuenire/ quoꝝ ꝓportionis medij ad differētiā ad ꝓportionē extremorū differētia ſit qualibet data ꝓportione maior.



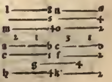
¶Sit a et b nūeri date ꝓportionis et b maior: addo b ad a et fiat c cui etiā addo b ⁊ fiat d. manifeſtū eſt d c a eſſe tres nūeros in hac medietate cōſtitutos cū b ſit cōis dfia d ad c et c ad a: quorū dico differentiā ꝓportionis c ad b medij ad dfiam: ad ꝓportionē d ad a eſſe data ꝓportione b ad a maiorē. nā ꝓportio c ad a addit ſup ꝓportionē c ad b ꝓportionē b ad a. et ꝓportio d ad a eſt maior ꝓportione c ad a. addet igit̄ ꝓportio d ad a ſup ꝓportionē c ad b maius ꝓportione data b ad a. eſt itaq̄ differentia ꝓportionis c ad b ad ꝓportionē d ad a data ꝓportione maior.

9 ¶Si extremꝰ extremi duplus/ erit medius dfie triplus: et ꝯuertit̄. q2 ſi alter alterius maius duplo fuerit/ erit medius minus triplo differētie: et ecōuerſo.



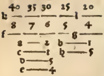
¶Nā ſi a maximus ſit duplus b minimi: erit b duplus differētiaꝝ. quare c ex b et dfia illa cōſtitutus eidem differentie erit triplus. et ſi c eſt triplus ad differentiā cū cōſtituat̄ ex illa differētia et b: ergo b erit duplus ad dfiam. quare a cōſtitutus ex b ⁊ dupla differētia q̄ equat̄ b: iterū inuenit̄ duplus ad b. qḋ eſt primū. et ſi a eſt triplus ad b: idē b equabit̄ vni differētiarū. at b et vna equaliū differētiaꝝ cōſtituūt c: igitur c duplus eſt ad dfiam. et ſi c duplus eſt ad differentiā erit rurſus a triplus ad b. nā ſi c ſit duplus ad dfiam cū ſit cōſtitutus ex dfia et b: dfia illa equabit̄ b. ſed b cū eq̄li dfia bis ſumpta cōſtituit a: igit̄ a triplus eſt ad b. et vniuerſaliter ſi maximi ad minimū ꝓportio maior q̄ dupla inueniatur: erit ſemp minim⁹ ad dfiam minor q̄ duplus. igit̄ et medius ex minimo et differētia cōſtitut⁹ ad differentiā minor erit q̄ triplus. Et ꝯuertit̄ vt in alijs quoq̄ monſtratū eſt.

10 ¶Daris quibuſlibet duabus ꝓportiōibus/ ſcdm vtrāq̄ in arithmetica medietate tres termios ordinare: quorū adinuicē differentie ſint equales.



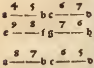
¶Sint minimi termini duarū datarū ꝓportionū a b et c d. et dfie illorū ſint e ⁊ f. ſumo iterū g nūerū aliquē quē cōiter numerēt differētie e et f: et ſint numeri ſm quos ipm numerāt h et k. deinde multiplico a et b per h: et ꝓueniant l et m. et multiplico c et d per k: et ꝓueniāt n et o. per ſeptimā ſecūdi l ad m vt a ad b. et n ad o vt c ad d. ⁊ differētia l ad m eſt g. et ſimiliter differētia n ad o eſt g. ſi igitur g eſt par: ſumo mediū inter l et m qui cōſtabit ex m et dimidio g. et mediū inter n et o qui cōſtabit ex o et dimidio g. ⁊ erūt tres termini l et m cū ſuo medio ſm ꝓportionē a ad b/ ⁊ tres alij n et o cōnumerato eoꝝ medio ſm ꝓportionē c ad d in Arithmetica medietate quoꝝ adinuicē differētie ſunt equales.

ſi autẽ g eſſet ĩpar dupládí eſſent l/m/n/et o et dupla ad g per correlariũ ſeptime ſcdi ꝓueniret differentia. ſi ergo inter illos medij ſumant: tam horũ ꝙ illorũ differentia ad mediũ erit g. ſicq; totũ manifeſtum erit propoſitum.



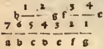
¶ Quotlibet nũeros ſcdm Arithmeticã medietatẽ ſumere/quoꝝ dr̃e dato nũero nõ ſint minores: extremorũ vero ꝓportio ſit date ꝓportioni equalis. 11

¶ Sint a et b termini date ꝓportionis: et c eoꝝ differẽtia: et d ſit numerus ſm quẽ ſumẽdi ſunt quotlibet numeri: et e numerus quo nõ minores debeãt eſſe differẽtie. multiplico a ⁊ b ſm numerũ vno minorẽ d et ꝓueniant f et g: quoꝝ differẽtia c toties numerabit. ſumo ergo media ſm differẽtias eq̃les c et fiet vt oẽs numeri ſint ſm numerũ d. multiplicetur itẽ c donec ꝓueniat maior e: ⁊ fiat hoc ſm h. ducoq; h in f et g et oẽs medios et ꝓueniãt k l et medij inter illos. manifeſtũ eſt extremorũ ꝓportionem eſſe ꝓportioni a ad b equalẽ: et numerũ ſumptũ eſſe ſm d et differẽtias inter ſe equales et numero e dato maiores. quod eſt propoſitum.



¶ Si ſumptis quotlibet nũeris ĩ hac medietate/alij totidẽ eandẽ habẽtes dr̃iam maiores minoribus cõiũgant: numeros equales ꝓuenire neceſſe eſt. 12

¶ Sint a b c d quotlibet nũeri ĩ hac medietate quoꝝ a ſit minim⁹: ⁊ e f g h totidẽ in hac medietate et e illorũ maxim⁹: ſintq; horũ et illorũ equales dr̃e. dico a et e ſimul equari b et f et reliqs hoc modo ſequentibus. nã q: a et e ſunt circũpoſiti b et f et equales ꝑ hypotheſim dr̃e: ergo ꝑ tertiã primi a et e ſimul equãtur b et f. et hũc in modũ de reliquis argumẽtare.



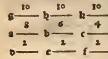
¶ Numeros quotcũq; in hac medietate datos coacernare. 13

¶ Hec demõſtrat aggregatorũ ſummã reperire: quã nõnulli ꝓgreſſionẽ vocãt. ſi enĩ ſunt in numero pari vt a b c d e. f g h ꝙ igitur ꝑ p̃cedentẽ a h equãtur b g et c f et d e ſm ſeriei medietatẽ. ſi ergo l coacernatũ e: ⁊ e: h duobus extremis ducat totius ſeriei medietas ꝓueniet ſumma totalis ex oĩbus coacernata. At ſi nũerus eoꝝ ſit ĩpar vt a b c d e f g erit vnus eorũ medius vt d. et eius ad extremos a et g eadẽ erit dr̃ia. quare per ſcdam primi eſt medietas a et g/et ſĩliter medietas b et f/et medietas c et e. numerus igitur ſeriei oĩm in ipm ductus oĩm ſummã cõficit. qd̃ eſt ꝓpoſitum.



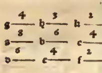
¶ Si q̇tlibet nũeri hui⁹ medietatis alijs totidẽ ſiue eq̃libus ſiue ĩ eadẽ medietate ſũptis maiores maioribus addant: ꝯpoſiti quoq; ſcdm eadẽ medietatẽ diſponent. 14

¶ Nã ſiue eq̃les eq̃libus addant ſiue hoc modo nũeri quicũq; totidẽ alijs in eadẽ medietate cõſtitutis: q: eq̃libus differẽtijs eq̃ales dr̃e addẽtur et tote dr̃e adinuicẽ erũt equales. quare ꝑ diffinitionem cõpoſiti erũt in hac medietate cõſtituti. quod eſt ꝓpoſitũ.



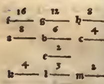
¶ Si equales totidẽ auferant ſiue ipſi ab equalibus ſubſtrahant: reſiduũ in eadẽ medietate inuenietur. 15

¶ Nã equalib⁹ de quibuſlibet eorũ dẽptis erũt eedẽ reſiduorũ que et totorũ dr̃e idẽtidẽ quibuſlibet eorũ ab eq̃libus demptis eedẽ que ſubſtractorũ manebũt differẽtie: igitur ꝑ diffinitionẽ reſidua erũt in Arithmetica ꝓportione. quod intendebatur.



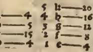
¶ Si vo de eiſdẽ alij in eadẽ medietatẽ dati minores a minoribus tollant: reſidui vel erũt equales vel eiuſdẽ medietatis rationẽ ſuſcipiẽt. 16

¶ Hec quodãmodo decimequarte et decimequinte ꝯuerſa eſt. nã datis a b c ĩ hac medietate maioribus et d e f minorib⁹: quorũ ad p̃mos dr̃e ſint equales: ſubſtractis d e f ab a b c. reſidui erũt equales dr̃e a ad d. quare adinuicẽ equales. at ſi numeri ſumpti vt g h k nõ habeant ſinguli ad ſingulos a b c equalẽ dr̃iam. q: detractorũ et totorũ equales ſunt dr̃e: erunt et reſiduorũ equales dr̃e. et cũ reſidua nõ ſint equalia: inter eos erit hec medietas. quod eſt ꝓpoſitũ.



¶ Si quotlibet nũeri huius medietatis ſcdm eundẽ nũerũ vel multiplicent vel diuidant: erũt ꝓducta et diuidẽtia in hac medietate eodẽ ordine cõtinuata. 17

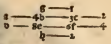
¶ Sint dati quotlibet nũeri in hac medietate: vt a b c qui multiplicẽtur ꝑ e ⁊ ꝓueniãt f g h ⁊ qui diuidãtur ꝑ e: et ꝓueniãt k l m. dico ꝓducta f g h ⁊ diuidẽtia k l m eodẽ ordine in hac medietate cõtinuata. nã q: multiplicatorũ a b c dr̃e ſunt equales: ergo ꝑ correlariũ ſeptime ſcdi et ꝓductorũ. ⁊ etiã per idẽ quoties diuidẽtia k l m numerabũt a b c: et toties dr̃e numerabũt differẽtias et eodẽ ordine. eſt ergo notũ quod proponitur.



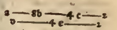
¶ Datũ nũerũ in quotlibet ꝑtes q̃ Arithmetica medietate ſe excedãt diuidere. 15

¶ Sit nũerus diuidẽdus a: et b nũerus ſm quẽ ꝓponit diuidi. Inuenio ꝑ decimãtertiã hui⁹ numerum ex oĩbus ab vnitate ad b coacernatũ qui ſit c. et qui ſit vt partes ab ipſo denoiatẽ. et reſoluas ſi vis a ĩ conſimiles ꝑtes: dehinc reſolutũ diuidas ꝑ c et reuertetur numerus ſm a qui ſit d per quẽ multiplica oẽs numeros ab vnitate ad b qui ſunt in hac medietate vt notũ eſt ⁊ ꝓueniãt f g h k partes denoiate ab c que per p̃cedentẽ erũt in hac medietate. et per nonã primi manifeſtũ eſt eas cõſtituere a. et ſunt ſumpte ſecundũ numerũ b. effectũ eſt igitur propoſitũ.

¶ Si inter numeros ꝓportionales medij ſcdm hãc medietatẽ deſignent: erit extremorũ ad illos proportio vna. 19

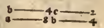


¶ Sint a b c numeri in hac medietate cõſtituti et ſimilit totidẽ d e f: ſitq3 a ad c ſicut d ad f. dico a ad b vt d ad e et b ad c vt e ad f. nã ſi a c et d f ſint equales: cõſtat ꝓpoſitũ. ſi nõ: ſint ergo d f maiores et a c minores. quia enĩ que ꝓportio d ad f totius ad totũ: ea eſt a ad c detracti ad detractũ. ergo per quintã ſecũdi differẽtia d ad f ad differentiã a ad c reſiduũ ad reſiduũ: ſicut d ad f totũ ad totũ quare medietas differẽtie d ad f que ſit h ad dimidiũ differentie a ad c que ſit g per correlariũ decimequarte ſcdi ſicut d ad f. et cũ que ꝓportio d ad f ea ſit a ad c: ergo permutatim d ad a ſicut f ad c. cũ itaq3 f ad c ſicut h ad g: ergo per idẽ correlariũ e ad b ſicut d ad a. quare permutatim d ad e ſicut a ad b. et cõſimiliter probabis f ad e ſicut c ad b aut ecõtra. quod eſt propoſitum.



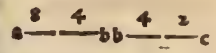
20 ¶ Si in geometrica medietate tres numeri ſtatuanť: erit que maximi ad mediũ/ ea differentie ipſorum ad differentiã medij ad minimũ proportio

¶ Sint a b c tres numeri in geometrica medietate diſpoſiti ꝑ diffinitionẽ que ꝓportio a ad b ea eſt b ad c. et ſit differẽtia a ad b numerus d/ ꝛ differẽtia b ad c medij ad minimũ nũerus e: dico eandẽ eſſe ꝓportionẽ a ad b et d ad e. capio enĩ b et vt totũ et vt detractũ. et qꝛ que ꝓportio a ad b totius ad totũ: ea eſt b ad c detracti ad detractũ. igitur que ꝓportio a ad b totius ad totũ et maximi ad mediũ: ea eſt differẽtie a ad b ad differentiã b ad c per quintã ſecundi reſidui ad reſiduũ. qđ eſt ꝓpoſitũ.



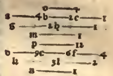
21 ¶ In hac medietate quod ſub extremis cõtinetur: equale eſt quadrato medij.

¶ Hec ex diffinitione et viceſimaſexta ſecũdi ſtatim cognoſcitur.



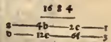
22 ¶ In eadẽ medietate duo extremi cõiũcti: maius ſunt q̃ medius duplicatus.

¶ Hec itidẽ ſtatim cognoſciť per viceſimãquartã ſcdi: ſumpto medio pro ſecũdo et tertio.



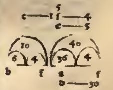
23 ¶ In eadẽ medietate quãto maximi ad mediũ maior eſt proportio: tanto etiã maximi et minimi ad duplũ medij maior erit proportio.

¶ Sint a b c cõtinue ꝓportionales/ et d e f identidẽ cõtinue ꝓportionales ſed in maiore ꝓportione: dico q̃ quãto maior eſt ꝓportio a ad b q̃ d ad e: tanto maiorẽ eſſe ꝓportionẽ a et c ad duplũ b q̃ ꝓportio d et f ad duplũ e. ſit enĩ g differẽtia a ad b/ et h differentia b ad c/ ſimiliter k differẽtia d ad e/ et l differẽtia e ad f. et quo g excedit h ſit m/ quo vero k excedit l ſit n. quia enĩ maior eſt ꝓportio a ad b q̃ d ad e: ergo per duodecimã ſcdi a ad d totius ad totũ maior eſt ꝓportio q̃ b ad e detracti ad detractũ. ergo ꝑ decimãtertiã eiuſdẽ g ad k reſidui ad reſiduũ maior eſt ꝓportio q̃ a ad d totius ad totũ. quare multo fortius q̃ b ad e detracti ad detractũ. qꝛ igitur g ad k maior eſt ꝓportio q̃ b ad e: igitur per duodecimam eiuſdem g ad b maior proportio q̃ k ad e. quare per vndecimam eiuſdem b ad g minor proportio q̃ e ad k. et per viceſimã huius g ad h maior eſt ꝓportio q̃ k ad l. nam g ad h vt a ad b/ et k ad l vt d ad e. quare eadẽ argumentatione qua pauloante g ad m minor ꝓportio q̃ k ad n. quare per quintã quinti erit b ad m minor ꝓportio q̃ e ad n. per eandẽ igitur dupli b vt o ad m minor ꝓportio q̃ dupli e vt p ad n. et qꝛ a et c ſuperãt duplũ b q̃tũ eſt m: et ſimiliter cõpoſitus ex d et f excedit p duplum e q̃tũ eſt n: vt facile ex precedente cognoſcas. et proportio p ad n maior ꝓportione o ad m: igiť per ſcdam partẽ decimequinte ſecũdi p et n ad p minor ꝓportio q̃ o et m ad o. igitur d et f ſimul ad p proportio minor q̃ a et c ſimul ad o. quod eſt propoſitum.



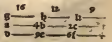
24 ¶ Si quotlibet nũeris in hac medietate ſumptis totidẽ alij eiuſdẽ ꝓportionis maiores maioribus addãtur: cõpoſiti quoq3 in hac medietate inueniẽtur diſpoſiti.

¶ Nam ſi que ꝓportio a ad b et b ad c: ea ſit d ad e et e ad f. igiť ꝑmutatim que ꝓportio a ad d: ea eſt b ad e: et c ad f. igitur per viceſimã ſecũdi que ꝓportio a ad b: ea erit cõpoſiti ex a d ad cõpoſitũ b e. ꝛ cõpoſiti b e ad cõpoſitũ c f. quod eſt propoſitum.



25 ¶ Si diſpoſitis aliquot numeris in hac medietate numeri equales ſingulis addantur: erit inter cõpoſitorũ maiores proportio maior.

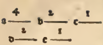
¶ Sint a b c in geometrica medietate diſpoſiti/ et d e eorũ differẽtie: ꝛ f nũerus ſingulis addendus. qꝛ igiť quo abũdat f a ſuꝑ f b eſt d. et quo abũdat f b ſuꝑ f c eſt e. et per nonã ſecundi f ad d minor eſt ꝓportio q̃ f ad e. et ꝑ viceſimã huius ꝑmutatim argumẽtando a ad d vt b ad e: per idẽ erit f a ad e maior ꝓportio q̃ b f ad e. itidẽ et ꝓportio b f ad e maior q̃ c f ad e. et quia d ad e vt a ad b vt dictũ eſt: ꝛ differentia a f ad b f eſt d/ et differẽtia b f ad c f eſt e: erit ꝓportio a f ad b f maior q̃ b f ad c f. et quãto differentia fuerit maior: tanto differentia vnius ꝓportionis ſuꝑ differentiã alterius erit maior.



26 ¶ Si quotlibet nũeris in hac medietate datis/ totidẽ alij in eadẽ quidẽ medietate ſed nõ ſcdm eandẽ ꝓportionẽ ſumpti/ maiores minoribus addanť: inter cõpoſitorũ maiores/ maiorẽ eſſe ꝓportionẽ cõueniet.

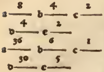
¶ Sint cõtinue ꝓportionales a b c et ſimiliter d e f: ſed in minori ꝓportione. dico q̃ a d ad b e maior ꝓportio q̃ b e ad c f. Sit enĩ qđ ex a in f ꝓduciť/ g. et qđ ex b in e/ h. et qđ ex d in c: k. ꝑ ꝑmã quinti ꝓportio g ad h eſt dĩa ꝓportiõis a ad b ſuꝑ ꝓportionẽ e ad f. ſed et ꝓportio h ad k eſt per eandẽ dĩa ꝓportionis b ad c ſuꝑ ꝓportionẽ d ad e: quare ſicut g ad h: ita h ad k. quare ꝑ viceſimãſcdam huius g ꝛ k plus ſũt q̃ duplũ h. ꝛ qꝛ qđ ex a in c et qđ ex d in f ſũt q̃tũ qđ ex b in ſe ꝛ e in ſe ꝑ viceſimãſextã ſcdi erũt ergo eadẽ cũ g ꝛ k maius q̃ quadrata b et e cũ duplo h. maius ergo qđ ex a d in c f q̃ qđ ex b e in ſe. et ideo maior ꝓportio a d ad b e q̃ que eſt b e ad c f ꝑ viceſimãſeptimã ſecũdi. quod eſt ꝓpoſitũ.

Tribus numeris in hac medietate ſumptis: maximi ad minimū et medij ad alterum differentiarū eandem eſſe proportionem impoſſibile eſt. 27



Sint a b c tres nūeri in hac medietate: et differentie eorū d et e. dico īpoſſibile eſſe eandē ꝓportionē a ad c ⁊ b ad d vel b ad e. nam ſi eſſet a ad c ſicut b ad e: ergo ꝑmutatim eſſet a ad b ſicut c ad e. et qꝛ per viceſimā huiꝰ b ad c ſicut d ad e erit ꝑmutati b ad d ſicut c ad e. quare que ꝓportio a ad b ea erit b ad d. ſed a eſt maior d: igitur per quartā ſecūdi b maior d. igitur que ꝓportio a ad b maiorē eius portionē erit b maioris portionis ad minorē. quod per vndecimā quinti eſt īpoſſibile et ꝓpoſitū.

Trium numeroꝝ huius medietatis quo maximi ad minimū maior eſt ꝓportio: eo medij ad quālibet differentiarū ꝓportio minor. 28



Sit hypotheſis vt prius. hoc enī ideo eſt q̄ quāto a ad c maior: tanto differentia b ad c erit maior quare tanto numerus e maior. et ideo ꝓportio b ad e minor. ſimiliter quāto a ad c maior tanto etiam a ad b maior: et quāto a ad b maior tanto d differentia maior. quāto autē d differentia maior tanto b ad ipſam proportio minor. quod eſt propoſitum.

Nūeros quotlibet in geometrica medietate ꝯtinuare: quoꝝ extremoꝝ ꝓportio nō ſit data ꝓportione maior/minoꝝ ꝗ͂ḋo differētia nō ſit dato numero minor. 29

Diuido per ſexageſimānonā noni ꝓportionē datam in ꝓportiones quarū quotlibet ſint equales. et ſi differentia minorū ſit equalis dato numero aut maior: effectum eſt propoſitū. ſi autē minorum differentia ſit dato numero minor: duco datū numerū in quēlibet numerū illarū proportionū. et factum apparebit propoſitum.

Si inter numeros eiuſdē medietatis: ſcd̄m arithmeticā medietatē medij ſtatuantur: illi quoqꝫ in geometrica medietate diſponētur. 30



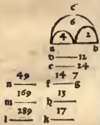
Sint a b c cōtinue in hac medietate diſpoſiti. ſitqꝫ d medius inter a et b: et e inter b et c ſcd̄m arithmeticā medietatē. dico que ꝓportio a ad b: eam eſſe d ad e. nam per decimānonā huius vt a ad d: ita b ad e. igitur permutatim vt a ad b: ita d ad e. quod eſt propoſitū.

Si inter duos numeros medij duo ꝓponantur alter in arithmetica et alter in geometrica medietate: qui eſt ſcd̄m arithmeticā reliquo tanto amplius poteſt q̄ntū eſt quadratum differentie ipſius ad alterutrū extremorum. 31



Ut inter a et d ſint b c duo medij: ſez b in arithmetica medietate/ ⁊ c in geometrica. dico b ampliꝰ tanto poſſe ſup c q̄ntū eſt quadratū differētie b ad a aut b ad d: qd̄ idem eſt. nā p viceſimāprimā huius quod fit ex a in d tm̄ eſt q̄ntū quadratū c. at per tertiā huius quadratū b addit ſup id quod fit ex a in d q̄ntum quadratū differentie a ad b. igiẗ et tm̄ addet ſup quadratū c. quod eſt propoſitum.

Tres numeros in arithmetica medietate reperire: inter quorū binos et binos ſecundū geometricā medietatē medios aſſignare contingat. 32



Sint a et b duo numeri pares: et b aut equalis aut numerans a. et cōpoſitus ex a et b ſit c cuiꝰ duplus ſit d. ducaturqꝫ a in c et ꝓueniat e. qꝛ per primā ſeptimi cōpoſitus ex a et c eſt par: et per duodecimā eiuſdē e eſt par. ergo p ſextā eiuſdē ſi cōpoſitus ille detrahaẗ ab e: relinqueẗ par. ſit ergo par relictus ſ/ et eius medietas g. et cōpoſitus ex g ⁊ c ſit h. itēqꝫ h et a cōponāt k ſintqꝫ l m n quadrati k h g quos dico eſſe nūeros quales querimus. nā per decimāquintā ꝑmi l quadratū k addit ſup m quadratū h: q̄ntū eſt quadratū a. et quod fit ex h bis in a. hoc eſt q̄ntū quadratū a et quod fit ex a in d et f. ⁊ qd̄ fit ex a in ſe et in f minuit ex eo qd̄ fit ex a in e q̄ntū eſt qd̄ fit ex a in c. et quod fit ex a in d eſt q̄ntū qd̄ fit ex b in c. et qꝛ qd̄ ex a et b in c equaẗ ei qd̄ ex c in e: erit quod addit quadratū k ſuper quadratū h tm̄ minus eo qd̄ ex c in e q̄ntū eſt qd̄ fit ex c in a. et ex eodē patere poteſt q̄ quadratū h addit ſup quadratū g q̄ntū qd̄ fit ex c in ſe et in f: quod minus eſt eo qd̄ fit ex c in e q̄ntū eſt quod fit ex c in a. quare quāto l abundat ſuper m tanto m abundat ſuper n. quare quadrati l m n ſunt in arithmetica medietate cōſtituti. et per correlariū quarte ſexti inter l et m eſt vnus medius ꝓportionalis: et ſimiliter inter m ⁊ n. factum eſt ergo propoſitum.

Si ſumptis tribus terminis in arithmetica medietate medij inter illos ſecūdū geometricā medietatē ſtatuātur: inter quadratos illorū quadratū medij aliorū in arithmetica medietate conſtare neceſſe eſt. 33



Sint a b c numeri in arithmetica medietate cōſtituti per ꝓcedentē inuēti inter quos ſint d e ſcd̄m geometricā medietatē. dico quadratū medij b eſſe in arithmetica medietate īter quadrata mediorū d ⁊ e. nā qꝛ quadratū d p viceſimāſextā ſecūdi eſt q̄ntū qd̄ fit ex b in a: ergo per nonā primi quadratū d addet ſup quadratū b q̄ntū qd̄ fit ex b in differētiā ſuā ad a. ⁊ cōſimiliter quadratū b addet ſuper quadratū e q̄ntū qd̄ fit ex b in differentiā ſuā ad c. ſed b ad a et b ad c equalis eſt differētia: igiẗ quadrata numerorū d b e/ ſunt in arithmetica medietate. quod eſt propoſitum.

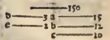
Ordinatis tribus terminis in harmonica medietate: erit maximi ad medium q̄ medij ad minimū maior proportio. 34

¶ Sint a b c tres numeri in harmonica medietate cōſtituti: ſitq; a maximus. dico a ad b maiorē eſſe ꝓportionē q̄ b ad c. Sit eni d differētia a ad b: & e differētia b ad c. erit eni ꝑ diffinitionē d ad e ſicut a ad c. et per nonā ſcdi a ad c maior ꝓportio q̄ a ad b. quare a ad b minor ꝓportio q̄ d ad e totius ſcilz ad totū minor ꝓportio q̄ detracti ad detractū. ergo per decimāquartā ſcdi b ad c reſidui ad reſiduū minor ꝓportio q̄ a ad b totius ad totū. quod eſt ꝓpoſitū.

35 ¶ In eadē medietate duo extremi ꝯiūcti: maius medio duplicato efficient.

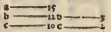
¶ Nam ꝑ ſecūdā ſcdi differētia maiorū eſt maior q̄ differētia minorū. ſumpto ergo numero minore maximo extremo: ū qui addat ſuꝑ mediū q̄tū mediū ſuꝑ minimū: per ſcdam primi ille cum minimo equabitur medio duplicato. igit̄ per cōmunē ſcientiā maximus extremoꝝ qui eo eſt numerus maior cū eodē minimo cōſtituet numerū medio duplicato maiorē. quod eſt ꝓpoſitū.

36 ¶ In eadē medietate qd̄ cōtinetur ſub extremis: eſt q̄tū quadratū medij cū eo qd̄ fit ex differētia in differentiam.



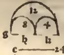
¶ Sint vt prius a b c tres nūeri in hac medietate cōſtituti: et eoꝝ differētie d et e. dico qd̄ fit ex c in a eſſe tantū q̄tū quod fit ex b in ſe cū eo qd̄ fit ex d in e. nā quod fit ex c in a eſt tantū q̄tū qd̄ fit ex c in b et in d per nonā primi: et per viceſimāquintā ſecūdi qd̄ fit ex c in d eſt q̄tū qd̄ fit ex e in a: et qd̄ fit ex e in a q̄tū qd̄ ex e in b & d: et qd̄ ex e et c in b per decimā primi q̄tū qd̄ ex b in c. ergo qd̄ fit ex c in a eſt q̄tū qd̄ b in ſe et e in d. quod ꝓponitur.

37 ¶ In eadē quoq; medietate quod fit ex medio in extremos: duplū eſt eius quod cōtinetur ſub eiſdem.



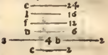
¶ Nā quod fit ex b in a eſt q̄tū qd̄ ex c in a et e in a per decimā primi. et qd̄ ex e in a q̄tū qd̄ ex d in c per viceſimāquintā ſecūdi et ꝑ decimā primi iteꝝ qd̄ ex d in c cū eo qd̄ ex b in c q̄tū quod ex a in c. quare q̄tū quod ex c in a. eſt itaq; quod aſtruitur notum.

38 ¶ Inter vnitatē et aliquē numerū/ ſiue inter numeros in ſua ꝓportiōe minimos: ſcdm harmonicā medietatē nō eſt aſſignare mediū.



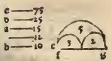
¶ Inter numerū et vnitatē nō aſſignabit̄. nā cū que ꝓportio numeri dati ad vnitatē ea eſſet differētie numeri dati ad mediū ad differentiā medij ad vnitatē. et dr̄ia numeri dati ad mediū minor eſſet numero dato: oporteret medij numeri dati et vnitatis ad vnitatē: minorē eſſe differentiā vnitate. de numeris aūt in ſua ꝓportione minimis idē ſtatim patet. nā cū eadē eſſet differētie ad differentiā que illoꝝ numeroꝝ adinuicē ꝓportio et eoꝝ dr̄ie ſint minores: illi ergo non eſſent in ſua ꝓportione minimi. quod eſt cōtra hypotheſim.

39 ¶ Secundū datā proportionē: muſicā inuenire medietatē.



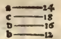
¶ Sint a et b extrema date ꝓportionis/ et c differētia eorū: et cōpoſitus ex eis ſit d. ducātur igit̄ a et b in d et ꝓueniēt e et f/ ſitq; eorū differētia g: quā per nonā primi d numerabit ſcdm c. et q2 d eſt tāq; a et b ergo c ductus in a & in b facit g. et eo qd̄ fit ex c in a qd̄ ſit h: dempto de g remaneat k/ quē ꝓducet b in c. ſumat̄ ergo l medius inter e et f cuius dr̄ia ad e ſit h: certū eſt differentiā eius ad f eſſe k. et quia per ſeptimā ſcdi h ad k tanq̄ a ad b/ et per octauā eiuſdē etiā e ad f tanq̄ a ad b: cōſtat ergo per diffinitionē factū eſſe propoſitū.

40 ¶ Terminis extremis ꝓpoſitis: mediū īter eos ſcdz harmonicā medietatē reꝑire.



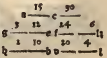
¶ Sint a et b extremi harmonice medietatis quoꝝ iubear mediū inuenire. capio eorū differētiā q̄ ſit c: et cōpoſitū ex ipſis qui ſit d. deinde duco a in c & ꝓueniat e qui diuidat̄ ꝑ d: et diuidēs ſit f. eritq; ꝑ cōuerſam viceſimequinte ſecūdi que ꝓportio d ad a eadē c ad f. dempto ergo f de c remaneat g. eritq; f ad g ſicut a ad b. qd̄ oſtendo. nā q2 ſicut d ad a: ita c ad f. ergo ꝑmutatim d ad c totus ad totū vt a ad f detractus ad detractū. quare iteꝝ vt a ad f: ita b ad g reſiduus ad reſiduū. ergo ꝑmutatim a ad b ſicut f ad g. ſumo igitur inter a & b mediū numerū cui⁹ differētia ad a ſit f. et q2 relinquet differētia ei⁹ ad b eſſe g: per diffinitionē cōſtat factū eſſe propoſitū.

41 ¶ Si inter duos numeros duo ſtatuant̄ medij/ alter ſcdm Arithmeticā et alter ſecundū harmonicā medietatē: qui ſcdm Arithmeticā maior eſt et que maximi ad ipſum eadē alterius ad minimū ꝓportio.



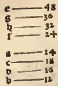
¶ Sint extremi a b/ & medius ſm arithmeticā medietatē c: & ſm harmonicā d/ dico c eſſe maiorē d: et eā eſſe ꝓportionē a ad c q̄ d ad b. q2 aūt c maior ſit d: ſtatim pz. q2 ꝑ diffinitionē ea ſit ꝓportio dr̄ie a ad d ad dr̄iam d ad b q̄ a ad b. ſed dr̄ia a ad c et c ad b equantur: ergo maior erit dr̄ia a ad d q̄ a ad c. et q2 ea ſit ꝓportio a ad c q̄ d ad b patet. nā ꝑ quintā huius c eſt medietas a et b ſimul iunctorū & ꝑ triceſimāſeptimā huius qd̄ ex d in a et in b ꝓducit̄ duplū eſt ad id qd̄ fit ex a in b: igit̄ qd̄ fit ex d in c dimidiū per ſcdam primi a et b: equabit̄ ei qd̄ fit ex a in b. igit̄ ꝑ viceſimāquintā ſcdi a c d b ſunt ꝓportionales vt dicitur. quod eſt propoſitū.

42 ¶ Si inter numeros ꝓportionales medij ſcdm harmonicā medietatē ſtatuātur: extremorū ad illos erit proportio vna.



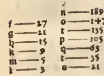
¶ Sit ꝓportio a ad b ſicut c ad d/ & ſit e medius harmonice inter a & b/ & ſimiliter f medius īter c & d: dico a ad e ſicut c ad f. Sint eni dr̄ie g h et k l. q2 que ꝓportio a ad b: ea eſt c ad d. et q̄ a ad b: ea eſt g ad h. et q̄ c ad d: ea eſt k ad l. idcirco erit g ad k: vt h ad l. q̄re ꝑmutati g ad h. vt k ad l. q̄re ꝑ viceſimā

ſecũdi g h ad k l ſicut g ad k. et iterũ q2 pmutatim a ad c ſicut b ad d: erit per idẽ a ad c ſicut g h ad k l quare ſicut g ad k. et q2 a et c ſunt tota et g et k detracta: erit ergo e ad f reſiduus ad reſiduũ p quintam ſcdj vt a ad c totus ad totũ. quare pmutati a ad c ſicut e ad f. quod eſt ꝓpoſitũ.



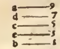
¶ Si inter duos numeros aliȷ duo medij ꝓportionaliter ſumanẽ / ſumaturq́ꝫ maior ſcdm arithmeticã medietatẽ: ſumeẽ minor ſcdm harmonicã. q̄ ſi minor ſcdm harmonicã: maior ſcdm Arithmeticã ſumetur. 43

¶ Sit eni a ad c ſicut d ad b / et c maior ſit medius ſcdm Arithmeticã medietatẽ inter a et b. dico d eſſe mediũ ſcdm harmonicã medietatẽ inter a et b. et ꝯuertiẽ. Sumo eni p quadrageſimãprimã hu' et h ſm harmonicã et f q̄ ſint in ꝓportiõe a ad b. inter quos ſit g ſm Arithmeticã medietatẽ medius / et h ſm harmonicã. q2 igiẽ p quadrageſimãpmã e ad g ſicut h ad f: et p decimãnonã huius e ad g ſicut a ad c. quare eã. q2 igiẽ p quadrageſimãpmã e ad g ſicut h ad f: et p decimãnonã huius e ad g ſicut a ad c. quare eũ d ad b vt a ad c: et h ad f vt e ad g. erit ergo b ad f vt d ad b. ſed et q2 h eſt medius harmonicus ad quẽ f extremũ habet eã ꝓportionẽ q̄ b ad d: facile per p̄cedentẽ inuenies d eſſe in harmonica medietate inter a et b. cõuerſum aũt facile ꝓbabis per q̄drageſimãprimã huius oſtendẽdo mediũ Arithmeticẽ medietatis quẽcũq́ꝫ inuentũ: eſſe equalẽ c maiori.

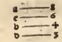


¶ Numeros quotlibet i Arithmetica medietate ꝯtinuare: inter quoꝝ binos et binos ſcdm harmonicã medietatẽ poſſint aſſignari medij. 44

¶ Ut ſi iubear cõtinuare tres nũeros in Arithmetica medietate inter quorũ binos et binos poſſint aſſignari in harmonica medietate medij: capio a b c totidẽ numeros in Arithmetica medietate cõſtitutos / quoꝝ dĩa ſit par: et inter illos ſumãtur medij in eadẽ medietate qui ſint d et e. et multiplicenẽ oẽs per e. et ꝓueniãt f / g / h / k / l qui p decimãſeptimã hui' erũt in arithmetica medietate. ducaturq́ꝫ iterũ c in b et fiat m. et q2 per ſeptimã ſcdi que ꝓportio c ad e ea eſt h ad k. et per octauã eiuſdẽ iterũ que c ad e ea eſt m ad l / et inter h et l numerus k maior eſt in Arithmetica medietate medius: igitur per p̄cedentẽ m eſt medius inter h et l in harmonica medietate. multiplicẽtur itẽ oẽs hi per d: et ꝓueniant n / o / p / q / r / s et erũt vt prius n / o / p / q / s in Arithmetica medietate: et r inter p et o in harmonica medietate. ducatur itẽ a in h et ꝓueniat t: et eadẽ ratione qua prius monſtrabis ipm eſſe mediũ in harmonica medietate per p̄cedentẽ inter n et p. ſicq́ꝫ erunt cõtinuati vt ꝓpoſitum eſt in Arithmetica medietate numeri / faciliq́ꝫ apparebit ꝓpoſitũ. ¶ Et ſi de pluribus ageretur: quoties erit apponendus medius harmonicus / toties faciẽda erit modo p̄dicto multiplicatio.

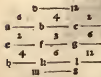


¶ Duobus numeris ad alios duos ꝓportionalib9: vtroꝛũq́ꝫ alterũ inter reliquos mediũ eſſe in harmonica medietate eſt impoſſibile. 45



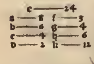
¶ Ut ſit a ad b ſicut c ad d: dico c nõ eſſe mediũ ſm medietatẽ harmonicã inter a et b / neq́ꝫ b inter c et d. ſi eni poſſibile ſit: eſto ergo c in harmonica medietate inter a et b / et b inter c et d. q2 eni a ad b ſicut c ad d. et inter a et b et c et d nũeros quidẽ ꝓportionales: cõſtituũtur c et b medij ſm medietatem harmonicã. igiẽ per quadrageſimãſcdam huius erit ꝓportio a ad c ſicut c ad d maximi ſcꝫ ad mediũ que medij ad minimũ. quod per triceſimãquartã huius eſt impoſſibile et ꝓpoſitum.

¶ Si tres numeri in Arithmetica medietate ſumpti aliquẽ numerũ numerent: ſi hi ſcdm quos eũ numerãt in ordine harmonice medietatis inueniẽtur. 46



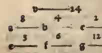
¶ Sint a b c in medietate Arithmetica ſumpti: numerẽtq́ꝫ d ſm e f g. dico e f g eſſe i harmonica medietate ordinatos. Sint eni tres dupli eorũ h k l qui et iidẽ erũt vt patebit in harmonica medietate et ſit m inter h et l in Arithmetica medietate medius. q2 eni a in e et c in g cõſtituũt d: ergo per viceſimãquintã ſcdi que ꝓportio a ad c ea eſt g ad e: et que g ad e per quintã ſecũdi ea eſt l ad h. ſed p deciſmãnonã huius l ad m ſicut a ad b / et q2 per eandẽ viceſimãquintã ſecũdi a ad b ſicut f ad e: erit ob hoc l ad m ſicut k ad h. ſed per q̄drageſimãtertiã hui' k eſt medius harmonice inter l et h: igitur et f harmonice medius inter g et e. quod eſt propoſitum.

¶ Numeros quatuor perſcrutari: quoꝝ ſecũdus īter primũ et tertiũ / et tertius inter ſecundũ et quartũ in harmonica medietate cõſtituatur. 47



¶ Sint a b c d quatuor nũeri in Arithmetica medietate cõſtituti q̄ numerent eundẽ numerũ e ſm f / g / h / k. dico f g h k eſſe quatuor nũeros quorũ g ſecũdus eſt in harmonica medietate inter f et h primũ et tertiũ. et h tertius itidẽ eſſe in harmonica medietate inter g et k ſcdm et quartũ. nam q2 tres nũeri a b c in Arithmetica medietate cõſtituti numerãt e ſm f / g / h: ergo per p̄cedentẽ f / g / h ſunt in harmonica medietate. et per idẽ q2 b / c / d tres aliȷ Arithmetice medietatis numerant eundem e ſm g / h / k. ergo g h k ſunt in harmonica medietate. eſt igitur vt ꝓponebatur g medius harmonice inter f et h: et h itidẽ medius harmonice inter g et k. quod eſt propoſitũ.

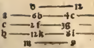
¶ Si tres numeri geometrice medietatis aliquẽ numerũ numerẽt: et illos ſcdm quos numerãt in eadẽ inueniri neceſſe eſt. 48



¶ Ut ſint a b c in geometrica medietate cõſtituti q̄ numerẽt d ſm e / f / g: dico g / f / e in eadẽ ꝓportiõe reperiri. nã per viceſimãquintã ſcdi vt a ad b ita f ad e: et per eandẽ vt b ad c ita g ad f. quare erit e ad f vt f ad g: et f in geometrica medietate medius. quod eſt propoſitũ.

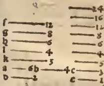
¶ Si tres numeri muſice medietatis aliquẽ numerent: illi ſcdm quos eum numerãt in Arithmetica medietate diſponentur. 49

¶ Hec eſt cōuerſa quadrageſimeſexte. ſint ergo a b c in harmonica medietate diſpoſiti qui numerēt d ſm e f g. dico e f g eſſe in Arithmetica medietate cōſtitutos. Sumo h k l duplos ad a b c qui ſiliter erūt i harmonica medietate et m mediū ſm arithmeticā medietatē inter h et l. eritq̄ ꝑ q̄dragesimā-primā hui⁹ h ad m ſicut k ad l. q̄re ſicut g ad f adiuuāte viceſimi quīta ſcḋi. ſed et ꝑ eandē viceſimā-quintā ſcḋi cognoſcet g ad c ſicut h ad l. ſed h ad m mediū: ſicut g ad f ſuū mediū et m ad l vt l ad c. igit̄ ꝑ decimānonā huius f medius erit in medietate Arithmetica iter g et e. quod eſt ꝓpoſitū.



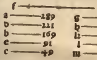
50 ¶ Quotlibet numeros in geometrica medietate ſcḋm datā ꝓportionē ꝯtinuare: inter quoꝝ ſingulos ſcḋm harmonicā medietatē medios aſſignare ſit poſſibile.

¶ Per triceſimānonā huius ſumātur ſm datā ꝓportionē a / b / c tres numeri in harmonica medietate: et ſint d e termini ꝓportionis a ad c. et ducat̄ d in oēs illos et ꝓueniāt f g h qui per ſeptimā ſecūdi erūt in eadē medietate ꝙ per correlariū eiuſdē ſeptime differētie f ad g et g ad h ſint eque multiplices ad d e. ducaturq̄ e in c et ꝓueniat k. eritq̄ per octauā ſcḋi f ad h ſicut h ad k. Itē ducatur e in b et ꝓueniat l. eritq̄ l ad k ſicut b ad c. quare l harmonice medius inter h et k. ſicq̄ habes duos ſm datā ꝓportionē geometrice cōtinuatos: inter quos et duo medij harmonice medietatis ſunt inuenti. Q̄ ſi plures deſideras duc d in oēs inuētos ⁊ e i duos extremos et habebis tres i medietate geometrica cōtinuatos ⁊ inter binoꝝ ſingulos ea ratione qua prius medios in harmonica medietate ſumptos ⁊ hoc quoq̄ pacto quotquot voles inuenies.



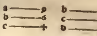
51 ¶ Tres numeros in harmonica medietate diſponere: ita vt inter binos ⁊ binos medij ſcḋm medietatē geometricā cōſiſtant.

¶ Scḋm exigentiā triceſimeſcḋe hui⁹ inueniātur a b c tres numeri in arithmetica medietate cōſtituti: inter quos ſint d et e in geometrica medietate. et ſit f nūerus quē oēs nūerāt: numerētq̄ eū ſm g h k l m. et patet ꝑ q̄dragesimāſextā huius g / k / m eſſe i harmonica medietate: ſed et ꝑ q̄dragesimaoctauā hui⁹ h inter g et k: et l inter k et m erūt in geometrica medietate. ſicq̄ patet effectū ꝓpoſitū.



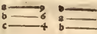
52 ¶ Primam reſiduarū medietatum: in numeris conſtituere.

¶ Hec a geometrica ſumit̄. Et ſint a b c in geometrica medietate ita tamē vt c minim⁹ ſit maior q̄ dr̄ia maiorū. ſubſtrahat̄ igitur dr̄ia maioꝝ ab c minimo / ⁊ reſiduū ſit d. dico b c d eſſe in hac pma collateraliū medietatū ꝯſtitutos. nā q̄ a b c ſunt in geometrica medietate cōſtituti: ideo q̄ ꝓportio a ad b: ea eſt per viceſimā hui⁹ dr̄ie maiorū ad dr̄iam minorū. ſed dr̄ia a ad b eſt eadē differētie c ad d. igit̄ differētia c ad d minoꝝ ad differentiā b ad c maiorū ſicut a ad b. quare ſicut b ad c maximi ad mediū. per diffinitionem itaq̄ʒ patet propoſitum.



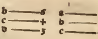
53 ¶ Secunde inuentionē declarare.

¶ Sint vt prius a b c in geometrica medietate quoꝝ differentiā minoꝝ addo ad a: ⁊ compoſitū ſit d. dico d ad b eſſe in ſcḋa reliquarū medietate. nā ꝑ viceſimā hui⁹ que ꝓportio a ad b ea erit dr̄ie maiorū ad differentiā minorū nūerorū in geometrica medietate cōſtitutoꝝ. ⁊ eadē eſt ꝓportio differētie a ad b ad differentiā a ad d: igit̄ per diffinitionē cōcluditur ꝓpoſitū.



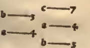
54 ¶ Tertiā earundē in numeris aſſignare.

¶ Hec etiā habet̄ ꝑ geometricā medietatē. ſit ergo p̄cedentiū hypotheſis ⁊ maioꝝ differētia demat̄ ab b medio: ſitq̄ʒ reſiduū d. dico b / c / d eſſe in tertia medietate. nā que dr̄ia a ad b: ea eſt b ad d. igitur que ꝓportio differētie a ad b ad dr̄iam b ad c ea eſt differētie c ad d ad differentiā b ad c. quare q̄ ꝓportio b maximi ad c mediū: ea eſt differētie b ad d extremoꝝ ad dr̄iam b ad c maiorū. cōſtat igitur per diffinitionē b c d eſſe in ꝓpoſita medietate. quod eſt ꝓpoſitū.



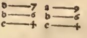
55 ¶ Quartam in terminis manifeſtare.

¶ Sint a b q̄libet duo nūeri: et ꝓpoſitus ex ipſis ſit c. dico c / a / b eſſe tres terminos i hac q̄rta medietate datos. q̄ eni dr̄ia c et b extremoꝝ: eſt a. ⁊ dr̄ia c a maioꝝ: eſt b. ergo q̄ ꝓportio a ad b medij ad minimū: ea erit dr̄ie extremoꝝ ad dr̄iam maiorū. per diffinitionē itaq̄ʒ cōſtat factū eſſe ꝓpoſitū.



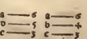
56 ¶ Quinte demonſtrationē explicare.

¶ Hec a geometrica medietate elicit̄. Sint igitur vt pri⁹ a b c tres nūeri in geometrica medietate quorū c minimo addo dr̄iam maiorū: ⁊ cōpoſitus ſit d. dico d b c eſſe in ꝓpoſita medietate. nā differentia d c extremoꝝ eſt dr̄ia a ad b: igit̄ adiuuāte viceſima hui⁹ que ꝓportio b ad c medij ad minimū: ea erit dr̄ie d ad c extremoꝝ ad dr̄iam b ad c minoꝝ. Itaq̄ʒ per diffinitionē demōſtratū eſt ꝓpoſitū.



57 ¶ Sextam ſub exemplo demonſtrare.

¶ Hec ex harmonica cognoſci poteſt. Sint a b c in harmonica medietate: ꝑ diffinitionē que ꝓportio a ad c ea eſt dr̄ie maioꝝ ad dr̄iam minoꝝ. capio numerū d inter a et c: cuius dr̄ia ſit ad a q̄ b ad c. erūt itaq̄ʒ trāſmutate dr̄ie. q̄ que dr̄ia a ad b maiorū: ea eſt d ad c minoꝝ. et q̄ b ad c minoꝝ: ea erit a ad d maioꝝ. dico itaq̄ʒ a d c eſſe qui petūtur. nā que ꝓportio a ad c extremoꝝ ea eſt dr̄ie d c minoꝝ ad differentiā a d maioꝝ. ꝑ diffinitionē igit̄ patet effectū eſſe ꝓpoſitū. Quod ſi capite ſcḋi ſue Arithmetices diuus Seuerinus teſtat̄ huic medietati quā ſuo ordine quartā ponit ꝓpriū eſſe vt qḋ continet̄ ſub maiore termino et medio duplū ſit ei qḋ cōtinet̄ ſub medio et paruiſſimo: hoc indubitatū eſt ꝑ ſeptimā ſecūdi quoties maximi ad minimū eſt habitudo dupla / alioqui per eandē nō teneat ſed per eandē



ſemper que ꝓportio maximi ad minimũ ea erit eius quod cõtinetur ſub maximo et medio ad id qđ cõtinetur ſub medio et minimo/ imo id omni medietati cõmune eſt.

¶ Septime terminos inueſtigare. 58

a—9 a—9
d—7 b—6
b—6 c—4

¶ Hec ex geometrica. Sint a b c tres numeri in geometrica medietate: ab a maximo eorũ ſubſtraho differentiã minorũ et ſit reſiduũ d. et patebit vt prius que ꝓportio a ad b maximi ad minimũ: eã eſſe differẽtie extremorũ ad dñam maiorũ. quare per diffinitionẽ cõſtabit ꝓpoſitũ.

¶ Octauam demũ reſtat explanare. 59

a—9 a—9
d—8 b—6
b—6 c—4

¶ Hec etiã ex geometrica. Sint ſepius dati numeri a/b/c in geometrica medietate: et minorũ differentia addatur medio: hacq̃ cõpoſitus d. dico a d b eſſe in hac vltima medietate. nã que ꝓportio a ad b maximi ad minimũ: ea eſt adiuuãte viceſima huius differẽtia a ad b extremorũ ad dñam d b minorũ. nã equatur differẽtie b ad c. igitur per diffinitionẽ a/d/b ſunt in hac medietate. ſicq̃ cõſtant octo collaterales medietates monſtrate.

¶ Triũ numerorũ maximi ad mediũ/ atq̃ differentie maximi ad minimũ ad differentiã medij ad ipſum: eandẽ eſſe ꝓportionẽ impoſſibile eſt. 60

a—8 d—6
b—4
c—2 e—2

¶ Sint a/b/c tres diuerſi numeri quicunq̃: quorũ a ſit maximus/ b medius et c minimus: et dña a ad c ſit d. et differẽtia b ad c ſit e. dico impoſſibile eſſe eandẽ ꝓportionẽ a ad b maximi ad mediũ q̃ d ad e differẽtie maximi ꝛ minimi ad dñam medij ad minimũ: nã ſi ea ꝓportio ſit a ad b que d ad e totius ſcz ad totũ que detracti ad detractũ: erit c reſiduũ ad c reſiduũ/ que a ad b totius ad totũ. eſt enim c vtriuſq̃ reſiduũ. quare a et b idẽ ſunt numerus atq̃ equales. quod eſt cõtra hypotheſim.

¶ Si inter duos nũeros ſumãtur tres medij: vnus ſcđm arithmeticã medietatẽ et vnus ſcđm geometricã/ et tertius ſcđm harmonicã: Arithmeticũ maximũ/ et harmonicũ minimũ/ atq̃ inter illos geometricũ mediũ eſſe ꝓportiõaliter eſt neceſſe. 61

a—20 d—40
h—25
g—20
b—8 e—16
c—5 f—10

¶ Sit a ad c ꝓportio quecũq̃ que poteſt in duo equa diuidi. vt exẽpli cauſa quadrupla inter cuius extrema p triceſimãnonã huius ſit inuentus b in harmonica medietate duplo a b et c et ꝓueniãt d/e/f q̃ cõſimiliter erũt in eadẽ medietate: et q2 p ſeptimã ſcđi d ad f vt a ad c ꝛ a ad c poſita eſt partibilis i duas equas ꝓportiones: partietur etiã d ad f in equas. diuidatur igitur per g. erit igitur d ad g vt g ad f. quare g p diffinitionẽ medius eſt geometricus inter d et f. et q2 f et d ſunt pares: ꝓpoſitorũ ſimul iũctorũ capio medietatẽ que ſit h que per quintã huius eſt in Arithmetica medietate inter d et f. habemus igitur inter duos numeros d et f tres medios h g e ſcz h in Arithmetica medietate/ g in geometrica/ et e in harmonica demõſtratos. quod ſupponebat ꝓpoſitio. dico igitur d eſſe maximũ mediorũ: et e minimũ: ꝛ g mediũ ꝓportionaliter atq̃ geometricũ inter h et e. nã q2 h eſt medius inter d et f ſcđm Arithmeticam medietatẽ et e ſcđm harmonicã: ergo per quadrageſimãprimã huius h maior eſt q̃ e. et que ꝓportio d ad h ea eſt e ad f. igitur per viceſimaquintã ſcđi quod fit ex d in f: equũ eſt ei qđ fit ex h in e. ſed q2 g eſt medius ꝓportionalis inter d et f: igitur per viceſimãſextã eiuſdẽ qđ fit ex d in f: equũ eſt ei qđ fit ex g in ſe. quare quod fit ex g in ſe tantũ eſt q̃tum quod ex h in e. igitur per ſcđam partẽ eiuſdem viceſimeſexte ſcđi h g e ſunt ꝓportionales. quare h erit maximus: g medius ꝓportionalis. et e minimus. quod intendebat propoſitio.

¶ Duos numeros quorũ ꝓportio nõ ſit data ꝓportione maior/ inueſtigare: inter quos ſcđm tres dictas medietates medios aſſignare ſit poſſibile. 62

¶ Datam ꝓportionẽ quãcunq̃ diuidamus per ſexageſimãnonã noni in quotlibet ꝓportiones quarũ due ſunt equales: que cõpoſite nõ ſint data ꝓportione maior: ſcđm igitur illã ꝓportionẽ cõpoſitã quero medium harmonicũ ſcđm exigentiã triceſimenone huius et oĩno cõſimiliter operãdo vt in principio ꝓcedẽtis factũ eſt inueniã tres medios modo qui in precedẽti dictus eſt inter duos numeros quorũ ꝓportio nõ erit data ꝓportione maior. ſicq̃ conſtabit propoſitũ.

¶ Decimi elementorum Arithmetices Jordani finis.

¶Jacobi Fabri Stapulenſis elemēta muſicalia ad clariſſimū virū Nicolaū de Haqueuille inquiſitoriuni Preſidentem.

DEcreuerā clariſſime vir nulli meas elementorū muſicaliū queleſcunqꝫ ſunt/ prius dicare vigilias: ꝙ probatas cognouiſſem. Quis id me minime lateret/ demonſtrationes/ in quibus vel ſolis vis ſcientie conſiſtit: non probari non potuiſſe. Verū ſi preſentium iudicia parui ducis/ reputaſqꝫ: hi tibi et antiquis ſummopere muſicos commendare labores iure valebunt.

Mercurius	Tamyras	Ptolemeus
Orpheus	Hiſmenias Thebanꝰ	Eubolides
Pythagoras Samius	Terpander Leſbius	Hippaſus
Amphion Thebanus	Lycaon Samius	Ariſtoxenus
Linus	Prophraſtꝰ Periotes	Philolaus Pythagoricus
Arion Leſbius	Eſtiacus Colophoniꝰ	Architas Tarentinus
Mydas Phrygius	Timotheus Mileſiꝰ	Albinus
Corebus Lydius	Nicomachus	Diuꝰ Seuerinus Boetius
Hyagnis Phryx	Plato	
Marſias	Ariſtoteles	

Et ſimiliū ꝙplurimi: quos oēs eterna memoria diſciplinarū eblāditiſſima Muſica reddidit inſignes. inter quos/ duos preceptores meos Jacobū Labiniū ⁊ Jacobū Turbeliuū annūero: tāꝙ ea arte poſteritati victuros. Cōmēdāt ⁊ eā mirifici eiꝰ effectꝰ. Pythagorici eni: aiorū ferociā tibijs. fidibuſqꝫ emolliebāt. Eſclepiades fremētis vulgi ſeditiones/ crebro cātu cōpeſcuit. Idēqꝫ tuba ſurdis medebatur. Damon Pythagoricus ebrios ⁊ ꝓide petulātes adoleſcētes/ grauioribꝰ modulis ad tēperantiā reduxit. Febrē ⁊ vulnera: muſica modulatione curauit antiqtas. Eadē quoqꝫ ſuauitate ſchias/ coxendicūqꝫ dolores emēdauit: qd Hiſmenias Thebanꝰ tētaſſe memorat. Theophraſtus ad animi ꝑturbatiōes moderādas: muſicos adhibuiſſe memorat modulos. Nec iiuria qdē. ē eni muſica: vt qdā moderatiōis lex atqꝫ regla. Quāobrē bono iure eos ridebat Diogenes muſicos: q cū citharaꝫ ad harmonicos ꝯſenſꝰ haberēt tēperatā/ animū gererent incompoſitū et prorſus harmonia vite deſtitutū. Xenocrates organicis modulis/ lymphaticos liberauit. Tales Cretēſis ſuauitate cithare: morbos/ peſtilentiāqꝫ fugauit. Terpāder et Ariō/ Jones ⁊ Leſbios cātu a grauiſſimis morbis leuaſſe: diuꝰ Seuerinꝰ autor ē. Herophilus medicus egrorū venas: muſicis penſiculabat numeris.

Timotheus aūt muſicus dū voluit efferatū reddidit Alexandrū/ ad armaqꝫ furētē: atqꝫ aliter cū libuit/ ab armis ad cōuiuia retraxit emollitū. Thraciꝰ Orpheus ferarū ſenſus fidibus/ cātuqꝫ inflexit. hoc eſt ferinos holm mores leges ad citharā canēdo ad moderatā humanitatē reduxit. Cerui fiſtulis capiūtur: ſtudioqꝫ modulationū detinentur. Cygni hyperborei: cithare cātibus alliciūtur. Elephātes indi: organica dulcedie permulcētur. Auicule: fiſtulis irretiunt. Teneros adhuc infātiū ſenſus: permouēt cātus/ crepitaculaqꝫ vagientiū ſedāt. Delphinos: ſuis ſibi fidibus conciliauit Arion. Serpētes: cātibus rūpunt. Sepultorū manes: cātibꝰ excitant. In actiaco littore mare citharā perſonare memoratur. Megaris citharā perſonat ſaxū: ⁊ ad cuiuſlibet pulſātis ictū fidicinat. Et poſſē pleraqꝫ talia vir clariſſime ad muſicā cōmēdationē adducere. at tot/ tātiſqꝫ et recentiū ⁊ priſcorū cōmēdatā authoritatibus: tibi nūc ab me atqꝫ bonarū litterarū ſtudijs dicatā diſciplinā/ equo ſuſcipias animo tuis auſpicijs lucē habiturā. Et me vnū inter tuos cliētulos tuarū virtutū/ tuiqꝫ nominis obſeruatorē eſſe cognoſcito. Vale.

¶ Jacobus Stapulenſis Jacobo Labinio et Jacobo Turbelino Muſicis: ſuis chariſſimis p̄ceptoribus.

Quod inter oratorē atq; rhetora: id inter cantorem et muſicum intereſſe volūt. neq; oratorē quemꝙ dici mereri: qui idē rhetor non ſit. ita veſtrum ſemper iudicium fuit: vt ne cantor quidem dici mereatur vnꝙ/ qui idē muſicus nō fuerit/ pulchre mimos/ et hiſtriones a cantorum honeſto cetu ſequeſtrantes tanꝙ Epicureos a ſobria menſa/ caſtoq; philoſophorū dogmate. nec iniuria/ nam Homerus diuinus poeta vbiq; doctum et ſeria modulatum introducit cantorem: vt apud Odyſſeam vbi Penelopen Phemium fidicinem ad neruos verba mouentem his verbis allocutam effingit.

Preterea illachrimans diuum eſt affata canentem.
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus
Facta hominum atq; deum: et que laudē authoribus addunt.
Ex ijs pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales eſſe dubito/ vt qui dudū a vobis prima muſices rudimenta perceperim. Quapropter ad vos noſtros labores examinandos cōmitto. quos eo libentius me ſuſcepiſſe fateor: quo muſicalē ſcientiā neq; apud grecos neq; latinos quidē vnꝙ elementis traditam eſſe legerim/ at introductiones ꝙplurimas. inter quas ea omniū nobiliſſima eſt/ quā diuus Seuerinus Boetius ſui monumentum reliquit: quē vnū in hac re preſertim delegi meorum ſtudiorū ducem. Si ergo ꝓbaueritis: ſatis michi eſt. In re enim noſtra malumus aliorū iudicia ſequi: ꝙ propria probare. Valete.

Antiqui qui de muſica ſcripſerunt.		Inſignes ex recentioribus qui de eadem ſcripſere.
Democritus	Plato	Albinus
Heraclides Ponticus	Ariſtoteles	Diuus Seuerinus
Timotheus Mileſius	Theophraſtus	Baſilius
Philolaus Pythagoricus	Nicomachus	Hilarius
Architas Tarentinus	Ariſtoxenus	Auguſtinus
Duo Theodori	Ptolomeus	Ambroſius
Xanthus Athenienſis		Gelaſius.

Argumentum quattuor librorū muſices.

¶ Primus liber interualla muſicis modulationibus accōmoda diſcutit. multiplex: duplare/ triplare/ quadruplare. ſuperparticulare: ſeſqualterū/ ſeſquitertiū/ ſeſquioctauū/ bis ſeſquioctauū/ ter ſeſquioctauū/ quater ſeſquioctauum/ quinquies et ſexies ſeſquioctauum.
¶ Secūdus: de tono/ integro toni dimidio/ ſemitonio minore/ ſemitonio maiore/ cōmate/ ſchiſmate/ atq; diaſchiſmate.
¶ Tertius: de ſeſq̄tono/ ditono/ diateſſaron/ diapēte/ diapēte ⁊ tono/ diapaſon/ diapaſon ⁊ triſemitonio/ diapaſon ⁊ ditono/ diapaſon ⁊ diateſſarō/ diapaſon ⁊ diapēte/ diapaſon diapēte ⁊ tono/ diſdiapaſon/ ac integro toni ⁊ cōſonantiarū oim dimidio. Et de maximarū harmoniarū cōſonātijs/ et quarūdam medietatū.
¶ Quartus de monochordo/ tetrachordo/ pētachordo/ heptachordo/ octochordo/ pētadecachordo/ diatonicis/ chromaticis/ enarmonicis melodijs. Et de melodiarum modis. et hec ſub breuitate contracta: argumentū libri ſunto.

¶ Jacobi Fabri Stapulenſis elemētorum muſicalium ad clariſſimum virum Nicolaum de Haqueuille Preſidentem Pariſienſem liber primus.

INteruallum: eſt ſoni grauis/ acutiqꝫ ſpaciorū habitudo.
Spaciū vocamus neruū/ chordam/ expiratum aerem/ ⁊ quicquid ſimile eſt: a quo ſonum elicimus.
Multiplex interuallum: eſt quoties maius ſpacium continet minus pluries. vt bis: ⁊ duplex interuallum dicitur. vt tertio: ⁊ dicitur triplex. vt quarto: ⁊ quadruplex nuncupatur. ⁊ hoc pacto deinceps.
Interuallum ſuperparticulare: eſt cum maius continet minus/ ⁊ partem eius aliquam.
Pars: eſt que metitur totum/ ipſum aliquoties ſumpta reſtituens.
Si maius cōtinet minus ⁊ eiuſdem dimidiū: ſeſqualterū nominatur interuallū.
Si maius continet minus ⁊ minoris partem tertiā: dicitur ſeſquitertium.
Si vero continet minus ⁊ eiuſdem minoris partē octauam: epogdoū/ ſeſquioctauumqꝫ nominatur. Et ita reliqua ſuperparticularia interualla/ perfacile eſt diffinire: ſed parum muſico conducunt propoſito.
Superpatiens autem diceretur interuallum: ſi maius contineret minus ⁊ minoris partes aliquot/ que partem vnam non efficiunt.
Numeri ſunt adinuicem primi: quos ſola metitur vnitas.

Dignitates.

1 QUicquid metitur alterum: metitur ⁊ omne menſuratum ab illo.
2 Compoſitum: in ea reſoluitur ſimplicia/ ex quibus componitur.
3 Cuiuſlibet numeri pars: eſt vnitas/ ab eo denominata.
4 Unitas in quemcūqꝫ numerum ducta: ipſum producit.
5 Quicquid metitur detractum ⁊ reſiduum: metitur ⁊ totum.
6 Quecunqꝫ vni ⁊ eidem equa ſunt: ⁊ ea inter ſe ſunt equa.
7 Et que inter ſe ſunt equa: eiuſdem ſunt eque multiplicia aut ſubmultiplicia.
8 Eorum quorum tota ſunt equa: ⁊ dimidia ſunt equa.
9 Quicquid bis auctum aliquid trāſcendit: id vltra illius dimidiū eſſe neceſſe eſt.
10 Et quod duplicatum non implet integrum: id profecto non cōtinet dimidium.
11 Omne totum eſt maius ſua parte.

¶ Petitiones.

1 Data equali chorda: que ſpacij ad ſpaciū proportio eſt/ eā eſſe ⁊ ſoni ad ſonum.
2 Inter numeros ſola vnitate diſtantes: nullum intercipi poſſe medium.
3 Spacium quodlibet: in quotlibet equas partes diuidere.
4 Totum ad ſuam partem/ ⁊ laxius ad ſe tenſum: grauiorē ſonum edere.
5 Omnem proportionē eſſe tanꝙ numeri ad numerum.
6 Si numer⁹ numerū datū multiplicet/ idēqꝫ ꝓductū diuidat: nūerū datū redire.
7 Si numerum datum numerus diuidat/ ⁊ quod prouenit rurſus multiplicet: numerum datum redire.
8 Extremorū ꝓportionē: ex mediorū ꝓportionibus vt ſuis partibus/ eſſe cōpoſitā.
Extremi ordinatarū ꝓportionū: maximus/ minimuſqꝫ terminus intelligūtur.

¶ Scientia ſubalternata qualis ad arithmeticam muſica eſt: principijs ⁊ demōſtratis ſcientie prioris ſubalternantiſqꝫ vtitur. at ſtuduimus vt ꝙ fieri poteſt rariſſime id in hac diſciplina fiat. verū plerumqꝫ vbi oportunum videbitur/ a lio ꝙ in arithmeticis factum eſt vtemur demonſtrandi modo: quo ſingula magis ex proprijs facta videantur. Quis arithmetico ſuffragio atqꝫ ijs que in arithmeticis monſtrata ſunt: eadem promptius faciliuſqꝫ fierent. attamen quando id fiet ⁊ quando non: ſequētibus demonſtrationibus cuilibet perqꝫ perſpicuum euadere poterit.

¶ Si iteruallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplica= 1
tione interuallum multiplex eſt.

d	e	c	
16	8	4	Multiplex ex duplatione.
4	2		Multiplex interuallum.
A	B		

¶ Interuallū binario multiplicare: eſt interualli habitudinē duplare / que quo pacto duplāda ſit du= dum tertia propoſitione quinti arithmetices notū eſſe poteſt. vt ſi a b ſit interuallū quodcunqꝫ quod binario multiplicare iubeamur: ipſum per tertiam quinti multiplicabimus ſi ducimus a in ſe ⁊ b i ſe prouenianteqꝫ d e eritqꝫ productorū d ⁊ e duplex interuallum interuallo producentium a b. Et ſi rur= ſum ducimus a i b proueniatqꝫ productum c: erit per ſextam quarti que proportio d ad c eadem c ad e ⁊ interuallum d e in duo equa partitum. Sed eſto nunc vt interuallum a b ſit multiplex quēadmo dum proponit propoſitio quod modo paulo ante dicto / binario multiplicetur / ſitqꝫ duplum d e ⁊ ea proportio d ad c ⁊ c ad e: dico interuallum d ad e eſſe multiplex. Nā cū a ad b multiplex ſit interual= lum: cum geminatur manifeſtum eſt multiplex addi multiplici. quare per viceſimam ſecundam noni arithmetices ſtatim notū eſt iteruallum compoſitum multiplex eſſe. ⁊ propoſitum. Sed idem aliter hic demonſtratur. Quoniam enim que proportio a ad b ea eſt d ad c ⁊ c ad e. nā vtraqꝫ proportionis duplate a ad b medietas. Proportio autē a ad b poſita eſt multiplex: igitur ⁊ proportio d ad c mul= tiplex eſt. metitur igitur per diffinitionē multiplicis: c ipſum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodē quoqꝫ iure e toties metitur ipſum c. quare ⁊ e per primū communē conceptū etiam metitur ipſum d. Quicquid enim alterum metitur: metitur ⁊ omne quod menſuratum eſt ab illo. eſt itaqꝫ per diffini= tionem interuallum d e multiplex. quod erat oſtendendum.

¶ Si fuerint termini proportionaliter conſtituti: cum primus fuerit vltimo com 2
paratus / ſi primus vltimum fuerit menſus / metietur ⁊ ſecundum.

2	4	8	1	2	4	A b c tres t'mini pro=
a	b	c	d	e	f	tiōales q̄rū a nūerat b.

¶ Tametſi hanc decimatertia quarti demonſtret ſufficienter: eā tamen amplius hoc in loco volum' manifeſtare. Sint enim a b c termini proportionaliter conſtituti ⁊ a numeret c: dico idem a nume= rare b. capio enim d e f terminos in ea proportione minimos. Quoniam enim d ad e vt a ad b: et e ad f vt b ad c. igitur per equam proportionalitatem quam viceſimaprima ſecūdi arithmetices mōſtrat: d ad f vt a ad c. ſed a per hypotheſim metitur c: igitur ⁊ d metietur f. At quia d e f poſiti ſunt in ſua proportione minimi: ergo per quintam quarti d ⁊ f ſunt adinuicem primi. Et cum d ſeipſum metia= tur pariter et f: per diffinitionem d eſt vnitas. At vero cum vnitas ſit omnis numeri pars: d ergo me= tietur e. Et cum a ad b vt d ad e: metietur igitur a ipſum b ſecūdam terminum / quod erat cognoſcē= dum atqꝫ propoſitum.

¶ Si interuallum binario multiplicatum / multiplex effecerit interuallum: ipſū 3
quoqꝫ multiplex erit.

2	4	8	A b interuallum binario multiplicatum
a	b		multiplex efficiens.

¶ Hec eſt conuerſa prime: cuius hec eſt ratio. Nam cum interuallum compoſitum multiplex ſit ⁊ p ſecundam communem ſcientiam reſoluatur in id interuallum ex cuius multiplicatione creuit: ſiqui dem compoſitum omne: in ea ſimplicia diſſoluitur ex quibus coalitum / concretum / compoſitumqꝫ eſſe cognoſcitur / per ſexageſimā noni interuallum ſimplex multiplex erit. At id idem aliter oſtendi= tur. Nam ſi a b c geminatum interuallum ſit multiplex ſic vt c multiplex ſit ad a ⁊ ea proportio a ad b ⁊ b ad c: quoniam c ad a erit multiplex / a per diffinitionem metietur ipſum c. quare ⁊ per prece= dentem a metietur ipſum b. eſt igitur interuallum ſimplex b ad a per diffinitionem multiplex. ⁊ propoſitum.

4 ¶ Si terminorũ interualli primus ad ſecundũ cõparatus/ſeſe vt tertiꝰ ad quartum habuerit: quot proportionaliter medij primo et ſecundo / totidem tertio et quarto interuenire neceſſe eſt.

E medium proportionale inter d et f tertium et quartum: vt b inter primum et ſecundum.

27	18	12		18	12	8		9	6	4		2
A	b	c		d	e	f		g	h	k		l

¶ Hanc duodecima quarti monſtrat. cuius adhuc hic vt ad ſequẽtia momentum habens: cognitio promptior habeatur / repetitur demonſtratio.
¶ Sit a cuiuſcunq; interualli primus terminꝰ ad c ſecundũ / vt d tertius ad f quartũ: et ſit b medius proportionaliter conſtitutus inter a et c. dico etiã inter d et f interuenire vnũ proportionaliter mediũ. Capio enĩ per ſextã quarti g h k tres minimos ſecũdũ proportionẽ a ad b: et argumẽtor ex viceſima prima ſecũdi per equã proportionalitatẽ g ad h vt a ad b et h ad k vt b ad c. igitur g ad k vt a ad c. quare et vt d ad f. at ſi d et f ſunt ijdem termini cũ g k: manifeſtũ iam eſt inter d et f interuenire vnum proportionaliter mediũ. Sin minus: ergo per decimãnonã tertij arithmetices g et k metiẽtur d et f equaliter. ſitq; id ſecũdũ l. duco ergo l in g h et k et prouẽiãt d e f: per ſeptimã ſecũdi d ad e vt g ad h / et e ad f vt h ad k. quare e interuenit proportionaliter medius terminis d et f. qđ erat mõſtrandum.

5 ¶ Superparticularis interualli mediꝰ numerus: neq; vnus neq; plures proportionaliter interuenient.

Q proportio ſuperparticularis: in duo equa diuidi non poſſit.

27		18						A c ſpacium ſuperparticulare.
A	b	c		d	e	g	f	D e f tres minimi proportionis a ad b.

¶ Hanc intelligimus: nullum ſuperparticulare interuallum in duas aut plures interuallorum habitudines proportionaliter ſecabile eſſe. quod demonſtratione proxime ſubiuncta perq; facile liquebit.
¶ Sit a c interuallũ ſuperparticulare quod diuidatur in duo equalium habitudinum ſpacia a b et b c certis cõſtitutiſq; numeris ſi poſſibile eſt. ſitq; iccirco vt a ad b ita b ad c. capio per ſextã quarti arithmetices d e f tres minimos continue proportionales in proportione a ad b. et quia d ad e vt a ad b et e ad f vt b ad c: ergo per equã proportionalitatẽ d ad f vt a ad c. atqui a ad c poſitũ eſt ſuperparticulare interuallũ: igitur et d ad f eſt ſuperparticulare. At vero quoniã d e f ſunt tres illius habitudinis minimi termini: igitur d et f primus et vltimus per quintã quarti ſunt adinuicẽ primi. At cum d mõſtratus ſit ſuperparticularis ad f: per diffinitionẽ d continet f et eius partem que ideo per diffinitionẽ metiẽ f. Et ſi ea pars ſit numerus cum ea etiam per cõmunem conceptũ metiatur d: metitur enim ſe partem detractam et reſiduũ quod equũ eſt f. non erunt ergo d et f adinuicem primi: cuius oppoſitũ iam mõſtratum eſt et impoſſibile. erit ergo ea pars vnitas. Tunc addo vnitatem ipſi f et fiat g: vt g et f ſolius vnitatis diſcrimine diſtent. mox argumentor d ad f vt g ad f. ſed inter d et f poſitus eſt vnus interuenire medius. igitur per precedentẽ et inter g et f numeros ſola vnitate diſtantes interuenit intercipiturq; aliquis numerus medius. quod per ſecundam petitionẽ eſt impoſſibile. non igitur ſuperparticularis interualli vnus medius interuenit numerus. neq; quoq; eodẽ argumẽto interuenient plures. Et hãc etiam demõſtrat ſexageſimaprima noni. Et ex hac quoq; cognoſcitur: reprehẽſionẽ demõſtrationis Archite / q nulla ſuperparticularis in duo equa diuidi poſſit quam tertio inſtitutionis muſice capite vndecimo videtur diuus Seuerinus adducere / nõ tam eſſe diui Seuerini q̃ Nichomachi aut aliorũ quos interpretatur elegãtiſſime. qui et ſimile in pleriſq; tum arithmetice tum muſice inſtitutionis locis feciſſe comperitur. Et non verenẽ quidam (pace omniũ dixerim) eius libros perluſtrare non vt ſciant ſed vt exſurculent et canino more ſi quid hians / ſubluxanſq; appareat: altius dentem infigãt / mordeant et reprehendãt et ſanctum et venerabile Philoſophie nomen et ſuorũ cõuicijs lacerent / et quod aliorum vitiũ eſt (ſi quod eſt) diui Seuerini exiſtimẽt errorem faciãtq; aliorũ crimine reum. et cum nichil norint / volũt litterarios duces iniectando / carpendo / laniãdo omnia ſcire videri: atq; ſupra Philoſophicos vertices ſeſe gloriabũdos extollere / faciũtq; qđ eſt apud Comicũ ne intelligẽdo vt nichil intelligãt. quos idem ſtatim vt maledicere deſinãt ammonet: malefacta ne cognoſcãt ſua. Sed hec preter preſentis negocij officium. de Philoſophis enim qui recte fuerit natura iſtituti: vel abſq; monitione ſemper recte cogitabũt. qui enim ſecus faciunt: ab eorũ ſe ſegregant cõſortio / et ve Philoſophi / quales ſe videri volunt / non amplius eſſe cognoſcantur neceſſe eſt.

¶ Si interuallum nō multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione neqꝫ multiplex eſt/ neqꝫ ſuperparticulare. 6

9	6	4	A c interuallum neqꝫ multiplex neqꝫ ſuperparticulare.
A	b	c	A c duplatum interuallum a b quod quidem eſt non multiplex.

¶ Sit interuallum non multiplex a b: ⁊ duplū ſit a c. ita vt ea ſit proportio a ad b ⁊ b ad c: dico interuallū a c neqꝫ multiplex eſſe neqꝫ ſuperparticulare. quoniā ſi a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiā preſentis ⁊ a b interuallū erit multiplex. at poſitū eſt nō multiplex. Et ſi ſecūdo dixeris a c eſſe interuallum ſuperparticulare/ cū ſit a ad b vt b ad c: erit interualli ſuperparticularis medius proportionalis terminus. quod per precedentem eſt impoſſibile. eſt itaqꝫ notum ſi interuallum non multiplex binario multiplicetur: compoſitū interuallum minime aut multiplex aut ſuperparticulare eſſe ⁊ propoſitum.

¶ Si interuallum binario multiplicetur/ atqꝫ id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non ſit: ipſum quoqꝫ non erit multiplex. 7

¶ Hec eſt conuerſa precedentis. Sit ergo ſuperioris propoſitionis figura in qua interuallū a c proueniat ex duplatione habitudinis interualli a b: ⁊ non ſit a c interualū multiplex. dico itidē interuallū a b nō eſſe multiplex. Nā ſi a b interuallū multiplex eſt: cū a c per hypotheſim ex interuallo a b binario multiplicato ſurgat: ergo per primā preſentis interuallum a c multiplex erit. at poſitum eſt non multiplex. ergo ſi interuallum non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicatione naſcatur. neqꝫ ipſum quoqꝫ ex cuius multiplicatione ortum eſt multiplex erit: quod erat monſtrandum.

¶ A numero partium ſuperparticularis interualli/ que in vnum adacte/ totū reſtituunt ⁊ numero vno maiore: quot interualli maiores termini ſimul/ minoribꝰ ſimul acceptis reſpondeant/ cognoſcuntur. 8

A	3	4	5	6	7	8	9
B	2	3	4	5	6	7	8
C	2	3	4	5	6	7	8
D	3	4	5	6	7	8	9

¶ Sit a ad b interuallum ſuperparticulare: manifeſtū eſt per diffinitionē ſuperparticularis a cōtinere b et vnā partiū b. eas igitur pars ſecūdū numerū c/ cōſtituat ſuū totū b/ ⁊ ſit d numerus vno maior c: dico a ſumpta ſecundū numerū c/ equa eſſe b ſumptis ſecundum d. Nam a ſecundum c ſumpta: cōtinēt b ſecundum c ſumpta ⁊ inſuper partes b ſumptas ſecundum c. Atqui poſitum eſt eas ſecundum c conſtituere vnum b. igitur a ſecundum c ſumpta: continent b ſumpta ſecundum numerum vno maiorem c. At vero d poſitus eſt numerus vno maior c. ergo a ſumpta ſecūdum c: continent b ſūpta ſecundum d. quod erat monſtrandum. ¶ Et ſi exemplarem requiris declarationē/ ſi a ad b interuallū eſt ſeſqualterum: quoniam a ſeſqualterum eſt ad b/ ergo a cōtinet b ⁊ eius dimidium. ⁊ duo dimidia per cōmune proloquiū: ſuum totum reddunt. dico ergo duo a tantum eſſe quantū tria b. quoniam enī duo a continent duo b/ ⁊ inſuper duo dimidia b que vnum b reſtituunt: ergo duo a continēt tria b/ tribuſqꝫ euadunt equalia. Et ſi a ad b eſt ſeſquitertium: a continet totum b ⁊ tertiam partem b. at tres tertie b eque ſunt vni b: ergo ſuperiore argumento/ tria a continent quatuor b/ quatuorqꝫ euadunt equalia. immo data cuiuſcunqꝫ ſuperparticulari/ maiores termini ſecundū proportionis minorem numerum: equantur minoribus terminis ſecundū proportionis maiorem numerum ſumptis. vt ſi a ad b ſit ſeſquiquinta: quoniam minimi ſeſquiquinte ſunt 6 ⁊ 5. idcirco quinqꝫ a equi ſunt ſex b. ⁊ in non minimis/ quoniam 12 ⁊ 10 ſunt termini ſeſquiquinte/ 10 a equantur 12 b. Et ſi a ad b ſit ſeſquioctaua: quoniam minimi ſeſquioctaue ſunt 9 ⁊ 8/ idcirco 8 a tantū ſunt quantum nouem b. Et quia ruſum 18 ad 16 ſeſquioctaua: ideo ſexdecim a equi ſūt 18 b. ⁊ ita in ceteris. Sed ſi id non modo particulariter ſed ⁊ vniuerſaliter contemplari cupis: id vniuerſaliter verum erit.

¶ Data quacunqꝫ proportione: maiores termini ſecundum numerum minorum ſumpti/ equi ſunt minoribus ſecundum numerum maiorum ſumptis. 9

A Suppti	3	4	5	6	7	8	9	Multi	2	3	4	5	6	Supp	5	7	9	11
B culares	2	3	4	5	6	7	8	plices	1	1	1	1	1	tiētes	3	4	5	6

¶ Ut ſit a ad b quecunqꝫ proportio/ ꝛ a maior terminus: b vero minor. dico a ſumptos ſecundū b numerum minorē: equos eſſe b ſumptis ſecundū a numerū maiorē. Nam per octauam primi arithmetices/ quod fit ex a in b: equum eſt ei quod fit ex b in a. At vero qḋ fit ex a in b: ſunt a ſumpti ſecundū b. et quod fit ex b in a ſunt b ſumpti ſecundū a. igitur a ſumpti ſecundū b: equātur b ſumptis ſecundū a. ꝛ in quibuſlibet alijs/ eadē eſt demonſtratio et propoſitum.

10 ¶ Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus equi ſunt: ea vnius maiorū ad vnum minorum reperitur proportio/ que et numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec eſt cōuerſa p̄cedentis. Quoniā per precedentē minores collecti ſecundū numerum maiorum: equi ſunt maioribus ſecundū numerum minorū collectio. Sed numerus maiorum eſt vnus terminus minor et numerus minorū vnus terminus maior. ergo eadem eſt ꝓportio vnius maiorum ad vnum minorum: que numeri minorū collectoꝝ ad numerū maiorū collectorum. ¶ Et quāq̄ he due vltime cōcluſiones faciles ſunt: vſus tamen earū paulo latētior eſt. Per primā enī earū que nona eſt: habemus ſi numerus maior ad minorē ſeſqualter eſt/ vt triū ad duo/ duo maiores equi ſunt tribus minoribus. Et ſi maior ad minorē ſeſquitertius vt 4 ad 3: tres maiores equi ſunt quattuor minorib⁹. Et ſi maior ſeſquiquartus vt 5 ad 4: quattuor maiores equi ſunt quinqꝫ minorib⁹. Si vero maior ſeſquioctauus: octo maiores equi ſunt nouē minoribus. et ita in ꝯſimilibus. In multiplicib⁹ autē ſi maior duplus eſt vt duorum ad vnū: vnus maior equus eſt duob⁹ minoribus. Si triplus: vnus maior equus eſt tribus. Si quadruplus: vnus/ equus eſt quattuor. Si octuplus: vnus equat ad octo. In ſuperpartientibus vero conſimile eſt. vt ſi maior eſt ſuperbitertius vt 5 ad 3: tres maiores equi ſunt quinqꝫ minoribus. Si ſupertriquartus vt 7 ad 4: quattuor maiores equi ſunt ſeptē minoribus. Si vero ſuperoctupartiēs vt 17 ad 9: nouē maiores/ equi ſunt decē ꝛ ſeptem minoribus. et hoc pacto in reliquis. ¶ Ex vltima autē/ hanc in ſuperparticularibus vtendi regulā elicimus. Si duo maiores equi ſunt tribus minoribus/ quatuor ſenis/ ſex nouenis/ octo duodenis: vnus maiorū ad vnum minorū ſeſqualter eſt. Et ſi tres equi ſūt quaternis/ ſex octonis: maior ad minorē eſt ſeſquitertius. Si quattuor maiores equi ſunt quinqꝫ minoribus aut octo denis: vnus maiorum vnius minorū eſt ſeſquiquartus. Si vero octo maiores nouē minoribus ſunt equi: vnus maiorū ad vnū minorū cognoſcit̄ ſeſquioctauus. In multiplicibus. ſi vnus binis/ duo quaternis/ tres ſenis equi ſunt: maior minoris eſt duplus. Si vnus ad tres/ duo ad ſex: vnus maior minoris eſt triplus. Si vnus ad quattuor/ et duo ad octo: vnus maiorū ad vnū minorū eſt quadruplus. Si vero vnus ad octo/ duo ad ſedecim: maior minoris eſt octuplus. In ſuꝑpartientibus. ſi tres maiores equi ſunt quinis minoribus/ aut ſex denis: vnus maior ad minorē eſt ſuperbitertius. Si quattuor maiores ſeptem minoribus: maior minoris eſt ſuptriquart⁹. Si vero nouem equi ſunt ad decem ꝛ ſeptē: maior minoris eſt ſuperoctupartiēs. Et in cōpoſitis numeris ſimile eſt. vt ſi duo a equi ſunt quattuor b ꝛ dimidium vnius/ quēadmodū in duobus cōiunctis ſeſqualteris. quoniā quattuor et vnius dimidiū ad duo duplū ſunt ꝛ ſeſquiquartū: iccirco vnus a ad vnū b duplus eſt atqꝫ ſeſquiquartus. Si tres a equi ſunt ad quinqꝫ b ꝛ tertiā vnius/ vt in duob⁹ ſeſquitertiis. quoniā quinqꝫ ꝛ tertia vnius: cōtinent tres ſemel/ duas tertias et vnam nonā. proinde vn⁹ a: continet b vnū/ duas eius tertias et vnā eius nonā. Si quattuor equi ſunt ad ſex et quartā vnius: vt in duobus iunctis ſeſquiquartis. quoniā ſex et quarta vnius: cōtinent quattuor/ dimidiū/ et decimam ſextam ex quattuor: ideo vnus maior continet minorē ſemel/ eius dimidiū/ et eius vnā decimā ſextam. Si vero octo valent decem ꝛ octauam vnius vt in duob⁹ ſeſquioctauis. quoniā decē cōtinēt octo: et quartam/ ꝛ octaua vnius ad octonos vna eſt ſexageſimaquarta. ideo vnus maiorū continet minorē ſemel/ eius quartā partē/ et eius ſexageſimāquartā. Et ſi cōpoſitionis ſeries protenſior euadit: vt ſi duo a equi ſunt ſex b/ medietati vnius et quarte vt in cōiunctione trium ſeſqualterorū. qm̄ ſex continent duos ter ꝛ dimidiū vnius eſt quarta pars duorū/ et quarta pars vnius eſt octaua pars duoꝝ. iccirco vnus a: triplex eſt b vnius inſuper quartā atqꝫ octauā partem b continens. Et ſi tres equi ſunt ad ſeptem ꝛ nonā vnius: quod in tribus ſeſquitertijs coniunctis euenit. quoniā ſeptē bis cōtinent tres/ ꝛ trium tertiā partem: et nona vnius ad tres eſt viceſimaſeptima. ideo vnus maiorū continet minorem bis/ eius tertiam/ et eius viceſimāſeptimam. Et ſi quattuor equi ſunt ſeptē dodranti vnius hoc eſt tribus quartis et inſuper decimeſexte vnius: vt in coniunctione trium ſeſquiquartoꝝ. quoniā ſeptem continent ſemel quattuor ꝛ tres quaternarij partes: et tres quarte vnius ad quattuor ſunt tres decimeſexte/ ꝛ decimaſexta vnius eſt ad quattuor vna ſexageſimaquarta. iccirco vnus maior continet vnum minorē ſemel/ ꝛ dodrantē/ et tres decimaſſextas atqꝫ vnam ſexageſimāquartam. Si vero octo equi ſunt ad vndecim/ tres octauas vnius ꝛ vnā ſexageſimāquartam: vt in tribus ſeſquioctauis cōiunctis. qm̄ vndecim cōtinent ſemel octonariū et octonarij tres partes: ꝛ tres octaue vni⁹ ſūt ad octo tres ſexageſimequarte. et vna ſexageſimaquarta ad octo eſt vna quingētēſima duodecima. hinc fit vt vnus maiorum cōtineat minorē ſemel/ tres eius octauas/ tres ſexageſimaſquartas ꝛ vnam quingenteſimāduodecimā. Et hec adiecimus quo vſus harum duarum vltimarū in ſequētibus patentior/ manifeſtiorqꝫ habeatur.

¶ Duplex interuallũ: ex duobus maximis ſuperparticularibꝰ/ ſeſqualtero atq; ſeſquitertio coniungitur. 11

6	4	3	A c duplex interuallum.
a	b	c	A b ſeſqualter. b c ſeſquitertius.

¶ Sint a b c interuallũ. a quidem ſeſqualter ad b/ b vero ſeſquitertius ad c. dico a duplum eſſe ad c. Quoniã enim a ſeſqualter eſt ad b: ergo per octauã huius/ duo a equi ſunt ad tres b. et rurſus quia b ſeſquitertius ad c: igitur per eandẽ tres b/ equi ſunt quattuor c. ⁊ tres b poſiti ſunt equi duobus a. duo igitur a equi ſunt ad quattuor c. cum queçunq; vni eidẽq; equalia ſunt: inter ſe ſint ⁊ equalia. et quattuor numerus minorũ collector: duplex eſt duorum numeri ſcz collectorum maiorũ. igitur per ꝑcedentẽ vnus a: duplex erit ad vnũ c. quod erat demonſtrandũ. poteſt ⁊ hoc vltimũ etiã demõſtrari. Quoniã enim duo a equi ſunt quattuor c: vnus a per octauum ꝓloquiũ equus eſt duobus c. quorũ enim tota equa ſunt: et eorum quoq; dimidia ſunt equa. at duo c: dupli ſunt vnius. igitur et vnus a/ duobus c equus: duplex erit c vnius. quod fuiſſet monſtrandum.

¶ Ex duplici interuallo atq; ſeſqualtero: triplex naſcitur interuallum. 12

6	3	2	A c triplex interuallum.
a	b	c	A b duplex interuallũ. b c ſeſqualterũ.

¶ Sint a b c interuallũ: et a quidẽ ad b duplex/ et b ad c ſeſqualter. dico a eius quod eſt c triplicem eſſe. quoniã enim a ad b duplex eſt: ergo a per diffinitionẽ cõtinet bis b. igitur a equatur duobus b. ⁊ quia b ſeſqualter eſt ad c: igit̃ b cotinet c/ et eius partẽ dimidiã. ergo per octauã huius duo b equi ſunt tribus c: et duo b equi erant vni a. igitur ⁊ tres c equi erunt vni a. tres autem: triplex ſunt vniꝰ. igitur per decimã/ vnus a: triplex eſt vnius c. quod erat demonſtrandum.

¶ Duo duplicia interualla: quadruplex coniungunt interuallum. 13

4	2	1	A b duplex interuallũ. b c ꝯſimiliter duplex
a	b	c	A c geminatũ duplex interuallum.

¶ Sit a duplex ad b: et b duplex ad c. dico qm̃ a quadruplex eſt ad c. Nã q2 a duplex eſt ad b: igitur duo b equi ſunt vni a. et rurſus quia b duplex eſt ad c: igit̃ duo c equi ſunt vni b. et ſi duo c equi ſunt vni b: quattuor c equi erũt duobꝰ b. at duo b poſiti ſunt equi vni a: igit̃ ⁊ quattuor c equã͂tur vni a. at quattuor quadruplũ ſunt vnius. igit̃ per decimã vnus a: quadruplex eſt vniꝰ c. qđ erat oſtẽdendũ.

¶ Terminũ reperire: ad quẽ quotcũq; volumꝰ/ liceat ſuperparticulares aſſignare. 14

9	8	6	A ad c ſeſqualter.
a	b	c	B ad c ſeſquitertius.

¶ Sit propoſitũ terminũ reperire: ad quem ſeſqualterũ ⁊ ſeſquitertium valeamus aſſignare. Capio duo ⁊ tria numeros denominãtes partes ſeſqualteri atq; ſeſquitertij: duo ſiquidem ſeſqualterũ/ ⁊ tria ſeſquitertiũ denominãt. et duco duo in tria: proueniatq; ductu illo c. manifeſtũ eſt c habere partem dimidiã pariter ⁊ tertiã. iungo ad c partem eius dimidiã: et cõpoſitus ſit a. et iterũ ad c iungo partẽ eius tertiã: et ſit cõpoſitus b. quoniã enim a cõtinet c ⁊ eius partem dimidiã: ergo per diffinitionem a ad c ſeſqualter eſt. et quoniã b cõtinet c et eius partem tertiã: b itidem ad c ſeſquitertius. c igitur repertus eſt terminus ad quẽ petiti ſuperparticulares/ rite ſunt aſſignati. et hac lege de quibuſlibet eſſet operandũ. vt ſi eſſent aſſignãdi ſeſquioctauus et ſeſquinonus duc octo in nouẽ ⁊ ſurget terminꝰ octauam nonãq; partem poſſidens: ad quẽ ⁊ ſeſquioctauum et ſeſquinonũ rite aſſignaueris. ⁊ eodem quoq; pacto: modo tres/ modo quattuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum aſſignabis.

640	600	576	540	480
a	b	c	d	e

vt ſi ad eundem terminũ peterentur aſſignari ſeſquitertius/ ſeſquiquartus/ ſeſquiquintus/ et ſeſquioctauus ducãtur tria/ quattuor/ quinq; et octo in ſemuicẽ ⁊ proueniat e: qui iccirco habet ſe tertiã/ quartã/ quintã et octauam. adiungo e ſuam tertiã: compoſituſq; ſit a. et ſuã quartam: et compoſitus ſit b. ſuam quintã: compoſitus ſit c. ſuam deniq; octauam: et cõpoſitus ſit d. dico demõſtratione ſuperiore: quoniã ad e cõſtituti ſunt a b c d ſeſquitertius/ ſeſquiquartus/ ſeſquiquintus/ et ſeſquioctauus: quẽadmodum prefixa monſtrat formula.

15 ¶ Si a ſeſqualtero īteruallo ſeſquitertium demptum fuerit interuallũ: erit quod relinquitur ſeſquioctauum.

9	8	6	A c ſeſqualter. B c ſeſquitertius.
a	b	c	A ad b ſeſquioctauus.

¶ Sit c terminus ad quẽ per precedentẽ aſſignati ſint a ſeſqualter: ⁊ b ſeſquitertius. Ab a c ſeſqualtero ſubduco interuallũ ſeſquitertiũ b c / relicto interuallo a ad b: qđ dico eſſe ſeſquioctauũ. qm̄ enim a eius quod eſt c eſt ſeſqualter: a ſemel habet c ⁊ eius dimidiã partẽ. ĥrc per octauã huius: duo a equi ſunt tribus c. ⁊ quatuor a: ſex c. ⁊ octo a ad duodecim c. Rurſus qm̄ b huius quod eſt c ſeſquitertius eſt: b igitur habet in ſe c ⁊ eius tertiam partẽ. quo fit vt per eandẽ octauã: tres b equi ſint quatuor c. ⁊ ſex b: octo c. ⁊ nouẽ b: ad duodecim c. at octo a quidẽ equi erãt ad duodecim c: igiť octo a equi ſunt ad nouẽ b. per decimã igiť a continet b ⁊ eius octauã partẽ. eſtq; a ſeſquioctauus ad b ⁊ propoſitum.

16 ¶ Interualli quarta ⁊ duodecima: vnam eius tertiarum reſtituunt.

¶ Nã quatuor interualli quarte: totũ ↄplent interuallũ. ⁊ duodeci eiuſdẽ interualli duodecime: totũ itidẽ ↄplent interuallũ. quare quatuor quarte ⁊ duodeci duodecime: adinuicẽ equantur. due igiť q̄rte ſex duodecimis / ⁊ vna quarta tribus duodecimis ſunt eque. quorũ enim tota equa ſunt: ⁊ eorũ dimidia. At quatuor duodecime: duodecim duodecimarũ ſunt vna tertia. quare ⁊ vi a totius tertia: cui q̄dem duodecim ille duodecime cognoſcuntur eſſe idem atq; eque. vna igitur totius quarta que tribus duodecimis equa eſſe monſtrata eſt / ⁊ vna duodecima illi adiuncta: totius tertiam partẽ reſtituunt. Equantur eni vna quarta ⁊ vna duodecima quatuor duodecimis. quod erat mõſtrandũ. Et q̄uis hec demonſtratio ſequentis gratia particulariter facta ſit: poſſis tamẽ modo ↄſimili mõſtrare oẽm minorẽ cuiuſcunq; totius interualli partẽ / proxime maiorẽ partẽ efficere / illi adiecta vna partiũ a numero qui ex ductu denominationũ vtriuſq; partiũ enaſciť / denominata. vt totius tertia pars minor eſt / ⁊ ſecunda proxime maior / et ſi duo in tria ducta ſũt ſex: iccirco vna tertia atq; vna ſexta / vnã reſtituunt ſecundam. Similiter quoq; quarta ⁊ quinta partes ſunt proxime maior atq; minor / ⁊ ſi ducis quinq; in quatuor ſurgũt viginti: proinde vna quinta ⁊ vna viceſima / vnam quartam reſtituũt. ⁊ hoc pacto in ſequentibus vt ſubiecta monſtrat formula.

Tertia ⁊ ſexta	vnam ſecundam efficiunt.
Quinta ⁊ viceſima	vnam quartam.
Sexta ⁊ triceſima	vnam quintam.
Septima ⁊ quadrageſimaſecunda	vnam ſextam.
Octaua ⁊ quinquageſimaſexta	vnam ſeptimam.
Nona ⁊ ſeptuageſimaſecunda	vnam octauam.

17 ¶ Due proportiones ſeſquioctaue: minores ſunt ſeſquitertio interuallo.

81	72	64		A c duo ſeſquioctaui cõiuncti.
a	b		d	A d ſeſquitertium interuallum.

¶ Continua per ſextã quarti arithmetices duas ſeſquioctauas inter a ⁊ c: ita vt a ſeſquioctauus ſit ad b / ⁊ b ſeſquioctauus ad c. ⁊ ſit a ad d ſeſquitertiũ interuallũ. dico a ad c minus eſſe interuallum: q̄ a ad d. Qm̄ eni a ſeſquioctau⁹ eſt ad b: ergo per octauã huius octo a equi ſunt ad nouẽ b. ſed ⁊ quia b etiã ſeſquioctauus eſt ad c: per eandẽ octo b tm̄ ſunt atq; nouẽ c. Et cũ vnus b equ⁹ ſit vni c ⁊ octaue eius: ergo nouem b equi ſunt decem c ⁊ octaue vnius c. Atqui nouẽ b monſtrati ſunt equi eſſe octo a: igitur octo a equi ſunt decem c ⁊ octaue vnius. at decem ⁊ octaua vnius: continẽt octo ſemel / eius quartam ⁊ eius vnã ſexageſimãquartã. ergo per decimã huius: vnus a continet vnũ c / vnã ei⁹ quartã / ⁊ vnã ſexageſimãquartã. ⁊ vna quarta ⁊ vna ſexageſimaquarta: per precedentẽ minus ſunt vna tertia. complent eni quarta ⁊ duodecima vnã tertiã. duo igitur ſeſquioctaui minus ſunt vno ſeſquitertio interuallo. quod erat monſtrandum.

18 ¶ Tres ſeſquioctaui: amplius ſunt ſeſquitertio / min⁹ aũt ſeſqualtero interuallo.

729			512	A d tres ſeſquioctaui coniuncti.
a	b	c	d	

¶ Sint a b c d tres cõiuncti ſeſquioctaui / vt a ad b primus ſit ſeſquioctauus / b ad c ſecundus / ⁊ c ad d tertius: dico primo a ad c amplius eſſe ſeſquitertio. Qm̄ eni a ad b ⁊ b ad c duo ſunt ſeſquioctaui: ergo per octauã huius octo a / equi ſunt decẽ c ⁊ octaue vnius. Sed ⁊ cum c tertiũ ad d poſit⁹ ſit ſeſquioctauus: ergo p eandẽ octo c equi ſunt nouẽ d / ⁊ nouẽ c equi decẽ d et octaue vnius. ⁊ decẽ c equi vndecim d ⁊ duabus octauis. ⁊ cũ octo octaue c / contineãt nouẽ d: ergo per decimam huius / vna octaua c / continet octauã d ⁊ eius octauã partẽ / hoc eſt vnã ſexageſimãquartã. decem ergo c ⁊ vna octaua vnius: equantur vndecim d / tribus octauis ⁊ vni ſexageſimequarte. ⁊ per decimam vt vndecim / tres octaue ⁊ vna ſexageſimaquarta / ad octo: ita a ad d. ſed vndecim ↄtinẽt octonos ſemel / tres co

partes/ tres octauas/ ⁊ vnã ſexageſimãquartã vnius. ac tres octonoꝝ partes: amplius ſũt tertia coꝝ parte. Superant enim tres octonarii partes: tertiã eiuſdẽ partẽ triente vnius/ hoc eſt tertia vnius parte. a fortiori igitur tres octonorũ partes/ ⁊ tres octaue vnius/ ⁊ vna ſexageſimaquarta: ita ãplius ſunt tertia octonorũ parte. continent ergo vndecim/ tres octaue vni⁹/ ⁊ vna ſexageſimaquarta: octo ſemel ⁊ amplius eorũ parte tertia. quare ⁊ a cõtinet d ⁊ amplius tertia eius parte. eſt itaq3 a ad d am plius ſeſquitertio interuallo. Scḋo dico a ad d minorẽ eſſe ſeſqualtero iteruallo. Nã vndeci ↄtinent octo ⁊ tres octauas: deeſt ergo vna octaua ad cõplẽdas quatuor octauas/ que ſũt octonorũ dimidiũ. At vero que ſuperãt: tres octaue vnius/ ⁊ vna ſexageſimaquarta/ minus efficiũt dimidio vnius octa ue. q̃re ⁊ multo min⁹ efficiẽt vna octaua. vndeci ergo/ ⁊ tres octaue/ ⁊ vna ſexageſimaquarta vnius: cõtinẽt octo ſemel ⁊ minus octonorũ dimidio. ergo p decimã huius: a continet d ſemel ⁊ minus eius dimidio. eſt itaq3 interuallum a ad d minus ſeſqualtero interuallo.

¶ Quatuor ſeſquioctaui coniuncti: ſeſqualterum ſuperant interuallum. 19

6561				4096	A e quatuor ſeſqui=
a	b	c	d	e	octaui coniuncti.

¶ Sint a b c d e quatuor coniuncti ſeſquioctaui/ a ad b primus/ b ad c ſecundus/ c ad d tertius/ ⁊ d ad e quartus: dico q̃m interuallũ a e/ amplius eſt ſeſqualtero interuallo. Nã vt in precedenti viſũ eſt: octo a equi ſunt vndecim d/ tribus octauis/ ⁊ vni ſexageſimequarte vnius. ⁊ vndecim d/ tres octaue vnius ⁊ vna ſexageſimaquarta: equantur duodecim e/ ſex octauis/ quatuor ſexageſimiſquartis/ ⁊ vni quingenteſime duodecime. ergo octo a equi ſunt duodecim e/ ſex octauis/ quatuor ſexageſimis quartis ⁊ vni quingẽteſime duodecime. At vero duodecim/ ſex octaue/ quatuor ſexageſimequarte/ ⁊ vna quingenteſima duodecima: cõtinent octo ſemel ⁊ amplius q̃3 octonorũ dimidiũ. quoniam conti nent octo ſemel ⁊ dimidiũ ⁊ inſuper ſex octauas/ quatuor ſexageſimas quartas/ ⁊ vnam quingenteſi mam duodecimam vnius. igitur per decimam huius: a cõtinet e ſemel ⁊ amplius q̃3 eius dimidium. ſuperat itaq3 a e interuallum quatuor ſeſquioctauis coniunctum: ſeſqualterum interuallũ. quod erat monſtrandum.

¶ Quinq3 coniuncti ſeſquioctaui: minus duplici interuallo coniungunt. 20

¶ Nã per vndecimam huius duplex interuallum ex duobus maximis ſuperparticularibus/ ſeſqual tero ſcilicet et ſeſquitertio coniungitur. at conſtitutis quinq3 ſeſquioctauis/ tres primi ſeſquioctaui: per decimãoctauam huius minus ſunt ſeſqualtero interuallo. ⁊ duo ſequentes ſeſquioctaui/ qui vna cum tribus prioribus quinq3 complẽt: per decimãſeptimã huius/ minus ſunt ſeſquitertio. coniuncti igitur quinq3 ſeſquioctaui: minus ſunt duplici interuallo.

¶ Sex proportiones ſeſquioctaue: maiores ſunt vno duplici iteruallo. 21

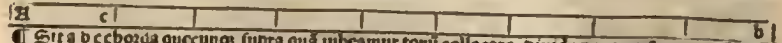
531441						262144	A g ſex ſeſqui=
a	b	c	d	e	f	g	octaui cõiũcti.

¶ Sit a g iteruallũ ſex ↄiũctorũ ſeſquioctauorũ/ ita vt a ad b ſit primus ſeſquioctauus/ b ad c ſcḋs/ c ad d tertius/ d ad e quartus/ e ad f quītus/ f autẽ ad g ſextus: dico q̃m a ad g/ amplius eſt duplici i̇teruallo. Q̃m enī a ad b ſeſquioctauus eſt: ergo p octauã huius octo a equi ſunt nouẽ b. ⁊ nouem b: p eandem equi ſunt decem c/ ⁊ octaue vnius. ⁊ decẽ c ⁊ octaua vnius: equa ſunt vndecim d/ trib⁹ octa uis/ ⁊ vni ſexageſimequarte vnius. ⁊ vndecim d/ tres octaue/ ⁊ vna ſexageſimaquarta vnius: equã tur duodecim e/ ſex octauis/ quatuor ſexageſimiſquartis/ et vni quingenteſime duodecime. duodeci autem e/ ſex octaue/ quatuor ſexageſimequarte/ ⁊ vna quingenteſima duodecima: equãtur tredecim f/ decẽ octauis/ decẽ ſexageſimiſquartis/ quinq3 quinquageſimiſduodecimis/ ⁊ vni quarte milleſi me nonageſimeſexte. At vero decẽ octaue: vnũ cõtinẽt integrũ/ ⁊ inſuper duas octauas. quo ſit itez vt duodecim e/ ſex octaue/ quatuor ſexageſimequarte/ ⁊ vna quīgẽteſima duodecima: equẽtur qua tuordecim f/ duabus octauis/ decẽ ſexageſimiſquartis/ quinq3 quingenteſimiſduodecimis/ ⁊ vni q̃r te milleſime nonageſimeſexte. At vero quatuordecim f/ due octaue/ decẽ ſexageſimequarte/ quinq3 quingẽteſimeduodecime/ ⁊ vna q̃rta milleſima nonageſimaſexta: equa ſunt quindeci g ⁊ octo octa uis eius/ hoc eſt equa ſunt ſedecim g/ duodecim ſexageſimiſquartis/ quīdecim quingenteſimiſduo decimis/ ſex quartis milleſimis nonageſimiſſextis/ ⁊ vni triceſimeſecunde milleſime ſeptingẽteſime ſexageſimeoctaue. At ſedeci ⁊ duodeci ſexageſimequarte/ ⁊ reliquе ſequẽtes particule: ↄtinẽt octo bis ⁊ amplius. igiť per decimã huius a ad g maius eſt duplici iteruallo. ſex igiť ſeſq̃octaui maiores ſũt vno duplici iteruallo: vt itẽdit ꝓpoſitio. ¶ Et ſi hec ꝓpoſitio quo ad ſuã demõſtrationẽ nõnullis ſubdifficilior videať: hoc idcirco ꝓueniet q̈ illis prõptitudo/ vtẽdiq3 habilitas octaue/ none/ ⁊ deci me huius deerit. iccirco par cõſentaneũq3 erit eos qui in muſicis modulatiõibus ⁊ earũ ↄtẽplatiõib⁹ ſe exercitare volẽt: multos ſeſqualteros/ deide ſeſquitertios/ ⁊ alios ſequẽtes ſuperparticulares colli gere: quouſq3 viuꝰ colligẽdarũ ꝓportionũ ipſis iã ſit factus peruius/ patẽſq3 et q̃ſi iã ipſis domeſtic⁹.

¶ Primi elementorũ muſicaliũ finis.

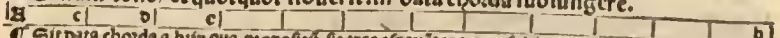
Onſonātia: eſt ſoni grauis/acuti〈que〉 mixtura ſuauit/ vniformiſ〈que〉 aurib⁹ icidēs/ ex multiplici aut ſupparticlari rōne ꝑfecta. ❡ Diſſonātia: ē duorū ſonorū nō ſe natura ſuauiter miſcētiū/ ad aurē ꝑueniēs aſpera/ inio cūda〈que〉 percuſſio. ❡ Ton⁹: eſt cōſonātie pricipiū/ ex ſoni ad ſonū ſeſquioctaua ꝓportiōe ꝑueniēs. ❡ Semitoniū min⁹/ quod et dieſis dicitur: eſt toni ps/ qua ſeſquitertia proportio duobus tonis maior eſt. ❡ Semitoniū maius/ quam ⁊ vocāt Apothomen: eſt toni reliqua pars/ et qua ipſe ſemitoniū min⁹ ſupat. ❡ Cōma: eſt quo ſeſquioctaua proportio/ duobus ſemitonijs mīoribus maior eſt. qđ et idem eſt: quo Apothome/ ſemitoniū minus vincit ac ſuperat. ❡ Schiſma: eſt cōmatis dimidiū. ❡ Diachiſma: eſt dimidiū ſemitonij mīoris. ❡ Hemiſpheriū: muſicū eſt inſtrumētū/ per qđ aut neruo aut chorde vt decet ſuppoſitū/ ſemitonia/ tonos/ cōſonātiaſ〈que〉/ ⁊ cōſonātiarū particulas ad ſenſū perueſtigamus. ❡ Sonus emmelis is eſt: quo apte vtimur in melo. ❡ Ecmelis vero is dicitur: quē melos/ cōcētuſ〈que〉 nō admittit. ❡ Equales ſoni at〈que〉 ſiſes dicunt: qui ex eadē īterualli ꝓportiōe naſcūtur. ❡ Numerorū at〈que〉 interuallo〈rum〉 ps ea maior eſt: q̄ a mīore nūero denoiatur. et mīor: q̄ denoīatur a maiore. ❡ Multiplex proportio maior eſt: quā maior denoiat nūerus. et minor: que denoiatur a minore. ❡ Supparticularis ꝓportio maior eſt: q̄ a maiore denoiatur pte. mīor aūt: que denominatur a minore.

1 ❡ Tonum ſuper datam chordam collocare.



❡ Sit a b c chorda quecun〈que〉 ſupra quā iubeamur tonū collocare. diuido per tertiā petitionē chordā a b/ in nouē equas portiōes: ita vt c b illarū nouenarū octo teneat/ ⁊ a c vnā. dico q̄ ſi a b ⁊ c b/ tonū continent: conſtitutū〈que〉 ſupra datā chordā eſſe tonū. Nā totū chorde ſpaciū a b: cōtinet ſpaciū c b ⁊ inſuper octauā eius partē/ q̄ a c vni illarū octauarū equa ſit. igit̄ per diffinitionē ſpaciū a b: epogdoū/ ſeſquioctauū〈que〉 eſt ſpacio c b. quare p primā petitionē: ea erit ſoni totius chorde a b ad ſonū c b ꝓportio. Eſt ita〈que〉 tonus in chorda a b/ qui in epogdoa/ ſeſquioctaua〈que〉 ratione cōſiſtit: collocatus.

2 ❡ Tonum tono/ et quotquot libuerit: in data chorda ſubiungere.



❡ Sit data chorda a b: in qua propoſitū ſit tres ꝯſequētes tonos ſubiungere. partior per tertiā petitionē (vt in precedēti factū eſt) ſpaciū totius chorde a b in nouē equas portiones. ⁊ in nota octaue portionis pono c: ita vt b c/ octauas illarū nouē partiū teneat. manifeſtū eſt per precedentē: a b et c b eſſe tonū. ⁊ per eandē petitionē: partior ſpaciū c b in nouem equas portiōes. ⁊ in termino octaue particule pono d: ita vt d b contineat octo earū partium quarū c b nouē continet. p̄ precedētem c b ad d b ſonat tonū/ eſt〈que〉 iā vni tono/ tonus vnus ſubiūctus. Rurſum ſpaciū d b ꝯſimili modo in nouē equas portiones diduco/ ⁊ notā octaue ſectionis littera e deſigno: ita vt e b octo earū partiū cōtineat/ quarū d b continet nouē. per precedentē/ d b ad e b reſonat tonum. ſunt igitur in data chorda a b tres cōtinue ſubiuncti toni: ſcȝ a b c b/ c b d b/ d b e b. quod erat ꝓpoſitū. ⁊ hoc pacto quotquot iubet ſubiungere: q̄ facillimū eſt. Et ſi id ſenſu experiri/ deprehendere〈que〉 cupias/ poſt pulſū totius chorde a b ſuppone hemiſpheriū chorde a b in ſigno c/ ita vt ſola perſtrepat reſonet〈que〉 particula c b: ⁊ ſenſ⁹ iudicio deprehendes ſoni totius a b ad ſonū c b eſſe toni interuallū. q̄ ſi hemiſpheriū trāſfere ad notam d: ex pulſu c b ⁊ d b iterū tonū deprehendas. ſed ex totius a b ſono ad ſonum particule d b duos tonos/ duorū〈que〉 tonorum interuallum perpendet auditus. ⁊ hoc pacto ſenſuum iudicus quotquot voles tonos deprehendendos committeres: ⁊ eorum mixturas tum ſuaues/ tum inconcinnas (quas audit⁹ tan〈que〉 offenſus horret refugit〈que〉) decernendas.

3 ❡ Tonorum continuatorum: minimos numeros aſſignare.

59049	52488	46656	41472	36864	32768		Quin〈que〉 tonorum adinuicem conti-
n	o	p	q	r	s		nuatorum minimi numeri.
6561	5832	5184	4608	4096			Quatuor tonorum adinuicem con-
h	i	k	l	m			tinuatorum minimi numeri.
729	648	576	512				Trium tonorum adinuicem conti-
d	e	f	g				nuatorum minimi numeri.
81	72	64					Duorum tonorum adinuicem con-
a	b	c					tinuatorum minimi numeri.

❡ Si duo/ tres/ quatuor/ quin〈que〉 aut q̄libet toni ſint ꝯtinue i neruo ꝯſtituti: ſic eorū minimos nūeros reperiem⁹. Nā eni nouē ⁊ octo minimi ſunt numeri toni: duco nouem in ſe et ꝓueniat a/ ⁊ nouē in

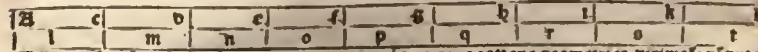
octo ⁊ proueniat b/ ⁊ octo i ſe ⁊ proueniat c. per viceſimãtertiã tertij ⁊ per ſextã quarti arithmetices iter a b ⁊ b c ſũt duo ſeſquioctaui i minimis numeris cõiũcti: ⁊ proinde duo toni in minimis numeris cõtinuari. Et ſi nouẽ duco in a b c ⁊ octo in c ⁊ ſurgant d e f g: per eandẽ iter d e f g tres ſunt in minimis numeris ſeſquioctaui cõſtituti. quare d e f g: ſũt triũ cõtinuatorũ tonorũ mini numeri. Et ſi duco nouẽ in d e f g ⁊ octo in g et ſurgãt h i k l m: per idem qd prius h i k l m quatuor ↄtinuorũ ſeſquioctauorũ minimi ſunt numeri. quare ⁊ quatuor ↄtinuorũ tonorũ. Et ſi rurſum hoc pacto ducis nouem in h i k l m ⁊ octo in m et ſurgant n o p q r s: ipſi erunt quinqꝫ continuorũ tonorũ minimi numeri. ⁊ hoc modo quotquot tonorũ voles: minimos numeros reperias. Attamẽ in modis muſicis tot cõtinue ſubiungere opus non eſt: ſed tonis ſemitonia ſubiunguntur. de quibus poſterior proprius/ accommodusqꝫ expectandus eſt ſermo.

℄ Spacio quolibet p quotlibet equa ſpacia diuiſo: toti⁹ ad totã prime ſectionis ptẽ minor eſt ꝓportio/ ꝙ eiuſdẽ ptis ad totã reliquã prime ſectionis partẽ. Quo fit vt quanto tonus tono ſubiũgitur acutior: tanto ipſũ ↄtractiora ↄtineãt ſpacia. 4



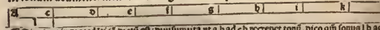
℄ Chordã/ neruũ/ tibiã/ efflatũ aera/ es tinnulũ ⁊ quidquid ſonũ edit in harmonicis modis (vt iam quoqꝫ dictũ eſt) ſpaciũ nũcupamus: in quib⁹ analogie ratio vim/ naturãqꝫ ſeruat eandẽ. Sit ergo a b totũ ſpaciũ p a c/ c d/ d e/ e f/ ⁊ reliquas nouẽ equas partes (vt fit in interuallo toni habẽdo) diuiſum: quotquot eni alias poſueris idẽ valuerit. dico minorẽ eſſe proportionẽ a b ad c b ꝙ c b ad d b. Nã cũ a b poſitũ ſit in nouẽ equas partes per medias notas c d e f ⁊ reliquas diuiſum: c b cõtinet ſolũ earũ partiũ octo: quarũ a b continet nouẽ. ergo a b continet ſpaciũ c b/ et eius octauã partẽ. ſed ⁊ cum c b octo partes parti c d equas contineat: ergo d b continet partiũ totarũ ſolũ ſeptẽ. ergo c b ↄtinet ſpaciũ d b/ ⁊ inſuper ei⁹ ſeptimã partẽ. at octaua pars: per diffinitionẽ minor eſt parte ſeptima. igitur iterũ per diffinitionẽ a b ad c b ꝓportio ſupparticularis: minor eſt ꝙ c b ad d b vtpote q̃ a minore pte denominetur. eſt eni hec a ſeptima parte ſeſquiſeptima ꝓportio: illa vero ab octaua ſeſquioctaua. Et hanc non modo i ſupparticularibus: verũ ⁊ i qbuſlibet medietatibus demõſtrat prima decimi arithmetices vbi ſcꝫ ratio medietaſqꝫ arithmetica cõperiatur. qd ⁊ i dicta ſpacij diuiſiõe ⁊ ſupra (vt propoſitum eſt) ꝓportiõe: inuẽtũ ↄſpiciebatur. ℄ Correlariũ ṽo hic cognoſcatur/ ꝙ totũ p quartã petitionẽ ad ſuam ptẽ grauius ſonat: ps autẽ ad ſuũ totũ acutius. Itaqꝫ ſi tono a b ⁊ c b tonũ ſubiũxeris: ſubiũctus erit acutior. Et qm ſpaciũ c b in nouẽ equas partes partiretur: quarũ quelibet minor erit ſpacio c d qd eius octaua eſt. nã quelibet earũ eſt nona/ ⁊ a maiore numero denoiata. erit igitur ⁊ quelibet earum nouẽ ptiũ: minor ſpacio a c. equa ſunt eni a c ⁊ c d. ⁊ hoc pacto de qbuſlibet ſubiũctis acutiorib⁹ tonis eẽt dicendũ. manifeſtũ eſt igitur vt quãto ton⁹ tono ſubiũgitur acutior: tanto ipſũ ↄtractiora ↄtineãt ſpacia.

℄ Medio extremitatũ toni ſpacio in duo eq̃ diuiſo: ton⁹ minime i duo ſecatur eq̃lia. 5



℄ Hec ⁊ ſequẽtia itelligũtur vt tonus minime i duo equa ratione geometrica dirimatur: nõ autem arithmetica. nã ⁊ hic tonus tonique interuallũ: in duo equa ratiõe arithmetica direptũ eſt. diuido ergo ſpaciũ a b vt prius/ in nouem equa ſpacia: per notas a c/ d e/ f g/ h i/ k b/ manifeſtum eſt a b ⁊ c b eſſe toni extremitates/ tonũqꝫ cõtinere. dico ergo qm a c medio harum extremitatũ itermino/ i duo equa p ſignũ l direpto: tonus minime i duo equa partiatur/ qꝫ ſonus a b ⁊ l b equalis non ſit l b/ ⁊ c b. diuido eni ſingula reliquorũ octo equaliũ ſpaciorũ ↄſimili modo p equalia/ per notas m/ n/ o/ p/ q/ r/ s/ t: manifeſtũ eſt totũ ſpaciũ a b diuiſũ eſſe in 18 equalia ſpacia/ que ſũt a/ l/ c/ m/ d/ n/ e/ o/ ⁊ reliq̃. ergo per p̃cedentẽ minor eſt ꝓportio a b ⁊ l b: ꝙ l b ⁊ c b. eſt eni hec ſeſquiſextadecima: illa vero ſeſquiſeptimadecima. non eſt ergo tonus hoc pacto in duo equa diuiſus. ⁊ ſoni a b l b/ ⁊ l b c b p diffinitionem adinuicem inequales: qui quidem ſoni ecmeles ſunt/ muſicoqꝫ melo perparũ apti.

℄ Toni ſpacio hoc modo diuiſo/ totius medie ſectiõis ſonus: maioris extremi toni ſonum acumine/ minoris vero grauitate ſuperat. 6



℄ Sit a b vt in precedẽti iã dictũ eſt/ diuiſum: ita vt a b ad c b recrepet tonũ. dico qm ſonus l b acumine ſuperat ſonũ a b/ qꝫ idem ſonus l b grauitate vincit c b. Nã a b totũ eſt ⁊ l b eius pars: ergo p quartã petitionẽ a b grauiorẽ ſonum edit ⁊ l b gracilior. ⁊ per eandem quoniam l b totũ eſt ad c b: ſonus l b grauior eſt ſono c b. ſuperat ergo l b/ maius toni extremũ acumine: ⁊ min⁹ grauitate. quod propoſitum erat demonſtrandum.

℄ Tonũ in duo equa/ certo/ conſtitutoqꝫ numero/ diuidi: impoſſibile eſt. 7

℄ Nã per quintã primi huius/ nullũ ſuperparticulare interuallũ/ i plura eq̃lia dirimitur: ⁊ p primã petitionẽ q̃ ꝓportio ſpaciorũ interualli iter ſe/ ea quoqꝫ eſt ⁊ ſoni ad ſonũ. Atqui tonus ex ſupparticulari naſcitur interuallo. naſcitur eni ex epogdoa/ ſeſquioctauaqꝫ ratiõe. igitur ton⁹ minime in duo eq̃lia dirimitur/ diuiditurqꝫ. imo vero neqꝫ i plura duobus equa: vt in tria aut quatuor. ℄ Ex quo facile cognoſcitur Ariſtoxenus muſicus aurũ iudicio cũcta cõmittẽs/ perparũ eſſe ꝓbãdus. q̃ ſemitonia ſecus ꝙ Pytha=

gorici/ nō at hītraƙ eſſe dimidio tono ꝯtractiora: ſed quēadmodū ſemitonia dicūtur/ ita quoqꝫ et eſſe integra tonorū dimidia. Nec minus Martian⁹ Felix ſimili lapſus errore deprehēditur: q̄ nō modo tonum in duo equalia: ſed ⁊ in tria et in quattuor dirimit atqꝫ ſecat. Secat enī in primis tonū in duo equalia: q̄ iccirco hemitonia vocat. Secūdo in tria: ⁊ earꝫ tertiarꝫ quālibet diesim tritemoriā nūcupat. Tertio in q̄ttuor: ⁊ hāc toni partē quartā/ vocat diesim tetartemoriā. q̄ he dieses nūc tertie/ nūc q̄rte toni sūt ptes. Eſt enī tritos terti⁹/ tetartos q̄rtus/ et meros pars ſiue morion pticula. Ponit ⁊ tertiā dieseos acceptionē: vt ea ipsa toni tertia ⁊ tertie dimidia pars dicaƙ. Et ruſum primi modi primeqꝫ acceptiōis dieſes: chromaticas vocat/ ſecūdas vocat enarmonicas/ tertias ꝓ enarmonice diuiſiōis hemiolias/ partim Ariſtoxeno ſimiliter/ partim aūt diſſimiliƙ. Similiter quidē: q̄ Ariſtoxen⁹ toni dimidiū ſemitonū ponat/ ⁊ toni tertiā/ dieſim chromaticā vocet ſed chromatis mollis/ ⁊ toni quartā/ dieſim enarmonicā. at diſſiliter: q̄ toni quartā cū ꝑpria quarte medietate/ vocet dieſim chromatis hemiolij. Et certe vel Martian⁹ in tertia dieſeos acceptiōe nouo errore lapſus putād⁹ eſt: vel cūdē putaſſe hemitonū ⁊ dieſim enarmonici hemiolij idē eſſe. nā cum oīe totū trib⁹ ſuis tertys īte greƙ: vnā ergo tertiarū ⁊ tertie medietatē totius dimidiū implere neceſſe eſt. Sed cū hec ſe latis falſa eſſe prodāt ⁊ nulla ſui parte coherēāt: nō eſt cur in his diutius ſermo ſit ꝓtrahendus. Sic enī qui ſtolidū ſenſus iudiciū ſequētes/ intellectū relinquūt: facile ex diſciplinarū adytis ſe exploſos ſentiunt.

8 ¶ Quicunqꝫ numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni relinquet.

¶ Nam cū tonus ⁊ toni interuallū in ꝓportione ſeſquioctaua ꝯſiſtat: ſui termini erūt nouem ac octo/ aut quicūqꝫ alij qui ſimili ſibi ꝓportione reſpōdeāt. At cū per ſeptimā ſecūdi arithmetices/ ſi vnus idēqꝫ numerus duos multiplicet/ ꝓductorū ⁊ multiplicatorꝫ eadē ſit ꝓportio: ergo quicūqꝫ numerus ducet in terminos ſeſquioctaue/ ſeſquioctauā ꝓducet/ relinquetqꝫ tonū atqꝫ toni interuallū. qđ eſt ꝓpoſitū. Et nō modo de ſeſquioctauo ⁊ toni interuallo id ſentiendū eſt: ſed et de quolibet altero īteruallo.

9 ¶ Omnis numerus: extremorum toni differentia conſtitui poteſt.

¶ Si enī tonus in minimis ꝯſtituaƙ vt ſunt nouē atqꝫ octo: monas differētia eſt/ cū nouenarius atqꝫ octonari⁹ ſola vnitate diſſentiāt. Et ſi ducaƙ binarius in nouenariū ⁊ octonariū/ et ꝓducantur a ⁊ b: per precedētem a et b erūt toni extrema. At vero ꝑ nonā primi arithmetices/ quod ſit ex binario in nouenariū: tantū eſt q̄tum quod ſit ex binario in octonariū et vnitatē. ſed binarius in vnitatem: per cōmune ꝓloquium ſeipſum ꝓducit. igitur extremorū toni a et b: binarius differētia cōſtituitur. Et ſi ducaƙ ternarius in nouem ⁊ octo: eodem quoqꝫ argumēto ternarius extremorū toni differētia cōſtituetur. Et ita quicūqꝫ alter numerus in eoſdē minimos toni terminos duceƙ: idē extremorꝫ toni differentia cōſtitueƙ. Manifeſtū itaqꝫ eſt oēm numerū/ extremorū toni differētiā cōſtitui poſſe. Et quāqꝫ ita eſt: placuit tū Philolao Pythagorico primordiū toni/ primordialeqꝫ eius differētiam ternariū cōſtituere/ qui prim⁹ cubū a ꝓmo impari numero ꝑcreat/ ac gignit. q̄ is numerus apud Pythagoricos maxime honorabilis fuerit. Nam cū ternariū primū quidē īparem numerū tertio duxeris: nouē ꝯſurgūt. que ter ducta: ſeptē ſupra viginti/ ſcꝫ cubum a ꝓmo impari reddūt. at 27 ad 24 tono diſtāt/ tonūqꝫ claudūt interuallū: et horū differentia ternarius cōſtituiƙ. eſt enim ternarius ſumme 24 pars octaua/ que eidem adiecta ſūme ꝑ primū a ternario cubū rurſus inſtaurat atqꝫ ꝑficit. Et idem Philolaus ſummā ſeptem et viginti in duas partes ſecuit 13 et 14: quarū hec maior/ illa ꝟo minor habeƙ. ⁊ hanc primordiū Apotomes facit/ que eſt toni portio maior: illā autē facit ꝑīcipiū dieſeos/ q̄ eſt toni deciſio minor atqꝫ portio/ et quā poſterius ſemitonū minus nūcupabimus. et illarū duarū partium differentiā que eſt vnitas: facit cōmatis principium. Sed de his ſatis.

10 ¶ Numeri dati partem quotā cunqꝫ reperire. Quo ſit vt cuiuſlibet numeri pars ab ipſo ſit numerata: et a denomināte eiuſdē partis ſit denominata.

272	17		306	18		136	17
c	d		g	h		m	n
17	16		18	17		17	8
A	b		e	f		k	l

¶ Quāuis enī numerorū numerātium qui exēplares in aīa ſunt/ vnitas inſecabilis exiſtat: nūerorꝫ tamen numeratorꝫ quales in phyſicis ſūt motuū numeri/ in geometricis linearꝫ ⁊ planorꝫ/ in aſtrologicis tēporū/ in muſicis aūt tonorꝫ atqꝫ interuallorꝫ vnitas aut verius vnū ſectionē recipit. Sit ergo a quicūqꝫ numerus cui⁹ vna partiū denoīata ab b q̄ſita ſit: reſoluo a in oēs ſuas partes denoīatas ab b/ ducendo ſcꝫ denoīantem numerū a in denoīantem partis b/ ita vt ꝓueniat c. manifeſtū eſt partes c ſimul denoīatas ab b: equari toti numero a. diuido igiƙ c per b ⁊ ꝓueniat d: dico d eſſe partē petitā/ et numeratā ab a. hoc eſt a nūero denoīante a. Qꝫ enī ſit pars a denoīata ab b q̄ petita erat: patet. qꝫ a in d per ſeptimā petitionē reproducit c. quare d: eſt pars c denoīata ab b. at c equaƙ a. igiƙ et d pars eſt a denoīata ab b. Sed et q̄ d numereƙ ab a: patet. qꝫ a in b ꝓducit c: ergo ꝑ ſextā petitionē c diuiſo per b/ redibit a. ſed et eodē c diuiſo ꝑ b: ꝑius veniebat d. numerat igiƙ a: ſemel d. et ſic ꝓpoſitio atqꝫ ſuū correlariū: nota ſūt. ¶ Et q̄uis hec vt moſtreƙ placitis ſit: viſus tamen ei⁹ aliquāto latērior/ quē exēplaris deductio facile cuiqꝫ reddet illuſtriorē. vt queſita ſit ꝟbi cauſa ſūme decem ⁊ ſeptē/ pars ſextadecima: duco vtriuſqꝫ denoīantes in ſeinuicē/ hoc eſt 17 et 16/ et ſurgēt 272 ſextedecime. tot enī ſextaſdecimas ꝯtinet nūerus 17 reſolutus. diuido ergo 272 per 16 et ꝓuenīēt 17 ſextedecime: q̄ erūt toti⁹ ſūme partiū 272 pars ſextadecima. quare ⁊ nūeri 17 pars īdē ſextadecima. at 17 ſextedecime

vnitatē cōtinent et vnā ſextādecimā. eſt itaq; vnitas ⁊ vna ſextadecima: dati numeri 17 pars ſexta decima. Et ſi numeri decem ⁊ octo quereret̄ pars ſeptimadecima: duco decem ⁊ octo in decē ⁊ ſeptē et ꝓductum diuido per 17 et veniēt 18 ſeptimedecime / que vnū ꝯplent integrū / vnā ſeptimādecimā. Eſt ergo vnitas et vna vnitatis ſeptimadecima: date ſumme decē et octo pars vna ſeptimadecima. Si vero ſūme decē et ſeptē volo partē octauā reꝑire: duco 17 in octo. et qḋ ꝓductum fuerit diuido ꝑ octo: et ꝓuenient 17 octaue / q̄ duas vnitates ⁊ vnā octauā efficiūt. erūt ergo duo ⁊ octaua vni⁹: tot⁹ ſumme decē ⁊ ſeptē pars octaua. qḋ querebat̄. Et ita in quibuſlibet ſe quiuis valeat exercitare. habent tñ q̄ particulari / exēplariq; demōſtratione ſunt oſtenſa: ad ſequētia pondus ac momentum.

❡Si duo inequales numeri ad eundem minorem cōparentur: maioris ad ipſum maior eſt proportio / et minoris minor. 11

9	8	7
a	b	c

❡Ut ſint a b duo inequales nūeri quoꝝ a ſit maior / et b minor: qui cōparentur ad eūdem minorem c. dico a ad c maiorē eſſe ꝓportionē q̄ꝫ b ad c. Nā cū per octauā petitionē / extremoꝝ a ad c ꝓportio cōpoſita ſit ex ꝓportionib⁹ a ad b ⁊ b ad c vt ſuis partib⁹: ergo ꝓportio b ad c pars eſt ꝓportionis a ad c / et ꝓportio a ad c totū. et cū per vltimū cōmune ꝯloquium / omne totum maius ſit ſua parte: igitur ꝓportio a ad c maior eſt ꝓportione b ad c. et ita de quibuſlibet alijs ſimili argumēto eſt agendum.

❡Seſquiſextadecima proportio: integrum toni dimidium ſuperat. 12

a c	d	e	f	g	h	i	k	b	
l	l.	m	n	o	p	q	r	s	t

❡Quinta huius mōſtrauit medio extremoꝝ toni ſpacio in duo equa diuiſo: tonū minime in duo equa geometrica ratione partiri / et ſectionē hinc ⁊ inde altrinſecus ſeſquiſeptimādecimā / et ſeſquiſextādecimā retinere ꝓportionē. hec vero oſtendit ſeſquiſextādecimā ꝓportionē que illic ex parte intēſionis acuminiſq; relinquit̄: hemitonio / integroq; toni dimidio eſſe maiorē. et ſequēs mōſtrabit ſeſq̄ſeptimādecimam ex grauiori parte ſumptā: eodē toni dimidio eſſe minorē. Sit ergo vt in quinta huius ſpaciū a b in decem et octo equas partes per a c d e f ⁊ reliquas notas diuiſum: ita vt a b earū partiū ꝯtineat decem ⁊ octo / et c b ſedecim / ⁊ l b decem ⁊ ſeptē. manifeſtū eſt a b ⁊ c b (vt prius viſum eſt) eſſe tonū: et l b 17 ad c b 16 eſſe ſeſquiſextādecimā / quā habitudinē dico eſſe integro ſemitonio maiorē. qm̄ enī per decimā huius / vnitas ⁊ ſextadecima vni⁹: eſt ſūme decē et ſeptē / pars ſextadecima. que ſi eidē ſūme adijciat̄ fient decē ⁊ octo / ⁊ ſextadecima vnius. at octodecī ⁊ ſextadecima vni⁹ ad decē et ſeptē: ꝑ diffinitionē eſt ſeſq̄ſextadecima. Sūt ergo decē ⁊ octo ⁊ ſextadecia vni⁹ / ad decē et ſeptē / et decē ⁊ ſeptem ad ſexdecim: due ꝯiuncte ſeſquiſextedecime. ſed decē ⁊ octo ⁊ ſextadecima vnius: ꝑ precedentē maior eſt ſeſquioctaua ad ſedecim. Nā decem et octo ad ſexdecim vt prius viſum eſt: ſeſquioctaua eſt. igit̄ ſeſquiſextadecima bis aucta: tonum / toniq; interuallū tranſcēdit. quare ꝑ nonum ꝯloquium ſeſquiſextadecime ꝓportio: integrum toni dimidiū ſuperat. quidq̄d enī bis auctū trāſcendit aliquid: id vltra eius dimidiū eſſe neceſſe eſt. Ex quo valētiore iure cognoſcit̄ ſeſquiquintādecimā et oēm ꝓportionem ſeſquiſextadecima maiorē: integrum toni dimidium ſuperare.

❡Seſquiſeptimadecima: minor eſt integro toni dimidio. 13

19	1	19	1	18	17	a ad b ſeſquidecimāſeptimam ꝓportionem
d	8	c	17	a	b	ꝯtinet: que īntegro toni dimidio ꝯtractior eſt.

❡Sint a decē ⁊ octo interualli ꝑtes / ⁊ b decem ⁊ ſeptē / c decē ⁊ nouem et vna ſeptimadecima: d ſo decē et nouē ⁊ vna octaua. ꝑ decimā huius a ad b eſt ſeſquiſeptimadecima. et c ad a ſimiliter ſeſquiſeptimadecima. ſunt ergo c ad b due ſeſquiſeptimedecime ad inuicem ꝯiūcte. ſed et per eandē d ad b ſeſquioctaua eſt atq; tonus. d enī cōtinet b et eius partē octauā. at d ad b ꝓportio maior eſt ꝓportiōe c ad b. nam vnius pars octaua maior eſt vna ſeptimadecima: ergo ſeſquiſeptimadecima ꝓportio per decimū ꝯloquiū minor eſt integro ſemitonio. quod enī duplatū non īplet integrū: neq; id quoq; cōtinet dimidiū. Eſt ergo notū ſeſquiſeptimādecimā ꝓportionem integro toni dimidio eſſe minorem. 14

❡Integram toni medietatem: inter ſeſquiſextamdecimam ⁊ ſeſquiſeptimādecimam proportionem cadere neceſſe eſt.

❡Nā per duodecimā / ſeſquiſextadecima maior eſt toni dimidio: ⁊ ꝑ decimātertiā ſeſquiſeptimadecima minor eſt eodē toni dimidio. at ꝑ cōmunē ſcientiā īter maius atq; minus dimidio: ipſū dimidiū cōſiſtere neceſſe eſt. ergo integrum toni dimidiū: inter ſeſquiſextādecimā ⁊ ſeſquiſeptimamdecimā / cadere neceſſe eſt. Sed id in noto / ītegroq; numero / nullo pacto (vt ſeptima huius mōſtrauit) fieri cōtinget: vt neq; in geometricis diameter quadrati / eius coſte certo / conſtitutoq; numero cōmenſurari poteſt. Sed hoc vltimū: ex altero loco requirendum eſt.

❡Semitonium minus: duobus tonis in chorda ſubiungere. 15

| A c | d | c | | | | b |

❡ Intelligitur ſemitoniũ ſubiungi: quando ex acutiori parte duobus quidẽ tonis ad grauiorẽ partẽ relictꝰs / ipſum ſemitoniũ collocatur. ꝑiungi vero: quando ipſũ ex parte remiſſiori duobus tonis adhibetur. Cõtinuo ergo per ſecundã huius duos tonos in chorda a b per notas a c d b. ſitq; a b c b: primus. ⁊ ſecundus: ſit c b d b. qui quia per diffinitionẽ in ſeſquioctaua proportione conſiſtunt / ⁊ ꝑ decimãſeptimã primi huius / duc ſeſquioctaue minores ſunt ſeſquitertia proportione: erit ergo a b et d b minus ſeſquitertio. diuido ergo a b in quatuor partes equas: ⁊ initiũ tertie ſectionis / facio notã e / ita vt e b tres earũ quartarũ contineat. per diffinitionẽ igitur a b ad e b ſeſquitertia proportio eſt. ſed ſeſquitertia proportio a b ⁊ e b: ſuperat duos tonos a b ⁊ d b in proportione d b ⁊ e b. eſt igitur d b ⁊ e b per deſcriptionẽ ſemitoniũ minus: duobus tonis (vt propoſitum erat) ſubiunctum.

16 ❡ Semitonium minus: duobus tonis preponere.

| A c | d | c | | | | | | ! | | b |

❡ Facio a b ad e b ſeſquitertiũ interuallũ ⁊ diuido e b in octo equas partes. et ſupra e verſꝰ a / facio d e vni earũ octo partiũ equã: ita vt d b earũ partiũ nouẽ cõtineat. ⁊ per diffinitionẽ d b ⁊ e b vnũ ꝯſtituunt tonum. Similiter diuido d b in octo equas partes: ⁊ vnã earũ adiũgo ſupra d per notã c. quare iterũ c b ⁊ d b erit tonus. ſuntq; duo toni e b ⁊ c b. ſed a b ⁊ e b ſeſqtertia proportio: maior eſt duobꝰ illis tonis in ꝓportione a b ⁊ c b. eſt igitur per diffinitionẽ a b ⁊ c b ſemitonium minus. quod cum ſit duobus tonis prepoſitum / quoniã ex parte remiſſa illis adiunctum: factum eſt propoſitum.

17 ❡ Duobus tonis: dieſim / ſemitoniumq; minus interponere.

| A d c e b |

❡ Idem dieſim atq; ſemitoniũ minus: hic (vt iam quoq; dictũ eſt) intelligimus. Sit ergo a b ⁊ c b vt in ꝑcedenti ſeſquitertia proportio in tota chorda a b. ad a / c verſus: itẽdo tonũ per notã d. ⁊ ab c verſus a remitto tonũ vt in precedenti factũ eſt per notam e: ita vt a b ⁊ d b ſit tonus / ⁊ ſimiliter e b ⁊ c b tonus. manifeſtũ a b ⁊ c b ſeſquitertiã proportionẽ: ſuperare duos illos tonos in media proportione d b ⁊ e b. eſt igitur per diffinitionẽ d b et e b: ſemitoniũ minus duobus tonis interceptũ / ⁊ ꝓpoſitum.

18 ❡ Semitonij minoris / minimos numeros reperire: et quomodolibet ſemitoniũ minus in chorda vna aut pluribus collocare.

324	288	256	243
f	g	h	k
81	72	64	
c	d	e	
9	8		
a	b		
4	3		
l	m		

❡ Sit a nouenarius ⁊ b octonarius: minimi numeri toni. duco a in ſe / ⁊ a in b / ⁊ b in ſe ⁊ ꝯſurgãt numeri c d e. inter quos per ſextam quarti arithmetices: erunt duo ſeſquioctaui / duoq; toni in minimis continuati. Sit preterea l quaternarius / ⁊ m ternarius. duco l in c d e ⁊ ꝓdeãt f g h: inter quos per ſeptimã ſecundi arithmetices / ſimiliter coniuncti ſunt duo ſeſquioctaui / ⁊ proinde duo toni. duco preterea itidẽ m i c ⁊ ꝓueniat k. per octauã ſcdi arithmetices f ad k: eſt ꝓportio ſeſqtertia q̃ per 17 pmi huius maior eſt f h / ⁊ differẽtia eſt h k. dico ergo h k: eſſe minimos numeros ſemitonij minoris. ꝙ enĩ ſint numeri ſemitonij minoris: per diffinitionẽ notũ eſt. ſed ꝙ minimi: id iã declarandũ eſt. Nã quia c e ſunt in ſua ꝓportiõe minimi: per decimãoctauã tertij arithmetices ſunt cõtra ſe primi. ⁊ q: etiã l ⁊ a q̃ ternarius ⁊ nouenarius ſũt ꝯtra ſe primi. ergo ꝑ vndecimã tertij arithmetices: l eſt primus ad c. ⁊ per decimã eiuſdẽ h qui naſcitur ex l ⁊ e primis eidẽ numero c: erit primus ad c. Rurſus m ⁊ b ternarius atq; octonarius: ſũt adinuicẽ primi. ergo per vndecimã tertij: ⁊ m primus eſt ad c. ſed ⁊ cũ l / m quaternarius ⁊ ternarius ſint etiã primi: ergo ꝑ decimã eiuſdẽ / m etiã primꝰ eſt ad h. Cũ ergo c ⁊ m mõſtrati ſunt primi ad h: ergo per eandẽ decimã tertij / numerus k ex c ⁊ m productꝰ / primꝰ eſt ad h. ſũt itaq; h ⁊ k ſemitonij minoris numeri adinuicẽ primi: quare per viceſimã tertij arithmetices i ſua ꝓportione minimi. qd̾ eſt ꝓpoſitũ quo ad hoc. Et data q̃cũq; chorda / ſi eã diuides ſecundũ numerũ h / ⁊ earũ partiũ accipias ſcđm numerũ k nũeros ſcʒ ſemitonij minoris: vbilibet i eadẽ chorda conſtitutũ erit ſemitonij minoris interuallum. In diuerſis autem facillime idem feceris: ſi eas chordas equales equaliter tenſas vniſonaſq; poſueris / ⁊ partiaris earũ quãcunq; voles ſecundum h quarũ partiũ alterius acceperis ſecundum k: erit tum in pluribus chordis ſemitonij minoris conſtitutum interuallum. quod eſt totum propoſitum.

19 ❡ Semitonium minus: in minore q̃ ſeſquiſeptimadecima ſit / proportione conſiſtit. Quo fit vt regula ſemitonij ſumendi: non ſit differentiam extremorum toni in duo equa partiendo.

324	288	257	5	256	243
f	g	l	17	h	k

¶ Sint vt in precedenti/ h k minimi numeri ſemitonij minoris: vt ducenta quinquaginta ſex/ ⁊ ducenta quadraginta tria. capio per decimã huius: ſeptimãdecimã partẽ numeri k ducẽtorum ſcilicet quadragintatriũ/ eritqꝫ quattuordecim ⁊ quinqꝫ ſeptimedecime. addo itaqꝫ quattuordecim ⁊ 5 ſeptimaſdecimas ad k et fiat l numerus 257 et 5 ſeptimedecime. erit ergo numerus l ad k ſeſquiſeptimusdecimus. at l ducenta quīquaginta ſeptẽ ⁊ quinqꝫ ſeptimedecime: trãſcendit h qui ſolũ eſt ducentoꝝ quinquaginta ſex. conſiſtet itaqꝫ ſemitoniũ minus per vndecimã huius: in minore proportione ꝙ ſit proportio ſeſquiſeptimadecima. quare et a fortiori in minore conſiſtit proportione ꝙ ſit ſeſquiſextadecima. Correlarium hinc notum eſt. Nam hoc pacto partiendo extremorum toni ſpacium: ex quita huius cognoſcũtur ſeſquiſextadecima atqꝫ ſeſquiſeptimadecima altrinſecus cõſtitui. quarũ vtraqꝫ preſens monſtrauit ſemitonij minoris habitudinem eſſe minorem.

¶ Seſquioctauadecima proportio: ſemitonio minore rurſus maior euadit. 20

256 1	256	243
c 2	a	b

¶ Sint a b minimi nũeri ſemitonij mĩoris per decimãoctauã huius reperti: ſex ducẽta quinquagita ſex/ et ducẽta quadraginta tria. capio per decimã hui⁹/ octauãdecimã partẽ nũeri b: quã reperio eſſe tridecim ⁊ ſemis. quã quidẽ addo numero b/ fiatqꝫ aggregat⁹ c. tũc c ad b ſeſquioctauadecima ꝓportio eſt. at c maior numerus eſt a. nam a dũtaxat cõtinet ducenta quīquaginta ſex: c vero equaliũ partium totidẽ ⁊ inſup ſemiſſem vnius. eſt igitur ſeſquioctauadecima ꝓportio: ſemitonio minore maior.

¶ Seſquinonadecima: eſt ſemitonio mĩore minor. Quo fit vt ſemitoniũ minus inter ſeſquioctauãdecimam/ et ſeſquinonamdecimã conſiſtat collocatum. 21

256	255 15	243
a	c 19	b

¶ Sint vt prius minimi termini ſemitonij minoris a et b: dico ſeſquinonãdecimã ꝓportionẽ minorẽ eſſe ꝓportione a ad b. capio enim per decimã huius: nonãdecimã partem numeri b/ quã inuenio eſſe duodecim et quindecim nonaſdecimas. quã partem aducto numero b: ⁊ fiat c. ꝓportio c ad b eſt ſeſquinonadecima. ſed a maius eſt c. igitur per vndecimam huius/ maius eſt ſemitoniũ minus ſeſquinonadecima ꝓportione/ atqꝫ ſeſquinonadecima proportio ſemitonio minore minor. Correlarium vero vt decimaquarta huius: notum eſſe poteſt.

¶ Semitonium maius: in data chorda conſtituere. 22

d a	c								b

¶ Sit a b ⁊ c b ſemitonij minoris interuallum. diuido c b in octo partes equas: quibus equam facio partem c d. ita vt d b nouem contineat. ergo d b ⁊ c b erit tonus. demo igitur a tono d b ⁊ c b ſemitonium minus ſcilicet a b ⁊ c b/ relinqueturqꝫ d b ⁊ a b toni reliqua pars ⁊ qua ipſe ſemitoniũ minus ſuperat. igitur per diffinitionẽ d b ⁊ a b ſemitonium maius eſt in data chorda (vt propoſitum erat) conſtitutum. ⁊ quemadmodũ ſemitoniũ maius collocaſti ad partẽ grauiorem/ ita quoqꝫ ad partem acuminis collocare facillimum eſſet.

¶ Semitonij maioris: minimos numeros reperire. 23

2187	2048		1944
e	d		c
	256		243
	a		b
		8	
		f	

¶ Sint a b minimi numeri ſemitonij minoris ex decimaoctaua huius reperti et f octonari⁹. qm̃ ex demõſtratione decimeoctaue huius f octonarius primus eſt ad b. ergo f nõ numerat b. nõ habet igitur b octauam partem. duco igitur f in b et a ⁊ cõſurgãt c d. per ſeptimã ſecũdi elementoꝝ arithmetices d ad c: vt a ad b. eſt igitur inter d c ſemitoniũ minus/ ſemitonijqꝫ minoris interuallum. et quia c habet partẽ octauã vt b: addo eidẽ numero c partẽ octauã eius b: et coaceruatus fiat e. cõtinet igitur e numerum c/ et partem eius octauã. quare e c tonus. ⁊ quia tonus e c ſuperat ſemitoniũ minus d c

 2187
2048

interuallo e d:ergo e d ſunt nũeri ſemitonij maioris. Qr autẽ ĩdẽ ſint minimi: facile ex decimaquita 139
tertii arithmetices cognoſcas/ diſtrahendo d ab e/ ⁊ quod reliquũ fuerit/ iterũ quoties potes diſtra= 102
hendo ab d. et hoc pacto deinceps. ⁊ videbis ad vltimũ relictã vnitatem: eritq; modo qui ad lat⁹ ap= 37
paret diſtractio. quare per eandem decimãquintam: d et e ſunt adinuicem primi. ſunt igitur per vi= 28
ceſimam eiuſdem: in ſua proportione minimi. quod eſt propoſitum. 9

14 ¶Semitonij maioris habitudo: ſeſquiquintãdecimã ſuperat ꝓportionem. 1

2187	2184 8	2048	136 8	
a	c 15	b	d 15	

¶Sint a b minimi termini habitudinis ſemitonij minoris per precedentẽ reperti: dico habitudinẽ a ad b maiorẽ eſſe ſeſquiquitadecima. ſumo enĩ (vt in p̃cedentib⁹ iam ſepe factũ eſt) p decimã hui⁹: quintãdecimam partẽ numeri b. et hec inuenit/ centũ trigintaſex/ ⁊ octo quĩtedecime vnius: q̃ ſit d. adducio ergo d ad b ⁊ fiat c: certũ eſt c ad b eſſe ſeſquiquintãdecimã. at c minor numerus eſt q̃ a. eſt enĩ a numerus duũ miliũ centũ octuagintaſeptẽ: c autem ſolum duũ milium centũ octuagintaquattuor ⁊ fere ſemis paulo amplius. Eſt igitur per vndecimã huius: ſemitonij maioris habitudo ſeſquiquinta decima ꝓportione maior/ eamq; ſuperans. quod eſt propoſitum.

25 ¶Apotomes interuallum: minus eſt ſeſquiquartodecimo interuallo. Unde manifeſtum eſt ſemitonij maioris proportionem: inter ſeſquiq̃ntãdecimam ⁊ ſeſquiquartamdecimam reperiri collocatam.

2194 4	2187	2048	146 4	
c 14	a	b	d 14	

¶Apotomen ⁊ ſemitoniũ maius: idem eſſe iam diximus. Sint ergo a b minimi nũeri ſemitonij maioris: vt duo milia centũ et octuagintaſeptẽ/ et duo milia quadragintaocto. ſumo per decimã huius quartãdecimã partẽ b ſcʒ duum miliũ et quadragintaocto: quã inuenio eſſe centũ quadragintaſex/ et quattuor quartedecime/ que ſit d. addo eam quartãdecimã ad b: et fiat numerus aggregatus c. tũc numeri c ad b ſeſquiquartadecima ꝓportio eſt. at c maior numerus eſt a. ſiquidẽ duo milia quadragintaocto/ et centum quadragintaſex/ et quatuor quartedecime: ſummã ſimul attollunt c/ duũ miliũ centũ nonagintaquattuor/ et fere quartã vnius. et a ſolum ſumma eſt duũ miliũ centum octuaginta ſeptem. cõſtat ergo per vndecimã huius: ſeſquiquartãdecimam ꝓportionem maiorem eſſe ſemitonio maiore atq; propoſitũ. Correlarium: vt p̃cedentium correlaria notum eſt.

26 ¶Semitonium minus atq; ſemitonium maius/ in ſuperparticulari proportione non cadunt: ſed ea in ſuperpartiente ratione conſiſtere neceſſe eſt.

¶Nam ſemitoniũ minus per correlarium viceſimeprime huius: cadit inter ſeſquioctauãdecimam ⁊ ſeſquinonãdecimam. atqui inter ſeſquioctauãdecimã et ſeſquinonãdecimã: nulla cadere valet intercepta/ mediaq; ſuperparticularis habitudo. ſunt enĩ ille ſupparticulares proxime maior atq; minor. igitur ſemitoniũ minus: in ſuperparticulari ratione conſiſtit. neq; per idem ſemitoniũ maius. Nam per correlarium p̃cedentis: cadit in aliqua ꝓportione media inter ſeſquiquintãdecimã et ſeſquiquartamdecimam duas proximas ſuperparticulares/ que ſupparticularem mediã nullã admittunt. non igitur ſemitoniũ maius: cadit in ſuperparticulari ratione. ſed ⁊ cum rationes ſemitonij minoris atq; maioris/ multis ſuperparticularibus (vt iam viſum eſt) ſint minores: erunt etiã minores ratione dupla/ que multiplicium minima eſt/ vt que a minimo numero denominetur. nullus enĩ numerus binario minor. non eſt ergo ſemitonij minoris habitudo multiplex: ſimiliter neq; ſemitonij maioris. relinquitur igitur a ſufficienti diuiſione/ cum ille ſint inter maiorẽ terminũ/ ⁊ minorem: eas eſſe ĩ ſuppartienti genere. quod eſt propoſitum. ¶Id tamen ꝓpter ſophiſtas aduertere licet: q᷑ ton⁹ ⁊ ſue partes/ conſonantie/ et conſonãtiarum partes intenſe/ ſemper in ſupparticulari/ ſuperpartienti/ aut multiplici habitudine cadũt. remiſſe vero: in ſubſupparticulari/ ſubſuperpartiẽti/ aut ſubmultiplici. At vo etſi ita eſt: ſolemus tamen eas omnes dicere eſſe in ſuperparticulari habitudine/ ſuperpartienti/ aut multiplici/ idem ſupparticulare et ſubſuperparticulare reputãtes/ et pro vno computãtes. ſimiliter ſuperpartiens et ſubſuperpartiens/ et multiplex et ſubmultiplex.

27 ¶Muſicum comma in chorda reperire.

a	f	g	c b
256		243	
d		e	

¶Sit a b chorda ſupra quam ſit propoſitũ reperire muſicũ comma: in qua a b et c b ſit ſeſquioctaua proportio atq; tonus. ſint preterea d e minimi termini ſemitonij minoris. diuido ſpaciũ a b in partes equales ſecundũ d: ex quarum numero ab ipſo b verſus a/ capio ſecundũ numerũ e/ ⁊ in termino earũ pono notam f. tunc que ꝓportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b ſemitoniũ minus. Rurſum c b ſpacium ſeco in equas partes ſecũdum numerũ e: et earum partium ab ipſo b verſus a metiendo/ ſumo ſecũdum numerum d/ et in earum termino pono notam g. manifeſtũ etiã eſt g b ⁊ c b eſſe ſemi=

tonium minus.ſed et cum a b et f b probatū ſit etiā ſemitoniū minus. ergo interuallum f b et g b eſt quo ſeſquioctaua proportio a b et c b:maior eſt duobus ſemitonijs minoribus.eſt igitur per diffinitionem i b et g b inuentum muſicum cōma:quod erat monſtrandum.

Comma: in minimis numeris conſtituere. 28

531441	524288		497664	472392
k	g		h	i
	65536		62208	59049
	c		d	e
	256		243	
	A		b	
		8		
		f		

Sint a b minimi numeri ſemitonij minoris.duco a in ſe ⁊ in b/et b in ſe ⁊ exurgāt c d e:eruntq; c d
531441 et d e duo ſemitonia minora cōiuncta.ſit preterea f octonari⁹: qui ex decimaoctaua huius eſt prim⁹
524288 ad b. quare per vndecimā tertij arithmetices/⁊ primus ad e.nō habet igitur e octauam.duco ergo f
7153 octonarium in c d e:et proueniant g h i/vt i ſcilicet oriatur ex f in e.certum eſt etiā inter g h et h i
2119 eſſe duo ſemitonia minora. et quia e eſt octaua pars i:addo e ⁊ i ſimul/ſitq; eorū aggregat⁹ k. dubiū
796 nullum eſt k ad i eſſe ſeſquioctauā:et k g eſſe proportionem/qua ſeſquioctaua maior eſt g h et h i duo-
527 bus ſemitonijs minoribus. ſunt igitur k g numeri cōmatis.ſed ꝙ ſint minimi ex decimaquinta tertij
269 arithmetices notū eſt.Nam ſubſtracto vt eaipſa docet g ab k/et eo quod relictū eſt ſubſtracto quoad
258 poteſt ab g/et ſic deinceps:tandem(vt ad latus adiectū apparet)relinquitur vnitas. Et quēadmodū
11 cōma duabus dieſibus eſt prepoſitum:ita quoq; facillimum eſt cōma duabus dieſibus ſubiungere/
5 aut duabus interſerere.
1

Seſquiſeptuageſimaquarta:commatis proportione tranſcenditur. 29

531441	531372 72	524288	7084 72	
A	d 74	b	c 74	

Sint eni a b minimi numeri cōmatis/per precedentē reperti. elicio per decimā huius: ſeptuageſimamquartā b/ que ſit c.adiicio itaq; b et c ſimul:et coaleſcat aggregeturq; numerus d. qui ſi ad b cōferatur:cōperitur ſeſquiſeptuageſimuſquartus.atqui idem d minor a eſſe deprehenditur.ſuperat ergo per vndecimam huius:ratio cōmatis ſeptuageſimamquartam proportionem.

Commatis ratio:ſeſquiſeptuageſimatertia proportione minor eſt. vnde fit vt cōmatis ratio:interſeptuageſimāquartam et ſeptuageſimātertiam conſtituta reperiatur habitudinem. 30

531470 2	531441	524288	7182 2	
d 73	A	b	c 73	

Sint a b/ vt prius/minimi numeri cōmatis.capio ſeptuageſimātertiā partē b:q̄ ſit c.iūgo b ⁊ c ſimul:⁊ aggreget̄ d.eritq; d ad b ſeſq̄ſeptuageſimuſterti⁹.et d maior a eſſe ꝯſpicit̄.ergo cōmatis ratio per vndecimam huius/ſeſquiſeptuageſimatertia proportione minor eſt : quod erat monſtrandum.
Correlarium vt alia notum eſt. 31

Commatis ratio:in ſuperpartiente ratione conſiſtit.

Non eni in ſuperparticulari cōſiſtet: quādoquidē due ſuperparticulares proxime ſeſquiſeptuageſimaquarta et ſeſquiſeptuageſimatertia/omnē prorſus mediā excludant ſuperparticularē.⁊ tāto minus in gn̄e multiplici cōſiſtere valebit: vt que ſeptuaginta duas ſuperparticulares habeat ſe maiores. relinquitur ergo vt ea in ſuperpartiēte genere conſiſtere poſſit.eſt eni ea maioris et minoris habitudo.

Rationes ſchiſmatis atq; diaſchiſmatis:ſūt ignote/atq; irrationales. Quo fit vt quarum minimi numeri tetragonicū latus non habeant: medietatū rationes ignote irrationaleſq; ſint omnes. 32

256	243				
A	b	c	d	e	
531441	524288				

Eas rationes ignotas atq; irrationales dicim⁹:q̄ nullo certo/cōſtitutoq; numero deſignari valēt vnq̄.vt neq; in geometricis diametri et coſte quadrati proportio:quales ſchiſmatum/diaſchiſmatūq;

proportiones eſſe dicim⁹. Sint ergo primo a b minimi numeri ſemitonij minoris: p decimãoctauam hui⁹ inuenti. b enĩ (vt illic quoqꝫ mõſtratũ eſt) naſcit̃ ex nouenario in ſe / ⁊ ternario in ꝓductũ nouenarij in ſe. at numerus ꝙ ex ductu nouenarij in ſe exurgebat / erat quadratus: et ternarius nõ eſt quadratus. ergo per decimãquartã ſexti arithmetices b minus ſemitonij minoris extremũ / ex ductu q̃dẽ non quadrati in quadratũ ꝓueniens: nõ eſt numerus quadratus. ſi poſſibile eſt ergo vt diaſchiſmatos ꝓportio in nũeris ſit nota: ſint ergo per ſextã quarti arithmetices duo diaſchiſmata in minimis c d e cõiuncta. manifeſtũ enĩ eſt cũ diaſchiſma ſit ſemitonij minoris dimidiũ: c d ⁊ d e ſimul eſſe ſemitoniũ minus / et c ad e eſſe ſemitonij minoris interuallũ. ſed et cũ ꝓportiones c d ⁊ d e ſint cõtinuate in minimis: ergo per quintã quarti arithmetices / c e ſunt in ſua ꝓportione minimi. ſũt ergo minimi in ꝓportione ſemitonij minoris. ſed ⁊ tales poſiti ſunt a et b. igitur c ⁊ e ijdem erũt numeri cũ a et b: ſcꝫ c idem a / et e idem b. Preterea quia que ꝓportio c ad d ea eſt d ad e: ergo per ꝓmã ſexti arithmetices c numerus eſt quadratus / ⁊ e numerus quadratus. quare ⁊ b idẽ numero e etiã quadrat⁹. at b demõſtratus eſt non quadratus. erit itaqꝫ idem numerus quadrat⁹ et nõ quadrat⁹: quod eſt impoſſibile. nõ igitur diaſchiſma note ꝓportionis habebitur. Et idem de ꝓportione ſchiſmatos monſtrabit̃ / ſint enĩ a b ſubter deſignati minimi numeri cõmatis. quia per viceſimãoctauam huius b minor ꝓportionis cõmatis terminus: ſit ex ductu octonarij in quadratũ lateris ducentor̃ quinquagintaſex. ⁊ octonari⁹ non eſt quadratus: ergo per decimãquartam ſexti arithmetices b minor terminus cõmatis / non eſt quadratus. nõ igitur / ſimili vt prioris partis demonſtratione: a b certis deſignatiſqꝫ numeris poteſt equis ꝓportionibus diduci. eſt igitur ſchiſmatos eius ſcilicet medietatis ratio ignota / atqꝫ irrationalis. Correlatium ex modo demonſtrationis notum eſt.

33 Tonus: duobus ſemitonijs minoribus: et commate conſtat.

¶ Nam ratio ſeſquioctaua: duobus ſemitonijs minoribus / atqꝫ vno commate conſtat. ſuperat enim duas dieſes duoqꝫ ſemitonia minora vno cõmate. at tonus in eadem ratione conſiſtit. conſtat igitur tonus ex duobus ſemitonijs minoribus et commate.

34 ¶ Tonus a duobus ſemitonijs minoribus: vno commate diſtat.

¶ Nam ſubſtracto a ſeſquioctaua ꝓportione vno cõmate relinquũtur duo ſemitonia minora: igitur et eodem cõmate a tono diducto due dieſes ⁊ duo ſemitonia minora relinquũtur. diſtat ergo tonus a duobus ſemitonijs minoribus: vno commate.

35 ¶ Semitonium minus tribus cõmatibus maius eſt: minus vero quattuor. vnde manifeſtum eſt apotomen: plura quattuor et pauciora quinqꝫ continere cõmata.

r	277531995223258301621530747994112
q	328128389443693511257285776231761
p	263600051952401802360312389697536
o	2178396179632950626746368
n	2153693963075557766310747
m	2067895430987964852731904
l	17098604835172352
k	16677181699666569
h	16251265527136256
g	134217728
f	129140163
e	127401984
d	524288
c	531441
b	243
a	256

¶ Non eſt greca curioſitas calculi labore deterrita: quo minus quot commata in dieſi / quot in apotome / quot deniqꝫ in tono ſint / perueſtigaret. quod niſi a prioribus tentatum cognouiſſem / cum id quoqꝫ plus laboris q̃ (vt michi viſum eſt) in muſicis modulationibus vſus / vtilitatiſqꝫ afferat: miſſum feciſſem. qui tamen id cognoſcere deſiderauerint: hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri ſemitonij minoris / et c d minimi commatis: per decimamoctauam et viceſimamoctauam huius reperti. duco b in c et d et prouenĩant e f / et a in c et veniat g: per ſeptimam ſecundi arithmetices f ad e eſt commatis habitudo. et per octauam eiuſdem: g ad e habitudo dieſeos / ſemitonijqꝫ minoris. Deinde duco e in e / et f in f / et e in g: et naſcantur h k l. per ſextam quarti arithmetices perq̃ facile cognoſci poteſt k h / continere duo commata: et per ſeptimam ſecun

di eiuſdem l ad h eſſe ſemitonium minus. deinde duco d in h / et e in k / et d in l: et eo ordine veniãt m n o. per eandem ſextam quarti cognitu faciliimũ eſt n m continere tria cõmata. et per ſeptimam ſecundi: o m cõtinere ſemitoniũ minus. at n numerus cognoſcitur eſſe minor o. ergo o ad m ſemitonium minus: tria vincit / exuperatqꝫ cõmata. Deinde duco h in h et k in k ꝛ h in l. et ſuo ordine exurgant / oriantur qꝫ p q r. manifeſtũ eſt per idem qđ prius: q p continere quattuor cõmata / ꝛ r p cõtinere ſemitoniũ minus. at numerus r minor eſt numero q. igitur quattuor cõmata: amplius ſunt ſemitonio minore. Correlariũ autem hinc notum eſt: ꝙ ſemitoniũ maius ſolo cõmate ſuperat ſemitoniũ minus. atqui ſemitoniũ minus: plura tribus et pauciora quattuor vt modo viſum eſt / ↄtinet cõmata. igitur vnico ſuperadiecto cõmate: ſemitoniũ maius quod vocant apotomen / plura quattuor et pauciora quinqꝫ continere eſt neceſſe.

Tonum: plura ſeptem continere commata neceſſe eſt. 36

Nam tonus ex ſemitonio minore ꝛ apotome coaleſcit atqꝫ ↄſtituitur. at ſemitoniũ minus per penultimã tria continet cõmata ꝛ amplius: et per precedẽtem apotome quattuor et amplius. tria autẽ et quattuor ꝛ amplius: ſeptẽ ſunt et amplius. igitur tonus plura ꝙ̃ ſeptẽ continet cõmata.

Secundi elementorum Muſicalium finis.

Seſquitonus: eſt qui tonum ac ſemitonium minus continet. quẽ et trihemitoniũ / triſemitoniũqꝫ: inferius dicemus.
Ditonus: eſt qui duos complectitur tonos.
Tritonus vero: qui tres.
Conſonãtie ſimplices ſunt: diateſſaron / diapente / et diapaſon.
Compoſite vero: diapaſon diapente / bis diapaſon.
Diateſſaron: eſt ↄſonãtia / q̃ ex interualli ſeſq̃tertia rõne naſcit̃.
Diapente: que naſcitur ex ſeſqualtera.
Diapaſon vero: que ex dupla.
Diapaſon diapẽte: eſt quã adinuicẽ iũcte ↄſtituũt diapaſon ac diapẽte ↄſonãtie.
Bis diapaſon: eſt quam coniungunt due diapaſon conſonantie.

Nec altius aſcendũt Pythagorici: ꝙ altius aſcendentibus voces quoquo pacto illis ſtridule viſe ſint. et ꝙ vnicuiqꝫ ferme ſue vocis modũ / limiteſqꝫ ad cõſonantiam bis diapaſon natura fecerit / qꝙ habita contẽplatione muſica aduſqꝫ conſonãtiam bis diapaſon: reliquã vt habeatur ꝙ̃ faciliimã putauerũt / vt qui ad ter atqꝫ quater diapaſon muſicos modulos aptare voluerint. et hac quoqꝫ de cauſa muſici ferme oẽs in definiẽda / determinãdaqꝫ atqꝫ tradenda diſciplina muſica limites Pythagore nõ tranſcendũt: putantes eius limitibus cõtenti / et priſcam / veteremqꝫ authoritatẽ ſecuti / ſufficiẽter determinaſſe. quod et nos in hoc opere tentabimus imitari.

Seſquitonus: inter ſeſquiquintam atqꝫ ſeſquiſextam collocatus eſt. vnde fit vt etſi ſeſquitonus iocunde / ſuauiterqꝫ auditum feriat: nondũ tamen conſonãtia ponendus ſit. 1

291 3	288	253 3	256	243	48 3	40 3
d 5	a	e 6	b	c	f 5	g 6

Sit ergo a ducenta octuaginta octo: b vero ducenta quinquagintaſex / et c ducenta quadraginta tria. per decimãoctauam ſecũdi huius: manifeſtũ eſt a ad b eſſe tonũ / ꝛ b ad c eſſe ſemitoniũ minus. quare a ad c per diffinitionẽ erit ſeſquitonus. quẽ dico in ꝓportione minore conſiſtere / ꝙ̃ ſit ſeſquiquinta: et maiore ſeſquiſexta. Nam capio per decimã ſecũdi huius quintam partem c: et veniet numerus 48 et tres quinte qui ſit f. addo igitur f ad c ꝛ aggregatus fiat d: qui maior inuenitur ꝙ̃ a. igitur per vndecimam ſecundi huius: d ad c ꝓportio maior eſt ꝙ̃ a ad c. At vero d ad c ſeſquiquinta eſt. eſt itaqꝫ ſeſquitonus in ꝓportione minore cõſtitutus: ꝙ̃ ſit ſeſquiquinta proportio. Capio deniqꝫ per eandem decimã ſecundi ſextã partem c: et veniet michi numerus 40 et ſemis qui ſit g. aggregatꝰ igitur g ad numerũ c: reſtituat numerũ e. certũ eſt numerũ e minorem eſſe ꝙ̃ a. quare vt prius / a ad c ſeſquitonus: maior eſt ꝙ̃ e ad c / qui in ſeſquiſexta ꝓportione cõſtituitur. quod eſt ꝓpoſitũ. Correlariũ etiam cognoſcitur. ꝛ primũ ꝙ ſeſquitonus ſuauiter feriat auditũ: cuiuſlibet muſicis modulatiõibus intẽti / fidem facit ſenſus. ꝙ vero nondum conſonantia ſit: ideirco euenit ꝙ ſeſquitonus in ſuperparticulari ratione non ↄſiſtit. quãdoquidẽ inter ſeſquiquintã et ſeſquiſextã proximas ſuperparticulares: nulla cadit interſites / mediaqꝫ ſupparticularis habitudo. neqꝫ quidem eſt in multiplici genere: quoniã per vndecimã primi huius dupla ꝓportio que multiplicũ minima eſt / ex ſeſqualtera / et ſeſquitertia ꝓportione maximis quidẽ ſuperparticularibus / exurgit atqꝫ naſcitur. conſonãtia autem omnis ꝑ diffinitionem in ſuperparticulari aut multiplici ratione conſiſtit. eſt ergo totum propoſitum notum.

2 ¶ Itidem ditonus/inter ſeſquitertiam atq; ſeſquiquartam medius:minime muſicam complet atq; perficit harmoniam.

85 1		81		80		72		64		21 1		16
D 3		A		E		B		C		F 3		G

¶ Harmoniã et conſonãtiam idem dicimus:et huius vt pcedentis procedit demõſtratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis conſtituti:vt 81/72/64. dico ditonum a ad c:conſiſtere in proportione minore ſeſquitertia/et maiore ſeſquiquarta/et muſicam conſonãtiam haudquaq; perficere. Capio enim tertiã partem c per decimã ſecũdi huius/vt ſepe factũ eſt:et venit vnũ et viginti cum triente vnius/qui numerus ſit f.addo itaq; f 21 & trientẽ ad numerũ c 64:et aggregatus eſt 85 cũ tertia parte vnius qui idẽ ſit d.manifeſtũ eſt d ad c eſſe ſeſquitertiũ. at d maior eſt a. continet enim a dũtaxat vnum et octuaginta:d vero octuaginta quinq; et amplius. eſt ergo ſeſquitertia proportio:ditono maior. Et rurſum capio quartam partem c que ſit g:quam addo ad c & ſurgat e/qui erit ad c ſeſquiquartus.at a maior eſt e. igit̃ per vndecimã ſecũdi huius:ditonus ſeſqquartũ tranſcendit. et cum inter ſeſquitertium et ſeſquiquartum nullus cadat ſuperparticularis medius/neq; multiplex:erit ergo ditonus in proportione ſuperpartiẽte collocatus. quare muſicam conſonãtiam (etſi in muſicis modulationibus ſit euphonus ſuauiterq; auditum feriens)nondum tamen perficit.

3 ¶ Ditoni interuallum:ſola ſeſquitonum ſuperat apotome.

¶ Nam ſeſquitonus vnum tonum continet integrum:et ſecũdi toni continet ſemitonium minus. ſed cum tonus ex ſemitonio minore & apotome conſtet euadatq; coalitus. ergo ſeſquitono ad ſecũdi toni completionẽ:ſola deeſt apotome. at ditonus ſolos duos incolumes/integroſq; poſſidet tonos. ergo ditoni interuallum:ſola apotome/ſoloq; ſemitonio maiore/ſeſquitoni ſuperat interuallum. quod eſt propoſitum.

4 ¶ Diateſſaron conſonantiam:in data chorda collocare.

4	3			
A	c	d	e	b

¶ Cum enim epitrita/ſeſquitertiaq; proportio/cõſonãtiam diateſſaron creet:iccirco data quacunq; chorda vt a b eam in quattuor equas portiones diuido. vt a c/c d/d e/et e b. et dico a b ad c b:cõſonare diateſſaron. Nam a b continet c b:et inſuper a c/que tertie parti c b equatur. eſt ergo interuallũ a b:ſeſquitertiũ ad c b. ergo a b ad c b/per diffinitionẽ cõſonat diateſſaron:et conſonãtia diateſſaron in chorda a b data/collocata. quod eſt propoſitum.

5 ¶ Tritonus:conſonantiam diateſſaron tranſcendit.

¶ Nam per decimãoctauam primi:tres ſeſquioctaue proportiones/amplius ſunt ſeſquitertio interuallo. atqui in tribus ſeſquioctauis:per diffinitionẽ tres conſiſtunt toni. igitur in tribus ſeſqoctauis conſiſtit tritonus. & in epitrito/ſeſquitertioq; interuallo:conſiſtit conſonãtia diateſſaron. igitur conſonantiam diateſſaron tranſcendit/vt proponebatur:tritonus.

6 ¶ Conſonantiã diateſſaron:duobus tonis atq; ſemitonio minore cõſtare neceſſe eſt. Unde facile comparatũ eſt:ſeſquitonum tono/et ditonum ſemitonio minore citra diateſſaron concentũ deficere. Compertũ item eſt cõſonantiã diateſſaron:quinq; dieſes et duo commata continere.

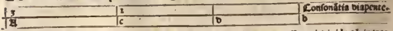
Diateſſaron conſonantia.			
A c			b

¶ Sit a b et c b conſonãtia diateſſaron. dico eam duobus tonis & ſemitonio minore cõſtare. Nam cũ a b et c b ſit diateſſaron:erit a b et c b per conuerſionẽ diffinitionis ſeſquitertius. at cum ſemitoniũ minus:per diffinitionẽ ſit id quo ſeſquitertia duobus tonis maior eſt. continet ergo a b et c b:ſemitonium minus et duos tonos. igitur conſonãtia diateſſaron:duobus tonis/ſemitonioq; minore conſtat. Et primũ correlariũ:hinc facile cognoſcitur. Cum enĩ ſeſquitonus ſolum tonũ & ſemitoniũ minus contineat:deeſt igitur ipſi ad conſonãtiam diateſſaron cõplendam per preſentẽ vnus tonus. Et cum ditonus ſolum duos cõplectat̃ tonos:deerit ipſi ad eandem cõplendam ſemitoniũ minus. Secũdum vero hinc haud difficile perſpicitur cognitum. Nã cum tonus per triceſimãtertiã ſecundi duas dieſes et vnum comma cõtineat:duo toni quattuor dieſes et duo cõtinebunt cõmata. at per preſentem diateſſaron conſonantia:duobus tonis vnam dieſim ſuperaddit. continet igitur cõſonantia diateſſaron:quinq; dieſes atq; duo cõmata. quod eſt totum propoſitum.

¶ Quinqꝫ toni: duas diateſſaron conſonātias vno commate vincunt/ euadūtqꝫ maiores. 7

¶ Putauit Ariſtoxenus muſicus diateſſaron cōſonantiam duobus tonis et integro ſemitonio conſtare. et proinde duas diateſſaron cōſonātias: quinqꝫ tonos īplere. cuius error ex tertio muſices diui Seuerini Boetij/ et ex hac ⁊ precedēte: facile cōuincitur. Nam per p̄cedentē cōſonantia diateſſaron nō ex duobus tonis et ſemitonio integro cōſtat: verū ex duobus tonis et ſemitonio minore. quod ex viceſimaprima ſecūdi: inter ſeſquioctauā decimā et ſeſquinonā decimā proportionē collocatur. integrum autē ſemitoniū per decimāquartam eiuſdem: inter ſeſquiſextā decimā ⁊ ſeſquiſeptimā decimā collocaret. diminutius eſt ergo ſemitoniū minus integro ſemitonio. Quia ergo (vt per precedentem dictū eſt) cōſonantia diateſſaron duos tonos/ et ſemitoniū minus continet: due igitur diateſſaron cōſonantie cōtinebunt tonos quattuor/ et duo ſemitonia minora. et quia p̄ triceſimātertiā ſecūdi: tonꝰ continet duo ſemitonia minora et vnum cōma. ergo due diateſſaron conſonātie: quinqꝫ tonos vno cōmate minus/ continēt. quinqꝫ igitur toni: duas diateſſaron conſonātias vno cōmate vincūt atqꝫ euadunt maiores. quod intendebatur.

¶ Conſonantiam diapente: in aſſignato neruo conſtituere. 8



¶ Sit aſſignatus numerus a b ſupra quē iuſſum ſit cōſonantiā diapente collocari. diuido a b in tres adinuicem equas partes per notas a c d b: ita vt a b tres cōtineat/ et c b earū cōtineat duas. erit per diffinitionē a b ad c b: hemioliū/ ſeſqualterūqꝫ interualliū. ſed cōſonantia diapente: per diffinitionem ex ea interualli ratione naſcitur. ergo a b ad c b conſonabit diapente. eritqꝫ a b ad c b in data chorda aſſignatoue neruo/ conſonantia diapente collocata.

¶ Tres toni: conſonātia diapente minus ſunt. et quattuor: eandem conſonantiā tranſcendunt. 9

¶ Etſi ex quinta huius ſatis cognoſcit̄ tritonū nō poſſe efficere diapente cōſonantiā: hec etiā oſtendit tritonum diapēte conſonātia eſſe minorē. Nam per decimāoctauā primi huius: tres ſeſquioctaui minus ſunt ſeſqualtero interuallo. et per decimānonam eiuſdē: quattuor ſeſquioctaui ſeſqualterum ſuperant interualliū. conſonātia autem diapente: in ſeſqualtero ſita eſt. ergo tres toni in tribus ſeſquioctauis conſtituti: minus ſunt conſonantia diapente. et quattuor toni in quattuor cōſiſtentes ſeſquioctauis: eandem conſonātiam magnitudine tranſcendunt. quod eſt totum propoſitum.

¶ Conſonantia diapente: tribus tonis/ ſemitonioqꝫ minore conſtat. Quo fit vt a diapente ſubducto tono: diateſſaron conſonantia relinquatur. ſubducta autem diateſſaron conſonantia: relinquatur et tonus. 10

¶ Nam per decimāquintam primi ſi a ſeſqualtero īteruallo ſeſquitertiū demptū fuerit: relinquetur ſeſquioctauum. ſed vt in demōſtratione ſexte huius viſum eſt: ſeſquitertiū continet duos tonos cum ſemitonio minore. ergo conſonātia diapēte ſeſquioctauū hoc eſt tonū/ vltra duos tonos cum ſemitonio minore continens: tribus tonis et ſemitonio minore conſtabit quēadmodum propoſitum eſt. Correlarium cognoſcitur. Nam diapente per preſentē continet tres tonos cum ſemitonio minore. at ſubtracto tono: reſidui ſunt duo toni/ atqꝫ ſemitoniū minus. et per ſextam huius duo toni cū ſemitonio minore: conſtituūt conſonantiā diateſſaron. ſubſtracto igitur tono a conſonantia diapente: relinquitur diateſſaron. ſed et cum diapente cōſtet ex tribus tonis cum ſemitonio minore: ſubſtracta ergo diateſſaron conſonātia que duobus tonis et ſemitonio minore completur/ relinquetur (quēadmodū ſecunda pars correlarij proponit) tonus. quod eſt totum correlarium.

¶ Diapente conſonantia: minus octo ſemitonijs minoribus continet. 11

¶ Nam cum tonus vnus/ duo ſemitonia minora ⁊ vnum cōma contineat: tres toni et vnū ſemitoniū minus/ ſeptem ſemitonia minora ⁊ tria cōmata continebunt. at tria commata per triceſimāquintam ſecundi huius: ſemitonio minore ſunt cōtractiora. ergo diapente que per precedētem tribus tonis et ſemitonio minore conſtat: minus octo ſemitonijs minoribus cōtinebit. ſed quēadmodum facile monſtratum eſt diapente conſonātiam nōdum octauum attingere ſemitoniū minus/ octauāqꝫ dieſim: ita quoqꝫ facile monſtratu eſſet/ eandem conſonātiam nōdum ſeptimam attingere apotomen.

¶ Diapente conſonantia: ditono/ ſeſquitonoqꝫ coniungitur. 12

¶ Nam diapente per penultimā tribus tonis et ſemitonio minore conſtat. et ditonus et ſeſquitonus ſimul tres tonos et ſemitoniū minus efficiunt. igitur ditonus atqꝫ ſeſquitonus pariter copulati: cōſonantiam diapente iungunt. quod intenditur.

¶ Conſonantiarū diapēte ⁊ diateſſaron: tonus differētia eſt. Quo fit vt diateſſaron conſonantia/ adiuncto tono: conſonantiam diapente reſtituat. 13

Differentia hic vocat̃ ea ꝓportio: qua maior ſuperat minorẽ. Nam per correlariũ decime huius: ſubducto tono a cõſonantia diapente / relinquit̃ conſonãtia diateſſaron. ſolo igitur tono: cõſonantia diapẽte / conſonãtia diateſſaron eſt maior. eſt igitur per diffinitionẽ: harum cõſonantiarũ tonus differentia. et correlariũ ſtatim ex propoſitione notum eſt.

14 Bis diateſſaron: ſeſquitono conſonantiam diapente tranſcendit.

Diateſſaron enĩ: p ſextã huius / duos tonos atq; ſemitoniũ minus continet. ergo bis diateſſaron: quattuor tonos / et duo ſemitonia minora cõtinebit. atqui a quattuor tonis et duobus ſemitonijs minoribus dẽpto ſeſquitono: relinquũtur tres toni et ſemitoniũ minus. At vero per decimã huius: cõſonantia diapente / totidẽ tonos cum ſemitonio minore cõplectitur. ergo bis diateſſaron: ſeſquitono cõſonantiam diapente tranſgreditur tranſcẽditq; / quẽadmodum proponitur.

15 Conſonantie diateſſaron / ac diapente; in maximis ſuperparticularibus ſunt collocate.

Nam ex diffinitione: cõſonãtia diateſſaron in epitrita ſeſquitertia q; ꝓportione collocatur / et diapente in hemiolia atq; ſeſqualtera. at nulle ſupparticulares: ſeſqualtera & ſeſquitertia ſunt maiores. nam a ſecũda & tertia parte / que maxime ſunt ſeſe cõſequentes partes: denominãtur. igitur he conſonantie ex maximarũ ſuperparticulariũ originibus ducte: in maximis ſuperparticularibus ſunt collocate / quod eſt propoſitum.

16 Bis diateſſaron / aut bis diapente: nullam conſonantiam cõponere poteſt.

Hec proponit duas diateſſaron cõſonantias / aut duas diapente conſonãtias: nullã conflare poſſe conſonantiã. Nam et diateſſaron & diapẽte non in multiplicibus: ſed ſupparticularibus ſunt ꝯſtitute. et per primã petitionem que intervalli ad intervallũ proportio eſt: ea quoq; eſt et ſoni ad ſonũ. at per ſextã prime duo ſimilia intervalla nõ multiplicia: neq; multiplex neq; ſupparticulare creãt intervallum. quare neq; illorum ſoni in multiplici: neq; in ſupparticulari genere exiſtunt. oĩs autẽ ꝯſonãtia: aut in ſupparticulari / aut in multiplici rõne collocãda eſt. ſic enĩ ꝯſonãtie nõie: hoc in loco / Pythagoricã ſequentes authoritatẽ / ſuſcepim⁹ vtendũ. ergo due conſonãtie diateſſaron aut due diapente: nullam efficiẽt cõſonantiã. et non modo id verũ ſit: ſed & quotquot cõſonãtie diateſſaron in inventum copulẽtur / et quotquot diapente / nullã vnq; conſonantiã ex quinta primi huius efficere valebunt.

17 Adiuncto ad conſonantiam diapente tono: nulla parabitur conſonantia, item neq; ad diateſſaron triſemitonio.

G	11			Numerorum differentia		T	3334			Numerorum R S differentia
E	27	F	16	Sexta maior		R	9216	S	5832	Sexta minor
C	9	D	8	Tonus		P	2304	Q	1944	Seſquitonus
A	3	B	2	Diapente		N	4	O	3	Diateſſaron
						L	256	M	243	Semitoniũ minus
						H	9	K	8	Tonus

Et ſi hic ſonorũ congreſſus nõdum cõſonãtia ſit: euphonũ tamen muſici reputãt melo / modulaminibuſq; aptum. ſextãq;: q; ſex impleat̃ vocib⁹ / noſtri nunc nũcupant. et quattuor tonis atq; vna dieſi / hoc eſt ſemitonio minore: cõſtat. qui q; nõdum cõſonantia ſit: patet. Accipio enĩ a et b ternariũ & binarium: minimos ſcʒ numeros cõſonantie diapente. et c d nouenariũ atq; octonariũ minimos numeros toni. et duco c in a et veniat e ſeptẽ ſupra viginti. et d in b et veniat f decem et ſex. per tertiã quinti arithmetices e ad f cõtinet ſeſqualterũ & ſeſquioctauũ: quare e ad f cõtinet diapente atq; adiunctũ tonum. at manifeſtũ eſt e ad f 27 ſcilicet ad 16 nõ eſſe multiplex. nam ſeptẽ & viginti: nõ cõtinẽt bis aut tertio / aut deinceps ſedecim. neq; e ſupparticularis eſt ad f. nam differentia numeri e ad f eſt vndecim qui numerus ſumme 16 pars nulla eſt. trãſcendit enĩ vndenarius ſedenarij dimidiũ. igitur adiũctus ad conſonãtiam diapente tonus: nullam parit cõſonantiã. et ſimili argumẽto adiecto ad conſonantiã diateſſaron ſeſquitono nulla fit cõſonantia vt ex ſecũda figuratione perfacile patere poteſt. fit tamen euphona vocum cõgreſſio: quã item ſextã nũcupant / ſed que a prima cõtractior tota differt apotome. eſt ergo hec minor: illa vero maior. conſtat enim prima vt dictũ iam eſt / quattuor tonis et vna dieſi: ſecũda vero tribus tonis et duabus dieſibus. Primã ſonat parhypate hypaton ad meſen: ſecundam vero que cõtractior eſt / ſonat hypate hypaton ad lichanon meſon. que autem hypate / que parhypate / qui lichani / et que meſe dicantur: ſequens liber declarabit.

18 Quo pacto diapaſon conſonantia: in chorda ſit adiungenda.

A	C	B	Conſonantia diapaſon.

Hec conſonãtiarum vt in libro problematũ teſtatus eſt Ariſtoteles: elegantiſſima / pulcherrimaq; eſt. Chordam ergo a b ſeco per medium per notam c. et quia a b ad c b eſt dupla intervalli habitudo: ergo per diffinitionem a b ad c b conſonat diapaſon.

¶ Conſonantia diapaſon: in ſex tonis minime conſiſtit. ſed quinq; amplior: ſex vero tonis/ conſonat contractior. 19

¶ Nam per viceſimã primi/ quinq; cõiuncti ſeſquioctaui: minus duplici interuallo cõiungunt. ⁊ per viceſimãprimam eiuſdẽ: ſex coniũcti maiores vno duplici interuallo euadunt. ergo quinq; toni/ minores ſunt diapaſon conſonãtia: et ſex/ eadem ſunt ampliores. conſonat ergo diapaſon quinq; tonis amplior: ſed et ſex eadem modulabitur inferior.

¶ Diapaſon: ex diateſſaron et diapente conſonantijs coniungitur. 20

¶ Nam per decimãquintam huius: diateſſaron et diapente in maximis ſupparticularibus ſunt collocate. at per vndecimã primi: duplex interuallũ ex duobus maximis ſuperparticularibus cõiungitur. et duplex interuallum: conſonãtie diapaſon interuallum exiſtit. igitur conſonãtiam diapaſon: diateſſaron et diapente conſonantie ſimul coniungũt. quod eſt propoſitum.

¶ Conſonãtia diapaſon: quinq; tonis ⁊ duobus ſemitonijs minorib⁹/ que tonũ minime cõplent/ perficitur. Unde quoq; manifeſtũ eſſe poteſt: conſonãtiam diapaſon ſolo a ſex tonis commate diſtare. 21

¶ Per precedẽtem enim diateſſaron et diapente cõſonantiã diapaſon iungunt. diateſſaron autẽ per ſextã huius duobus tonis et ſemitonio minore conſtare mõſtrata eſt: et diapente per decimã tribus tonis ſemitonioq; minore. at duo toni et ſemitoniũ minus/ et tres toni ⁊ itidem ſemitoniũ minus ſimul cõſtati: quinq; efficiuntur toni atq; duo ſemitonia minora. atqui duo ſemitonia minora tonũ nõ perficiunt: verũ ab eo deficiũt cõmate. igitur conſonãtia diapaſon quinq; tonis et duobus ſemitonijs minoribus/ que tonũ minime implent/ quẽadmodũ iam propoſitũ eſt/ perficitur. ¶ Correlarium ex demõſtrationis calce notum eſſe poteſt. Ex quo liquet perfacile eſſe in neruo muſicũ cõma peruestigare. Nam in eo a principio conſtitutis/ cõtinuatiſq; ſex tonis/ et ab eodẽ nerui initio ad mediã chorde notã intenſa diapaſon conſonantia: quod inter mediã nerui notam/ et vltimum ſex tonorum ſignum continetur/ ex preſentis correlario erit cõmatis interſtitium.

¶ Dempta ex diapaſon conſonãtia diapente: relinquitur diateſſaron. et ex eadẽ dempta cõſonantia diateſſaron: relinquitur diapẽte. dẽptis autẽ ex ea diapente et tono: relinquitur ſeſquitonus. 22

¶ Prima pars et ſecũda ſtatim per penultimã cognite ſunt. Item et per precedentẽ. Nam per precedentẽ diapaſon quinq; tonis ⁊ duobus ſemitonijs minoribus conſtat: a quibus ſi tres tonos et vnum ſemitoniũ minus tollas/ que per decimam huius diapente cõſonantiã continent/ relinquuntur duo toni ⁊ ſemitoniũ minus/ que per ſextã huius diateſſaron cõſonantiã efficiunt. dẽpta igitur ex diapaſon conſonãtia diapente: relinquitur diateſſaron/ quod eſt primũ. Secundũ eadẽ facilitate declaratur. Nam ex quinq; tonis et duobus ſemitonijs minoribus: ſi duos tonos et ſemitoniũ minus tollas/ relinquũtur tres toni ⁊ ſemitoniũ minus. Tertiũ conſimiliter. demptis enim a cõſonãtia diapaſon/ hoc eſt a quinq; tonis ⁊ duobus ſemitonijs minoribus/ dẽptis inquã quattuor tonis ⁊ ſemitonio minore: reliquus eſt tonus vnus ⁊ ſemitoniũ minus. Et quot dieſes/ quot apotomas/ quot deniq; cõmata cõtineat diapaſon: deprehẽſionis ſũt faciliime. in nulla tamen equaliter: tota ipſa diuidua eſt. quãdoquidem diapaſon in multiplici ratione cõſiſtit: que omnino in quotlibet equas portiones que multiplices non ſint/ per ſexageſimam noni arithmetices diuidi non poteſt.

¶ Nulla ſimplex cõſonãtia: in duo equalia/ certo/ cõſtitutoq; nũero diuiſibilis eſt. 23

¶ Simplices cõſonantias vocamus diateſſaron/ diapente/ diapaſon. de diateſſaron autẽ ⁊ diapente cõſtat: que ex ſupparticularibus interuallis ſurgũt/ que per quintã primi nullo pacto hunc in modũ dirimi poſſunt. de diapaſon vero conſonãtia: idem ſubit iudiciũ. Nam quoniã minimi eius numeri ſunt duo et vnum/ et duo quadratus nõ eſt: igitur per correlariũ triceſimeſecunde ſecũdi huius cõſonantia diapaſon que cõſiſtit in proportione duorum ad vnum/ minime in duo equalia partietur. ⁊ eodẽ quoq; iure neq; eadẽ conſonãtia in plura duobus dimetietur/ dirimeturq; equalia. Et profecto velle hoc pacto conſonãtiam diapaſon in plura equa diducere: eſt in geometricis diametrũ coſte quadrati velle cõmenſurare. ſed id vltimũ: muſicum non eſt.

¶ Diapaſon ac diateſſaron: conſonantiam non eſſe. 24

e 8			f 3	g 2
2	1	4	3	
a	b	c	d	

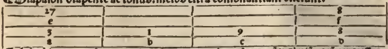
¶ Et ſi in diapaſon ac diateſſaron ſit duarum vocũ dulcis/ amenaq; congreſſio vt quẽadmodũ cum pulſat ſeſquitonus: nõ idcirco tamen euenit diapaſon ac diateſſaron cõſonãtiã dici mereri. Tametſi Ptolomeo ſecus quam Pythagoricis hac in re viſum ſit: qđ mõſtratu facillimũ eſt. Sint enim a et b binarius et vnitas/ minimi ſcz nũeri conſonãtie diapaſon: et c d quattuor et tria/ minimi itẽridem cõſonãtie diateſſaron. duco c in a et veniet octonarius qui ſit e: et d in b et veniet ternarius/ qui ſit f. per tertiam quinti arithmetices/ e ad f continet duplã et ſeſquitertiã: quare diapaſon ac diateſſaron.

ſed e octonarius/ non eſt multiplex ad f ternariū/ neq̧ ſuperparticularis: q̄ cū bis cōtineat ⁊ inſuper binariū qui ternarij nō pars vlla eſt ſed partes. eſt eni octonari⁹ ad ternariū: duplex ſuperbipartiēs. Nō eſt igitur diapaſon ac diateſſaron cōſonantia. oīs eni ꝯſonātia: aut in ſuperparticulari/ aut ī multiplici genere/ ex diffinitiōe ꝯſiſtit. Et in hoc facile cognoſci poteſt ex nono problematū libro q̄ Pythagoricis conſenſit Ariſtoteles: cū inquirit cur nō bis diapēte/ aut bis diateſſaron reddi conſonātia poteſt/ vt bis diapaſon coaptari ſolet. Hoc (inquit) ideo eſt q̄ diapēte ꝯſonantia poſita in proportione ſeſqualtera eſt: diateſſaron vero in ſeſquitertia. q̄ ſi duo ſeſqualteri aut ſeſquitertij numeri ordine diſponant: extremi nullā inuicē proportionē habebūt. neq̧ eni ſupparticulares neq̧ multiplices eſſe poterunt. at diapaſon cōcinentia qm̄ in duplari proportione conſiſtit: hec geminata/ quadruplā inuicē extremi tenebunt/ habebūtq̧ proportionē. Uides ergo quo pacto Ariſtoteles ꝯſonātiarū ꝓportiones ſolas ſuperparticulares aut multiplices efficit: ſuppartiētes/ quaſi prorſus nulle ſint/ repudians. Et re ꝟa Ptolomei cū Pythagoricis magis in nōie q̄ǧ re ipſa diſſenſio putāda eſt. ſed de his hacten⁹.

25 ¶ Diapaſon ac diapente: in triplici conſiſtit ratione. eſtq̧ diapaſon ac diapente: conſonantia vna.

¶ Q eni diapaſon ac diapente in tripla ratiōe conſiſtat: hoc ideo eſt/ q̄ ex duodecima primi ex duplici atq̧ ſeſqualtero interuallo triplex naſcitur interuallū. duplex aūt ⁊ ſeſqualterū: ſūt ꝯſonātiarū diapaſon ⁊ diapente interualla. igit iūcte ꝯſonātie diapaſon ac diapēte: in tripla ratiōe cōſiſtunt. ſed cū ſenſu iā ſatis ſit exploratū hunc cōcentū modulate/ ſuauiterq̧ ad auditū peruenire: ergo per diffinitionē is concentus conſonantia eſt. quod eſt totum propoſitum.

26 ¶ Diapaſon diapente ac tonus: melos citra conſonantiam eliciunt.



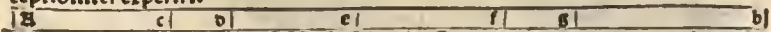
¶ Melos hic vocamus ſuauem auribus acceptam vocilationē/ amenūq̧ pluriū vocū congreſſum. ſed q̄ diapaſon diapente ⁊ tonus ſimul iuncta/ melos cōſtituunt: ſtatim notū eſt. Nā hec ſonorū vocilatio ſuauiter/ vt experientia diſcitur/ auribus accidit. ſed q̄ conſonātiā nullā parēt: oſtenditur. qm̄ eni per precedentem diapaſon ac diapente in tripla proportione conſiſtit. ſint ergo a b tria ⁊ vnū minimi conſonantie diapaſon ac diapente numeri: ⁊ c d nouē ⁊ octo/ minimi nūeri toni. duco c in a et d in b/ ⁊ veniant e f/ 27 ſcilicet ⁊ 8: inter que eſt diapaſon diapente atq̧ tonus. ſed e ad f neq̧ ſupparticularis neq̧ multiplex: quinimmo e continet f ter ⁊ tres eius octauas/ eſtq̧ e ad f triplus ſupertripartiēs octauas. non concinit igitur e f aliqua conſonantia. quod totū eſt propoſitum.

27 ¶ Bis diapaſon conſonantia: in quadruplari conſtituta reperitur habitudine.

¶ Q eni bis diapaſon in quadruplari cōſiſtat: ſtatim eſt manifeſtū. Nā per decimātertiā primi/ duo duplicia interualla: q̄druplex iungunt interuallū. diapaſon autē in duplari conſiſtit. igitur bis diapaſon quadruplarē iūgit habitudinē: que eſt multiplex. ⁊ cū bis diapaſon ad auditū ſuauis/ emodulatasq̧ perueniat: vt id quoq̧ ſenſu ſatis ꝑceptū eſt. ergo ꝑ diffinitionē erit cōſonātia. qđ erat mōſtrādū.

¶ Pythagorici ⁊ priores muſici oēs/ cōcentuū modū in terminis quadruple atq̧ in finib⁹ cōſonātie bis diapaſon perſtrinxerūt: nō temere lōgius progreſſi/ aut q̄ inter illos terminos vniuſcuiuſq̧ fact⁹ a natura reperitur ſue vocis modus/ aut q̄ ſtridulus ille canor illis (vt iā quoq̧ dictū eſt) viſus eſt/ q̄ vel ſeriā iam relinquunt mediocritatē/ aut q̄ hactenus contēplatio ſatis ipſis eſſe viſa eſt ad muſicā inſtitutionē. poſteritas autē ad ter diapaſon vel ⁊ amplius adauxit ad terminos vſq̧ octuple longi⁹ euagata: de quibus neceſſaria ſpeculatio non incūbere videt/ ſed pauca paucis ſtrinxiſſe ſatis erit. Nam qui modulationē ſupra bis diapaſon cognoſcere deſyderabūt: facili demonſtratione vt precedētia ꝑcipient. bis eni diapaſon ac diateſſaron: in proportione quincupla ſeſquitertia conſiſtit. ⁊ proinde plane conſonantia putanda non eſt. bis diapaſon ac diapente in proportione ſeſcupla: ⁊ ideo conſonātijs annumerata. ter vero diapaſon: in proportione octupla.

28 ¶ Omnes conſonantias: in data chorda ſuo ordine ſubiungere: ⁊ eas/ ſenſu perceptibiliter experiri.



¶ Sit a b data chorda in qua ꝓpoſitū ſit ꝯſonātias diateſſaron/ diapente/ diapaſon/ diapaſon ac diapente/ ⁊ bis diapaſon ſituare. colloco in ſigno a brachiū circini īmobile ⁊ ad totius chorde quartam partē extendo circini brachiū mobile: ⁊ in termino eius pono notā c. deinde extendo idē brachiū ad eiuſdem chorde partem tertiā: ⁊ in termino pono d. mox ad totius chorde partē mediā quā deſigno nota e. deinde eodē brachio capio totius chorde biſſem/ hoc eſt duas tertias: ⁊ in termino biſſes pono f. mox extendo circinū ad chorde dodrantē/ hoc eſt ad tres eius completas quartas: in cuius fine affigo notā g. tunc ſic a b ⁊ c b/ per quartā huius: conſonat diateſſaron. a b ⁊ d b per octauā: diapente. a b ⁊ e b per decimāoctauā: diapaſon. a b ⁊ f b per viceſimā quintā: diapaſon ac diapēte. poſtremo ꝟo a b ⁊ g b per precedentē: bis diapaſon. Suppone igitur muſicale hemiſpheriū ſenſim ſingulis chorde notis/ ⁊ ſonos ad totius chorde ſonum diligenter attende: ⁊ ſuo ordine propoſitas cōcinētias annotabis. quod promptius experiri valebis: ſi chorde a b chordā equiſonā/ vniſonāue etiam collocaueris/ cuius ſonum cum ſingulis ſectionum a b percuſſionibus non ſegniter attenderis.

Cōſonantiarū hoc pacto digeſtarū: finis conſonātię diateſſaron/ad finē diapente ſonat tonum. ad finem diapaſon: conſonat diapente. ad finem diapaſon ac diapēte: incōſonus. ad finem vero bis diapaſon: cōſonat diapēte ac diapaſon. 29

a ______ c | ___ d | ______ e | ______ f | ___ g | ______ h |

Sint a/c/d/e/f/g/h modo qui dictus eſt digeſtę conſonantię: dico c h finem ꝯſonātię diateſſaron ad d h ſonare tonū/ad e h eſſe diapente/ad f h incōſonū eſſe/ad g h ꝓ cōſonare diapēte ac diapaſon. Nam per precedētem a h et c h eſt diateſſaron: et a h et d h diapente. dēpta ergo a h et c h diateſſaron cōſonātia/ab c h ⁊ d h diapente: per correlariū decime hu⁹ relinquit tonus. qđ autē relinquit eſt c h et d h: igitur c h ad d h ſonat tonū. et qm̄ per ꝑcedentē a h ⁊ e h cōcinat/ modulaturq̄ diapaſon: ſubſtracta igit a h ⁊ c h diateſſaron ab a h ⁊ e h/ p viceſimāſecūdā huius qđ relinquit eſt diapente. atqui quod relinqtur eſt c h ⁊ e h: igit c h ad e h ꝯſonat diapente. et quia p precedentē a h ⁊ f h cōſonat diapaſon ac diapente: ſubducta igitur a h ⁊ e h cōſonantia diapaſon: qđ relinquitur eſt diapēte. quod autē relinquit eſt e h ⁊ f h. igit e h et f h cōſonantia eſt diapēte. ſed p modo monſtratū c h ⁊ e h etiā diapēte eſt: igitur c h ⁊ f h eſt bis diapente. at p decimāſextā huius bis diapēte ꝯſonantia cōponi non poteſt: igitur c h ad f h incōſonus eſt. poſtremo qm̄ vt ex ꝑcedenti notum eſt a h et g h cōſonat bis diapaſon. dēpta igit a h ⁊ e h diapaſon cōſonātia: relinqtur e h et g h eſſe diapaſon. atqui c h ⁊ e h per ſcđam ptē huius mōſtrata eſt eſſe diapente. igitur adiūcta c h ⁊ e h conſonātia diapente ad e h et g h: cōſtituitur diapente ac diapaſon. cōſonat ergo c h et g h diapente ac diapaſon. quod eſt totum propoſitum.

Sic poſitis conſonātijs: finis diapente ad finē diapaſon modulat diateſſaron. et ad finem diapaſon ac diapente: modulatur diapaſon. ad finem vero bis diapaſon/ euphonus eſt: ſed qui nondum conſonantia eſt. 30

a ______ c | ___ d | ______ e | ______ f | ___ g | ______ h |

Eſto ꝑcedentiū hypotheſis: dico d h finē diapēte/ ad e h cōſonare diateſſaron. ad f h: diapaſon. ⁊ ad g h ſonare diateſſaron ac diapaſon. Nam per penultimā a h et e h cōſonātia eſt diapaſon. et a h et d h diapente. ſubſtracta igitur a h et d h diapente/ab a h ⁊ e h ꝯſonantia diapaſon: p viceſimāſcđam huius relinqtur diateſſaron. qđ autē relinquit eſt d h et e h: igitur d h ad e h cōſonat diateſſaron. ⁊ qꝛ in precedēti monſtratū eſt e h ⁊ f h eſſe diapente/ et nūc d h ⁊ e h eſſe diateſſaron: ergo p viceſimā huius d h et f h ex illis duab⁹ cōflata/ coalitaq̄ cōſonātia/ modulabit diapaſon. Rurſum cū e h ⁊ g h in ꝑcedēti mōſtrata ſit diapaſon/ et e h ⁊ f h diapente: ergo p viceſimāſecūdā hu⁹ f h ⁊ g h eſt diateſſaron. ⁊ d h ⁊ f h nūc monſtrata eſt diapaſon. igitur d h et g h eſt diapaſon ac diateſſaron. que cū modulatio ſit euphona/ ⁊ eā mōſtrauerit viceſimaquarta hu⁹ nō eſſe cōſonātiā: totū liquet mōſtratū ꝓpoſitum. et ex hac quoq̄ pariter cognitum eſt finem diapaſon: ad finem diapaſon ac diapente modulari diapente vt e h ad f h. et ad finem bis diapaſon: conſonare diapaſon.

Conſonātiarum ſic collocatarū: totius chorde atq̄ cuiuſq̄ ſectionis numeros deſignare. 31

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	h

Duco duo/ tria/ et quattuor in ſeinuicem: et numerū inde ſurgentē atq̄ ꝓductū qui habebit ſecūdum tertiā ⁊ quartā/ pono totius lineę numerū quē idcirco voco numerum a h. ab quo demo quartā partem et reliquus ſit c h: ⁊ erit primus numerus ad ipm ſeſquitertius/ quare diateſſaron. et ab eodē numero demo partem tertiā ⁊ reſiduus ſit d h: eritq̄ a h ad d h ſeſquialter/ quare cōſonantia diapente. et iterū ab a h diduco ptem mediā et reſiduus ſit e h: eritq̄ a h ad e h duplus. quocirca diapaſon cōſonātia inter eos exurget. et numeri a h ſumo ſolam tertiā q ſit f h: erit ergo a h ad f h habitudo triplaris. inerūt igitur a h et f h diapaſon ac diapente. Rurſum numeri a h ſola quarta ſit g h: erit a h ad g h quadruplus. quare a h et g h ſunt numeri bis diapaſon. ſūt itaq̄ totius chorde a h ⁊ cuiuſq̄ ſectionis eius ſupra aſſignatas conſonātias deſignati numeri. quod erat demonſtrandum.

Quotcunq̄ harmonicas medietates aſſignare: inter quarū terminos eorūq̄ differentias/ omnes muſice reperiantur conſonantię. 32

Harmonice	12	8	6		Epitritus	b c	Diateſſaron
Medietates	6	4	3		Hemiolius	a b	Diapente
	a	b	c		Duplaris	a c	Diapaſon
Differentię		2	1		Triplaris	c e	Diapaſon diapente
		d	e		Quadruplaris	b c	Bis diapaſon.

Harmonica medietas in arithmeticis diffinita eſt: qñ triū terminoꝝ vt maxim⁹ ad minimū/ ita differentia maiorū ad differentiā minorū. Sit ergo c quicūq̄ numer⁹ partē tertiā habens que ſit e. duplo c: ſitq̄ duplar⁹ a. manifeſtū eſt a ad c eē duplū. ⁊ quia c ꝯtinet tria e: ipſum a cōtinet ſex e. addo e ad c ⁊ fiet b

et erit notū b ad c eſſe ſeſquitertiū / ꝛ b cōtinere quattuoꝛ e / atqꝫ e eſſe differētiā b ad c. Itidē qꝛ b cōtinet quattuoꝛ e / et a ꝯtinet ſex e: a erit ſeſqualter ad b. et quia b equaꝫ quattuoꝛ e / ꝛ a ſex: ergo differentia a ad b equaꝫ duobus e / q̄ ſit d. qꝛ enī d equatur duobꝰ e: ergo d duplus eſt ad e. dico ergo a b c datā eſſe harmonicā medietatē: inter cuius terminos a b c ꝛ eoꝝ differētias d e / oēs muſice ꝯſonātie reperiūtur. nam a ad b maximi ad minimū mōſtrata eſt ꝓportio eſſe dupla: et ſimiliꝫ habitudo d ad e differētie ſcꝫ maioꝝ ad differētiā minoꝝ etiā oſtēſa dupla. ſunt igiꝫ per diffinitionē a b c termini in harmonica medietate ꝯſtituti. At ſi b ad c cōpares: mōſtratus eſt ſeſquitertius / quare cōſonātie diateſſaron interuallū. ꝛ ſi a ad b: mōſtratꝰ eſt ſeſqualter atqꝫ hemiolius / ꝛ diapēte interuallū. et ſi a ad c: duplū habes et ꝯſonantiā diapaſon. ſi ꝟo c ad e cōtuleris: habes triplū / et ꝑ viceſimāquintā huiꝰ cōſonantiā ꝯpoſitā diapaſon ac diapēte. et ſi b ad e: quadruplū / ꝛ ꝑ viceſimāſeptimā huiꝰ bis diapaſon. at cū cetera mōſtrata ſint nō eſſe ꝯſonātias: ꝯſtat diateſſarō / diapēte / diapaſon / diapaſon ac diapēte / et bis diapaſon oēs cōſonantias quibus in diſciplinis ſe exercere ſolent muſici / inter terminos harmonice medietatis et eoꝝ differētias / fuiſſe repertas. et ſi duxeris binariū in a b c ꝛ in illos q̄ inde ꝓuenerint / et quoties volueris in ꝓuenīētes: ex ſeptima ſecūdi arithmetices cognoſcere ꝓmptum eſt toties cōſtitui harmonicā medietatem / cōſimiles inter ſuos terminos ꝛ ſuoꝝ terminoꝝ differētias / cōſonantias muſicas ſeruātem. et idem fuerit ſi quēcunqꝫ alterū numerū in illos terminos duxeris. placuit tñ diuo Seuerino quadrageſimo octauo capite ſecundi ſue arithmetices ad oēs ꝯſonātias muſicas cōplectēdas: duas oꝛdinare medietates harmonicas / vnam in duplari / et alterā in triplari. ſed et idem etiā fieri poſſe vna ſola conſtituta: iam ſatis monſtratum arbitramur.

33 ❡ Quotlibet maximas harmonias / quarū quelibet primoꝛdiū conſonātiarū / conſonantiaſqꝫ contineat omnes: conſtituere.

Maxima har.	24	18	16	12				
Maxima har.	12	9	8	6		Epogdous	b c	Tonus
	a	b	c	d		Epitritus	a b	Diateſſaron
Differentie	3			3		Hemiolius	a c	Diapente
	e			f		Duplaris	a d	Diapaſon
Differentie			4	2		Triplaris	d h	Diapaſon diapente.
			g	h		Quadruplus	c h	Bis diapaſon.

❡ Maximam harmoniā vocāt: q̄ñ quattuoꝛ ſolidoꝝ terminoꝝ in geometrica medietate ꝯſtitutoꝝ / inter maximū / vnū medioꝝ et minimū medietas arithmetica contineꝫ / ꝛ rurſum inter maximū terminoꝝ alterū medioꝝ / ꝛ minimū cōtineꝫ harmonica. Medietas geometrica: eſt q̄ñ terminoꝝ / eſt ꝓportionū ſimilitudo. Arithmetica ꝟo: q̄ñ termīoꝝ / eſt differētiarū equalitas. q̄d harmonica iam dictū eſt. Solidi termini dicunꝫ: qui ex triū in ſe laterū ductu ꝓducūtur. ſed hec oīa ex arithmeticis ꝯnotiſſima ſunt. Primoꝛdiū ꝯſonātiarū: appellamus tonū. ❡ Capio ergo d numerū quēcūqꝫ qui ſcdām ꝛ tertiā habeat: ſitqꝫ eiꝰ ſcda f / et tertia h. duplo d et ſit duplatꝰ a: q̄quidē a duplus erit ad d. addo h ad d ſitqꝫ ꝯpoſitꝰ c. eritqꝫ ſeſquitertius ad d. ſed ꝛ cū a mōſtratꝰ ſit duplꝰ ad d: ergo ꝑ vndecimā primi huiꝰ / a ad c eſt ſeſqualter. Preterea i ſcdām partē d addo ipſi d / et ꝯpoſitus ſit b: certū eſt b ad d eſſe ſeſqualterū. quare ꝑ eādē vndecimā primi / a ad b eſt ſeſq̄tertius. Ab a c igiꝫ qui mōſtratꝰ eſt ſeſqualter / ablato a b ſeſq̄tertio: ꝑ quintādecimā ꝑmi / relinquiꝫ b ad c ſeſquioctauꝰ. Sit ꝑterea g dria a ad c. qꝛ d cōtinet tria h: c ꝯtinebit q̄ttuoꝛ / et a ſex. ergo g dria a ad c: cōtinet duo h. eſt itaqꝫ g ad h duplꝰ. et quia f eſt medietas d / et b eſt ſeſqualterū ad d: ergo b ꝯtinet tria f. eſt itaqꝫ f tertia pa b. ſed ꝛ a ſeſquitertius ad b addit ſuꝑ eū tertiā partē ipſius b: ergo dria a ad b que ſit e equaꝫ f. dico ergo a / b / c / d maximā ꝯſtituere harmoniā: que tonū cōſonantiarū elemētum / et oēm cōplectiꝫ conſonantiā. Nam a ad b mōſtratus ſeſquitertiꝰ et ſimiliter c ad d ſeſq̄tertius. ꝯtinēt igitur a ad b ꝛ c ad d ꝑ diffinitionem: geometricā medietatē. et dria a ad b maximi ad vnū medioꝝ eſt e / et b ad d eiuſdē medij ad minimū eſt f: et e ꝛ f mōſtrate ſunt equari. igiꝫ ꝑ diffinitionē a ad b et b ad d cōſtituūtur in arithmetica medietate. ſed ꝛ a ad d maximus ad minimū mōſtratus eſt duplus: et ſimiliter g dria a ad c maximi ad reliquū medioꝝ / demōſtrata dupla ad h driam c ad d eiuſdē medij ad minimū. igiꝫ ꝑ diffinitionē a c d cōſiſtunt in harmonica medietate. Cōſtat igiꝫ per diffinitionē a / b / c / d ſi ſolidi ſint ꝯſtituere maximā harmoniā. qꝫ ſi ſolidi nō ſint: duc quēcunqꝫ numerū in quēlibet ipſoꝝ / et ꝓuenīēt ſolidi in eiſdē habitudinibus quoꝝ cuiuſlibet latera erunt vnitas / numerus in illos ductus et ſinguli eoꝝ ad ſingulos / ſicqꝫ cōſtabit maximā conſtitutā eſſe harmoniā. ſed iam oſtenſus eſt b ad c ſeſquioctauus: igitur per diffinitionē b ad c ꝯtinet tonū conſonātiarū primoꝛdiū. et a ad b eſt ſeſquitertius: igiꝫ a ad b continet diateſſaron. et a ad c mōſtratus eſt ſeſqualter: igitur a ad c cōtinet diapēte. et a ad d duplus: igitur a ad d diapaſon. et d ad h triplus: igiꝫ d ad h diapaſon ac diapente. ꝛ c ad h mōſtratꝰ quadruplus: igitur c ad h cōtinet bis diapaſon. et quoties duxeris quēcunqꝫ numerū in a / b / c / d aut in productos ex illis: adiuuāte ſeptima ſecūdi arithmetices et diffinitionibꝰ / toties ꝯſtitues maximā harmoniā / tonum ꝛ oēs cōſonātias continētem. eſt igitur effectū quod ꝓponebaꝫ. Et ex hac intelligere poteſ: eſſe demōſtratum que diuus Seuerinus aſſert de harmonia cubi quadrageſimonono / et de maxima harmonia quinquageſimoquarto capite ſecundi ſue arithmetices.

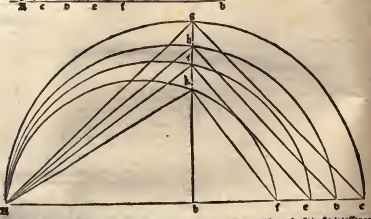
34 ❡ Omnis numerus ternaria ꝓgreſſione ad ſe adiectus: omnē conſonantiam in arithmetica medietate complet.

Cōſonātie ī arithmetica medietate					A pͥma vnitate					A ſcd̄a vnitate					A tertia vnitate			
5	6	9	12		1	2	3	4		10	20	30	40		100	200	300	400
dupl⁹. diapaſon		ſeſq̄terti⁹. diateſ.			duplaris		epitri.			diapaſ.		diateſ.			diapaſon		diateſſa.	
	ſeſqualter. diapēte					hemiol.					diapen.					diapente		
Triplus. diapaſon diapē.					Triplaris					diapa. diapē.					diapa. diapēte			
Quadruplus. bis diapaſon					Quadruplaris					Bis diapaſon					Bis diapaſon			

¶ Intelligitur ternaria ꝓgreſſione ad ſe addi nūerus: quādo additur primo ad ſe ſemel/ deinde bis/ deinde ter. dico ergo quēcunq̄ numerum ad ſe hoc pacto additum: oēm cōſtituere conſonātiam muſicam. Nam ſemel ſibi adiectus: duplex ad ſe efficit/ et diapaſon conſonantiam. et bis ſibi additus: ad primā additionem ſeſqualterū cōſtituit ⁊ diapente/ et ad ſe triplū atq̄ diapaſon diapente. nam in prima additione bis: et in ſecūda ter cōtinetur. ter vero ſibi additus: ad ſecūdam additionē facit ſeſquitertium ⁊ diateſſaron. nam primus numerus: hic quater/ illic vero ter cōtinetur. et ad ſe quadruplum facit ⁊ bis diapaſon. in hac igitur ꝓgreſſione oēs continentur conſonātie muſice. ⁊ quia cōtinue numerorū ex eius additione ſurgentiū/ ipſe numerus additus eſt differentia: ergo reperte conſonātie in arithmetica medietate continētur. et ex hac cognoſcitur/ cur in oīm vnitatū quaternaria ꝓgreſſione que vbiq̄ denarij Pythagorici plenitudinem implet: oēs conſonantie muſice/ et in arithmetica quidem medietate reperiantur.

¶ Tonum ⁊ omnem conſonantiā ſimplicem: in duo equa partiri/ veraq̄ medietatum puncta in chorda/ geometrice monſtrare. 35

¶ Precedētes ſeptima ſcd̄i/ et viceſimatertia tertij: ꝯtendūt tonū/ diateſſaron/ diapēte ac diapaſon in duo equa diuidi non poſſe. hec ꝟo mōſtrat quo pacto ea omnia poſſint in duo equa partiri. nec hoc quidē repugnat. Nā precedētes cōtendunt id effici non poſſe arithmetice certo/ ꝯſtitutoq̄ numero/ atq̄ rationali habitudine: hec ꝟo id effici poſſe geometrice ſine numeri certa/ cōſtantiq̄ ratione



¶ Sit ergo data chorda a b ſuperior in qua iubeamur integrū ſemitoniū/ et ꝯſonātiarū diateſſaron/ diapente/ ac diapaſon vera media reperire. facio a b ⁊ c b tonum. a b et d b diateſſaron. a b ⁊ e b diapente. a b et f b diapaſon: eo qui in ꝑcedentib⁹ monſtratus eſt modo. deinde in inferiori linea a c indefinite quātitatis: capio a b equalē linee ſuperiori a b/ et b c ꝯtinue equalē linee b c ſuperiori. et a puncto b verſus c: capio lineā b d equalē chorde b d/ et b e equalē chorde b e/ et b f chorde b f. ⁊ intelligo q̄ttuor dimidios circulos a c/ a d/ a e/ a f. et a puncto b educo ꝑpendicularē linee a c ad circūferētias ſemicirculoꝝ a c/ a d/ a e/ a f. et pūcta vbi eos cōtingit linea ſint g/ h/ i/ k: ad q̄ puncta educo a g/ c g/ a h/ d h/ a i/ e i/ a k/ f k. at per nonā ſexti geometrie: a b ad b g/ vt b g ad b c. facio igitur in chorda ſuperiore a b lineam b g equalē inferiori linee b g. et cum ꝓportio a b ad g b vt g b ad c b vt preoſtenſum eſt: ſeq̄tur tonū a b ⁊ c b eſſe in duo equa diuiſum/ et punctū g eſſe mediū veri ſemitonij ſignum. ⁊ per eandē que ꝓportio a b ad b h ea ſit b h ad b d. eſto igitur h b in chorda a b equalis linee b h. per idē vt prius: ea erit ꝓportio a b ad h b que h b ad d b. quare a b ⁊ d b diateſſaron: in duo equa partita eſt. et eodem pacto facta chorda i b ſuperiori equali linee b i/ et chorda k b equali linee b k: mōſtrabis ꝯſonātias diapente ⁊ diapaſon in duo equa eſſe partitas. et re vera hoc pacto ꝟa ſchiſmata

atq; diaſchiſmata / ⁊ dieſes tetartemorias reperias aſſignatis cõmatis / dieſeos / atq; cõpleti ſemitonij interuallis: et ſumptis (vt in p̃cedentibus factũ eſt) medijs ꝓportionalibus chordis. ſed hec ſtatim aliq̃tulum in geometricis exercitatis nota eſſe poſſunt. Hec autẽ poſteaq̃ repereris diſce (ſi libet) ꝑ chordam in voce tonũ mediare / et ſemitoniũ: et quãcunq; voles in arte muſica cõſonantiam.

ℭ Tertij elementorum Muſices finis.

HArmonica regula: inſtrumẽtum eſt / quo cum (rationis adhibito iudicio) conſonãtie / cõſonantiarũq; partes / in chorda perquirũtur. Melorũ tria ſunt genera: Diatonicũ / Chromaticũ / Enarmonicũ. Diatonicũ genus: melos eſt cuius partitio per ſemitonium minus / ⁊ duos tonos cõtinue ꝓcedit. Chromaticũ: quod ꝑ duo inequalia ſemitonia ⁊ trihemitoniũ ↄſcendit. Enarmonicũ vero: qđ per duas dieſes cõſcendit ⁊ ditonũ. Dieſis hoc ĩ loco / ſemitonij minoris medietas eſt: ex differẽtie extremoꝝ habitudinis eiꝰ / partitiõe ꝓueniens / que ⁊ tetartemoria dicta eſt. ſed vt earũ ſemꝑ maior que acutior / ⁊ minor que grauior / reperiatur: neceſſe eſt. Voces / nerui / chorde / ſpacia: hoc ordine a graui in acumen nitentia / in vnoquoq; melorum genere ſunt nuncupata.

Grece nuncupationes	Nuncupationes latine.
ℭ Proſlambanomenos	Acquiſitus
Hypate hypaton	Principalis principalium
Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
Hypate meſon	Principalis mediarum
Parhypate meſon	Subprincipalis mediarum
Lichanos meſon	Index mediarum
Meſe	Media
Trite ſynezeugmenon	Tertia coniunctarum
Paranete ſynezeugmenon	Penultima coniunctarum
Nete ſynezeugmenon	Ultima coniunctarum
Parameſe diezeugmenon	Submedia diſiunctarum.
Trite diezeugmenon	Tertia diſiunctarum
Paranete diezeugmenon	Penultima diſiunctarum
Nete diezeugmenon	Ultima diſiunctarum
Trite hyperboleon	Tertia excellentium
Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
Nete hyperboleon	Ultima excellentium

ℭ Monochordum: eſt quod vnica chorda cõtinet modulationẽ. Tetrachordũ: qđ chordis quattuor. Polychordũ vo: quod pluribus chordis id ↄtinet q̃ quattuor. vt pentachordum: qđ quinq;. hexachordũ: quod ſex. et ita de heptachordo / octachordo / ennachordo / decachordo / endecachordo / dodecachordo / tridecachordo / teſſaradecachordo / et pentadecachordo eſt intelligendũ / qđ vltimũ oĩno quindecim cõſtat chordis. ℭ Proſlambanomenos: eſt in vnoquoq; genere / primo tetrachordorũ grauiſſimus neruus adiunctus / a ꝓrimo primi tetrachordi neruo / toni interuallo diſtãs. Tetrachordũ cõiunctũ: eſt cuius principiũ eſt precedẽtis tetrachordi finis. Diſiunctũ vero: cuius primordialis neruus in vnoquoq; melorum genere / a ꝓrimo p̃cedentis tetrachordi finali neruo / vno tono diſiungitur.

¶ Tetrachorda ſunt quinqꝫ: Tetrachordū hypatō / Tetrachordū meſon / Synezeugmenon / Diezeugmenon / Hyperboleon.

¶ Tetrachordū hypaton eſt.	¶ Tetrachordum ſynezeugmenon.
Hypate hypaton	Meſe
Parhypate hypaton	Trite ſynezeugmenon
Lichanos hypaton	Paranete ſynezeugmenon
Hypate meſon	Nete ſinezeugmenon.
¶ Tetrachordum meſon eſt.	¶ Tetrachordon diezeugmenon.
Hypate meſon	Parameſe diezeugmenon
Parhypate meſon	Trite diezeugmenon
Lichanos meſon	Paranete diezeugmenon
Meſe	Nete diezeugmenon

¶ Tetrachordum hyperboleon
Nete diezeugmenon
Trite hyperboleon
Paranete hyperboleon
Nete hyperboleon

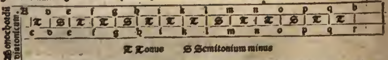
¶ Modum hic vocamus: remiſſionem aut intenſionem omniū tetrachordorū gradatim in aliquo genere melorum / ſui generis progreſſionem ſeruans.

¶ Modi ſunt ſeptem.

¶ Primus Hypodorius	1
Secundus Hypophrygius	2
Tertius Hypolydius	3
Quartus Dorius	4
Quintus Phrygius	5
Sextus Lydius	6
Septimus Mixolydius	7

¶ Monochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonſtrare. 1

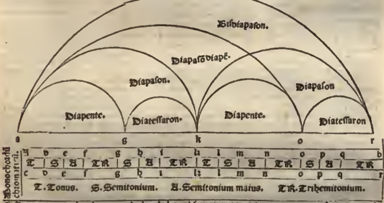
¶ Quāuis inſtrumēta muſices ꝗplurima reperiātur vt Cithare / Tibie / Tube / Litui / Multiforatiles fiſtule / Dextre / Leue / Simplices / Duplices: in quib⁹ vno ſpiritu animādis (vt inquit Apuleius) fertur Hiagnis Lydorum rex Marſieqꝫ pater primus in canēdo manus diſcapedinaſſe / preterea vt Pelte / Chordaciſte / Sambuci / Hydraule / Nabile / Pſalteria / Magades / Barbiti / Naula / Pectades / Cornua / Heptagona / Mele / Teſtudo / Barbati / Plectra / Monochorda / Tetrachorda / Polychorda / et cetera id genus muſica inſtrumēta: placuit tamē Philoſophis in Monochordis / Tetrachordis / atqꝫ Polychordis monſtrādis: ceterorū nos intelligere rationē / atqꝫ cōpoſitionem. quocirca vt de Monochordorum et Tetrachordorum cōpoſitione intelligemus: ita de reliquis eſt intelligendum. nunc ergo ad Monochordi regularis nos oſtenſionem conuertamus.



¶ Monochordum igitur regulare idcirco dicitur: ꝙ in vnico neruo muſice cōſonātie harmonica regula perueſtigētur. Sit ergo a b chorda: in qua volumus in diatonico genere ꝯſonātias regulariter collocare. accipio e planiſſimā regulam / nullaqꝫ ex parte ſubſultantē: equalem linee a b. & per primā et decimamoctauā ſecundū huius: ab c in d intendo tonum. et ab d in e ſemitoniū minus. et ab e in f /

et f in g intendo duos tonos. et ab g in h ſemitoniũ minus. ab h in i et i in k / duos tonos. Rurſus ab k in l tonum. et ab l in m ſemitoniũ minus. ab m in n ⁊ n in o: duos tonos. ab o in p ſemitonium. ab p in q et q in r / duos tonos. ita ꝙ cõtinue ſemitonio minori ſubiuncti ſint duo toni: demptis c d qui pro proſlambanomeno primo ſemitonio ꝓpoſitus eſt tonus / ⁊ k l tono qui tetrachordi diezeugmenon / hoc eſt diſiuncti principiũ eſt. Rurſum applico totam regulã harmonicam c r toti chorde a b. ita vt c ſit cum a / et r cum b. et in chorda a b vbi applicãtur d / e / f / g / ⁊ relique ſectionũ regule note: ſigno d / e / f / g / h / i / k / l / m / n / o / p / q et dico monochordum a b eſſe in genere diatonico regulariter diuiſum. Quoniam enim ſua interualla interuallis regule c r reſpondẽt / euaduntq; equalia: a b ⁊ d b ſonat tonum: et d b ⁊ e b ſemitoniũ / et iterum e b ⁊ f b tonũ continet. igitur a b et f b duos tonos ⁊ ſemitoniũ minus continens: per ſextam tertij conſonat diateſſaron. Et quia f b ⁊ g b vt in regula cõtinet tonũ / et g b et h b ſemitoniũ minus / et h b ⁊ i b / et i b et k b / duos tonos. ergo per decimam tertij f b et k b tres tonos ſemitoniũq; minus cõtinens: concinit diapente. Sed et monſtratũ eſt a b et f b modulari diateſſaron: ergo per viceſimam tertij a b et k b quod ex conſonãtijs diateſſaron et diapente conſurgit coalitum / conſonat diapaſon. Rurſus k b et l b ſonat tonum / l b ⁊ m b ſemitonium minus / m b / n b et o b duos tonos. quare k b et o b tres tonos et ſemitoniũ minus continens: per decimam tertij conſonat diapente. Sed a b et k b monſtrata eſt diapaſon cõſonãtia: ergo a b et o b cõſonat diapaſon ac diapente. Preterea quia o b ⁊ p b ſemitoniũ eſt / et p b / q b et b duo toni: ergo o b ⁊ b concinit diateſſaron. k b igitur et b ex diapente / diateſſaronq; conſtans: per viceſimam tertij conſonat diapaſon. At vero a b et k b itidem monſtratum eſt concinere diapaſon. ergo a b et b concinunt bis diapaſon. Et quia hec monochordi partitio per ſemitoniũ et duos tonos facta proceſſit / et ee que modo monſtrate ſunt conſonãtie harmonice regule ſuffragio perueſtigate: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per diffinitionem monſtrata eſt. quod eſt propoſitum.

2 ¶ Monochordi regularis conſtitutionem: in genere chromatico declarare.



¶ In omni monochordo / atq; polychordo hec obſeruatur proprietas: vt octaua modo nota / modo chorda ꝑme / et decimaquinta octaue in conſonãtia diapaſon recrepet. et vbiq; pro ꝓſlambanomeno preiungitur tonus: interſeriturq; vbiq; inter meſen atq; parameſen pro cõcentu diſiuncto tonus. hoc eſt in monochordis a prima nota in ſcdam: et ab octaua in nonam collocatur tonus. Sit ergo a b vt prius chorda in qua volum⁹ conſonãtias in genere chromatico regulariter reperire. capio c r regulam planiſſimã et illi aſſignate chorde equam. facioq; per primam ſecundi huius c d tonum: et per decimamoctauam eiuſdem d e ſemitoniũ minus / et iterum per primam d f toni interuallum. erit ergo e f ſemitonium maius: et d e ⁊ e f duo ſemitonia. ſed ⁊ ab f ad g metior tonum et ſemitoniũ minus: que equa erũt trihemitonio. et g h et h i facio duo ſemitonia: minus ſcʒ atq; maius. et i k extẽdo ad tonum ⁊ ſemitonium minus. Simili quoq; pacto k l fiat tonus / et l / m / n duo ſemitonia / et n o trihemitoniũ. ⁊ iterum o / p / q duo ſemitonia q r vero trihemitonium. Et regulã hoc pacto diuiſam applico ex equo linee a b. et in linea a b ſigno conſimiles et cõſimilibus diſtantijs notas: ſcilicet a / d / e / f / g / h / i / k / l / m / n / o / p / q / b. quo peracto dico lineam a b eſſe regulariter in melodia chromatica diuiſam. Nam c d tonus / et d f tonus / et f g tonus et ſemitoniũ minus. quare a ⁊ g continẽt tres tonos ⁊ ſemitoniũ minus. ergo ꝑ decimã tertij a ad g cõſonat diapente. et quia g h i cõtinent tonũ: ⁊ i k trihemitoniũ: igitur g ad k duos tonos ⁊ ſemitoniũ minus ꝯtinens per ſextã tertij modulat diateſſaron. ſed et a g probata eſt diapente: ergo a k ꝯſtans ex a g et g k diapente ⁊ diateſſaron per viceſimã tertij concinit diapaſon. Et penitus eadem ratione ꝓbaueris k o cõſonare diapente / et k b diapaſon. quare a o diapaſon ac diapẽte ⁊ a b recrepabit bis diapaſon: quã conſonãtiã nos trãſcendere Pythagoricorũ vetat authoritas. qui tamen volet vlterius conſcẽdere: ex his q̃ iam demõſtrata ſunt et que

poſtea demonſtrāda ſuſcipientur/facile conſcēdet. Et cum iam monſtrata partitio/per ſemitoniũ et ſemitoniũ et trihemitoniũ proceſſerit/niſi vbi integer adiectus eſt tonus vt tum diapaſon/tum conſcentus diſiuncti ſeruet ꝓprietas:patet ergo ex diffinitione factũ eſſe qđ in chromatico genere ꝓponebatur faciendũ/atq; propoſitum.

Idem:in enarmonico genere regulariter oſtendere. 5

A						Monochordum enarmonicum.											b
T	D	D	TT	D	D	TT	T	D	D	TT	D	D	TT				
c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r			
D. Dieſis tetartemoria.							TT. Ditonus.										

Sit vt prius chorda a b/ & ex regula eidem vt in ceteris equa. ab puncto c ad d extēdo tonũ/ & ab d ad f ſemitoniũ minus:et ſpaciũ d f partior in equalia per notā e.eruntq; d e f due dieſes. & f g facio duos tonos:qui ditonũ implent. g h i vt prius duas dieſes. i k ditonũ. k l tonum. l m n duas dieſes. n o ditonũ. o p q duas dieſes. et q r ditonũ. quā regulam hoc pacto partitam/equaliter applico linee a b:et ſimiles notas/equaliaq; interualla in linea a b deſigno per medias inter a & b litteras d/e/f/g/h/i/k/l/m/n/o/p/q/b. et qr a d tonus/et d e f due dieſes ſemitoniũ minus implentes/et f g ditonus:ergo a g tres toni & ſemitoniũ min⁹/per decimā tertiā ſonant diapente. ſed & g h i due dieſes & i k ditonus duos tonos et ſemitoniũ minus continētes:per ſextā tertiā ſunt diateſſaron. igitur (vt prius) per viceſimā tertiā:a k cōtinet diapaſon. & hoc pacto mōſtretur k o ꝯtinere diapēte & k b diapaſon:quare a o ꝯſonare diapaſon ac diapente/et a ad b cōſonare bis diapaſon. & quia hec modulationis ꝓgreſſio per duas dieſes et ditonũ ꝓcedit:ꝯſtat per diffinitionē monochordum enarmonicum regulariter eſſe partitũ/in eoq; muſicas ſituatas eſſe conſonātias et propoſitum.

Tetrachordum hypaton:in diatonico melo diuidere. 4

Proſlambanomenos	A	A				
Hypate Hypaton	b	T	B			
Parhypate Hypaton	c	S		C		
Lichanos Hypaton	d	T			D	
Hypate Meſon	e	T				E

Superiores:Monochorda docuerũt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda/ Pentachorda/ Hexachorda et alia queq; Polychorda ad Pentadecachordũ vſq;. quib⁹ cognitis: cetera q̄ ampli⁹ deſiderarētur cognoſcent facillime. Cōſtituo ergo b c d e tetrachordũ hypaton:ita vt b ſit hypate hypaton/c parhypate hypaton/d Lichanos hypaton/e Hypate meſon. cui prciūgo ad grauitatis partē a Proſlambanomenon chordam quidē que in tetrachordis non cōputatur: ſed primo adiecta tetrachordo creat pentachordum. facio ergo interuallũ chorde a ſeſquioctauũ ad chordam b/ & ſeſquitertium ad chordā d/ & ſeſqualterũ ad e. item facio c ad d ſeſquioctauũ. dico ergo tetrachordũ hypaton in genere diatonico (vt dictũ eſt) eſſe diuiſum. Nam per diffinitionē a ad b ꝓſlambanomenos ad hypaten hypaton:erit tonus. & quia a ad d ſeſquitertiũ eſt:itidem ꝑ diffinitionē proſlambanomenos ad lichanon hypaton concinit diateſſaron. ſed et cum a ad e proſlābanomenos ad hypaten meſon ſit ſeſqualterũ:per idē a ad e conſonat diapente. per decimātertiā igitur tertiā d ab e lichanos hypaton ab hypate meſon tono diſiungit. Rurſum quia c ad d ſeſquioctauũ eſt:ergo c ad d ſonat tonũ. at ꝓ qa a ad d diateſſaron eſt/et a b ton⁹ eſt/et c d tonus:igitur per ſextā tertiā b ad c relinquitur ſemitoniũ minus. Eſt itaq; hypate hypaton ad parhypaten hypaton ſemitoniũ min⁹. et parhypate hypaton ad lichanon hypaton ton⁹:lichanos hypaton ad hypaten meſon ton⁹. conſtitutũ eſt ergo b/c/d/e tetrachordũ hypaton/per ſemitoniũ minus & duos ſubiūctos tonos ꝓcedens:ꝑ diffinitionē in genere diatonico pariter & pentachordũ a/b/c/d/e. Sed incidit dubitatio forſan/cur nr̄a tēpeſtate muſici duos tonos ad tetrachordoꝝ partē ſeriam/grauēq; prelocāt:nos autē ſolũ tonũ q̄ eſt proſlambanomenē atq; hypates hypaton: Reſpōſio peruia/in prōptuq; eſt:muſicos noſtra tēpeſtate proſlambanomeno alteram chordam tono diſtantē preſcripſiſſe/ et id primũ memorāt Gregorium factitaſſe.

In eodem diatonico melo:tetrachordum meſon ſubiungere.et in octochordo: a proſlambanomeno in meſen:diapaſon contineri. 5

Proſlambanomenos	A		A							
Hypate Hypaton	b	T		B						
Parhypate Hypaton	c	S			C					
Lichanos Hypaton	d	T				D				
Hypate Meſon	e	T					E			
Parhypate Meſon	f	S						F		
Lichanos Meſon	g	T							G	
Meſe	h	T								H

Sit e/f/g/h/tetrachordũ meſon. facio e ſeſquitertiũ ad h/ & g ſeſquioctauũ ad h/et f ſeſqoctauũ ad g:erit ergo ꝑ diffinitionem e ad h hypate meſon ad meſen diateſſaron. et qr g ad h tonus & ſiſiter

f ad g tonus. nam vtrũq; ex ſeſquioctaua ꝓportiõe naſcitur. ergo per ſextã tertij: e ad f erit ſemitoniũ minus. eſt itaq; e/f/g/h tetrachordũ meſon/ per ſemitonium minus ⁊ duos tonos ꝓcedẽs: in genere diatonico diuiſum. et quia a e proſlambanomenos et hypate meſon in precedenti mõſtrata ſunt conſonare diapente: et in preſenti e h hypate meſon et meſe/ diateſſaron. ergo p viceſimã tertij: proſlambanomenos ad meſen/ cõſonat diapaſon. continet igitur octochordum a/b/c/d/e/f/g/h: conſonantiam diapaſon. quod eſt totum propoſitum.

6 ¶ Prepoſito octachordo: in eodem genere tetrachordũ diſiũctarum ſubmittere/ et dodecachordum diapaſon ac diapente continere.

Proſlambanomenos	A		A
Hypate hypaton	b		b
Parhypate hypaton	c		c
Lichanos hypaton	d		d
Hypate meſon	e		e
Parhypate meſon	f		f
Lichanos meſon	g		g
Meſe	h		h
Parameſe diezeugmenon	k	Trite coniunctarum	k
Trite diezeugmenon	l	Paranete coniunctarũ	l
Paranete diezeugmenon	m	Nete coniunctarum	m
Nete diezeugmenon	n		n

¶ Sit k l m n tetrachordũ diezeugmenon/ qđ et diſiunctarũ dicit. facio h ad k meſen ad parameſen diſiunctarũ ſeſquioctauã/ et ad m paraneten diſiunctarũ ſeſquitertiã. ad n vero neten diſiunctarum ſeſqualterã. deinde l ad m triten ad paraneten facio ſeſquioctauã. ſic ergo meſe ad paraneten diſiunctarũ: cõcinit diateſſaron/ ⁊ ad neten diapente. eſt ergo per decimã tertiã tertij: m ad n paranetes ad neten/ toni interuallũ. ⁊ l ad m trites diezeugmenon/ ad paraneten: ſimiliter tonus eſt. ſed ⁊ cũ meſe ad paraneten cõſonet diateſſaron/ et l ad m ſit tonus/ et ſimiliter h ad k tonus: ergo per ſextã tertij k ad l/ erit ſemitoniũ minus. erit itaq; parameſe ad triten diezeugmenon ſemitoniũ minus. trite ad paraneten tonus. et paranete ad neten diezeugmenon/ ſimiliter tonus. quare tetrachordũ diſiũctarum ſuperiori octachordo in diatonico genere ſubiunctũ eſt. Et cũ ꝓcedens mõſtrauerit a h eſſe diapaſon/ ⁊ pſens h n eſſe diapẽte: igit̃ a n proſlãbanomenos et nete diezeugmenon in dodecachordo a b c n cõtinent diapaſon ac diapente. Qꝫ ſi in molliori canedi modo/ tetrachordũ a chorda meſe coniunctum partiri/ cõſtituereq; velimus: ſit id tetrachordũ h k l m/ q ſunt meſe/ trite ſynezeugmenon/ paranete ſynezeugmenon/ nete ſynezeugmenon. facioq; meſen ad neten ſynezeugmenon ſeſquitertiã. quare ⁊ ꝯcinentẽ diateſſaron. et l ad m paraneten ſynezeugmenon ad neten/ tono diſtantẽ: pariter ⁊ k ad l tono. erit ergo p ſextã tertij: h ad k meſes ad triten ſynezeugmenon ſemitoniũ minoris interuallum/ et k l ⁊ l m duo toni/ ⁊ tetrachordum ſynezeugmenon hoc eſt diſiunctarum in genere diatonico diuiſum.

7 ¶ Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: et in pentadecachordo/ bis diapaſon conſonantiam complere.

A re	Proſlambanomenos	A			A
b mi	Hypate hypaton	b			b
c faut	Parhypate hypaton	c			c
d ſolre	Lichanos hypaton	d			d
e lami	Hypate meſon	e			e
F faut	Parhypate meſon	f			f
G ſolreut	Lichanos meſon	g			g
a lamire	Meſe	h			h
b mi	Parameſe diezeugmenõ	k	b fa	Trite ſyn.	k
C ſolfaut	Trite diezeugmenon	l	c ſolfaut	Paranete ſyn.	l
d laſolre	Paranete diezeugmenon	m	d laſolre	Nete ſyn.	m
e lami	Nete	n			n
f faut	Trite hyperboleon	o			o
G ſolreut	Paranete hyperboleon	p			p
a lamire	Nete hyperboleon	q			q

.	Tetrachordũ hypaton							Tetrachordũ diezeug.						
.	To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To.	To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To.
A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q
				Tetrachordũ meſon							Tetrachordũ hypboleon			

¶ Sit n o p q tetrachordũ hyperboleon. facio vt in prioribus n neten diezeugmenon ad q neten hyperboleon / ſeſquitertiã: et iccirco ad eam cõcinentem diateſſaron. et p ad q facio toni interuallũ. et o ad p itidem toni interuallũ. per ſextã tertij: n ad o erit ſemitoniũ minus. eſt ergo tetrachordũ hypboleon n o p q / ex ſemitonio minore duobus ſubiunctis tonis: in genere diatonico dimenſum. ſed et per precedentem h meſe ad n neten diezeugmenon ꝯſonat diapente: ergo h ad q meſe ad neten hyperboleon ex conſonãtia diapente ⁊ diateſſaron conſtans / conſonat diapaſon. ergo a ad q proſlambanomenos ad neten hyperboleon: cõſonabit bis diapaſon. ⁊ cum totũ polychordũ a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pentadecachordo et in genere diatonico conſtitutum eſt bis diapaſon. quod eſt totum propoſitum.

¶ Pentadecachordi in diatonica melodia conſtituti: numeros reperire. 8

Proſlambanomenos	A	9	216	1728	13824	
Hypate hypaton	b	8	192	1536	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c			1458	11664	Semi. minus
Lichanos hypaton	d		162	1296	10368	Tonus
Hypate meſon	e		144	1152	9216	Tonus
Parhypate meſon	f				8748	Semi. minus
Lichanos meſon	g			972	7776	Tonus
Meſe	h		108	864	6912	Tonus
Parameſe diezeugmenon	k			768	6144	Tonus
Trite diezeugmenon	l			729	5832	Semi. minus
Paranete diezeugmenon	m		81	648	5184	Tonus
Nete diezeugmenon	n		72	576	4608	Tonus
Trite hyperboleon	o				4374	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			486	3888	Tonus
Nete hyperboleon	q		54	432	3456	Tonus
		prim⁹	ſcdus	tertius	q̃rtus loc⁹	

¶ Numeri qui in muſica diſciplina precipue deſiderantur: ſunt duplares / triplares / quadruplares / hemiolij / epitriti / epogdoi: hoc eſt dupli / tripli / quadrupli / ſeſqualteri / ſeſquitertij / et ſeſquioctaui. quocirca ſi deſideras cognoſcere ad quem numerũ numerus maior eſt duplus: ipſum partire per duo. ad quem triplus: partire per tria. ad quem quadruplus: partire per quattuor. ad quẽ ſeſqualter: partire per tria / et tertiam auge per duo. ad quem ſeſquitertius: partire per quattuor / et quartam auge per tria. ad quem ſeſquioctauus: partire per nouem / et nonam auge per octo. Et numeri / per octauã ſecundi arithmetices vbiq̃ ſurgent petiti: ſi maior duplus / triplus / quadruplus / ſeſqualter / ſeſquitertius / aut ſeſquioctauus eſt. ¶ Et ſi rurſum cognoſcere deſideras quem numerus minor duplũ habet: ipſum auge per duo. quem triplum: auge per tria. quem quadruplum: auge per quattuor. quẽ ſeſqualterum: partire per duo / et illi medietatem adde. quem ſeſquitertium: partire per tria / ⁊ tertiam adde. quem ſeſquioctauũ: partire per octo / et octauam adde. Et ſtatim per eandem octauã / et diffinitiones: cognoſces petitum. ¶ Sed nunc ad monſtrandũ propoſitum nos conuertamus. Sit pentadecachordum in diatonico genere modo repertum / cuius numeri querũtur: a b c d e f g h k l m n o p q. duco in ſeinuicem duo / tria / quattuor / et productum in minimos toni / hoc eſt vigintiquattuor / in 9 et 8 minimos terminos toni: et veniant in ſecundo loco a b / que per ſeptimã ſecũdi arithmetices ſunt in ꝓportione ſeſquioctaua / et cõtinentia tonum. capio ſeſquitertiũ numeri a: ſitq̃ d. et ſeſqualterum: qui ſit e. et ſubduplum: qui ſit h. Rurſum ſumo ſeſquitertiũ numeri h: qui ſit m. et ſeſqualterũ qui ſit n. et eius ſubduplũ: qui ſit q. quia a ad d eſt diateſſaron / ⁊ a ad e diapẽte. ergo per decimãtertiam tertij d ad e tonus eſt / ⁊ eadẽ quoq̃ ratione m ad n ton⁹. Et ſi d octauã partem haberet: ea eidẽ adiecta facerem c ſeſquioctauum ad d / ⁊ c d continentia tonum. modo autẽ quia d cõperitur octaua parte carere: augeo a b d e h m n q per octo / ſurgantq̃ tertio loco a b d e h m n q: qui numeri ꝑ eandẽ ſeptimã adinuicem eandem ſeruabũt ꝓportionem / quã et numeri ſecũdo loco poſiti. quia ergo d tertio loco poſitus habet octauã: ea igitur adiecta ad d fiat c / eritq̃ c ad d ſeſquioctauus / atq̃ cum eo tonũ continens. itidem adiecta octaua parte h ad h fiat g. et octaua parte m ad m fiat l. et octaua q

ad q fiat p. eruntq́ʒ identidem g ad h / l ad m / et p ad q: ſeſquioctaui ⁊ numeri tonoꝝ. et quia h compe= ritur habere nonam partē / illam augeo per octo ⁊ veniat k: eritq́ʒ h ad k per octauā ſecūdū arithme= tices ſeſquioctauus. Et ſi g octauā partem haberet: facerem f ſeſquioctauū ad g. At vero quoniā ea caret: augeo oēs numeros tertio loco repertos per octo ⁊ exurgāt in quarto loco a b c d e f g h k l m n o p q: qui per eandē ſeptimā erunt in eiſdē adinuicē habitudinibus / vt et numeri tertij loci. adiecta igitur octaua eius parte ad g: facio f. ⁊ octaua parte ad p: facio o. dico ergo numeros quarto loco cō= ſtitutos eſſe numeros pentadecachordi. Nam a ad d eſt diateſſaron / et a ad b tonus / ⁊ c ad d tonꝰ: er= go per ſextā tertij / b ad c ſemitoniū minus. et quia a h eſt diapaſon ⁊ a e diapente: ergo per viceſimā tertij e h eſt diateſſaron. et g h ⁊ f g mōſtrati ſunt ſeſquioctaui atq́ʒ toni. ergo per ſextam tertij: e f eſt ſemitoniū minus. et eodē pacto oſtendas k l ⁊ n o eſſe ſemitonia minora: et ceteri adinuicem ſunt co= gniti toni. igitur pētadecachordi diatonici numeri ſunt reperti. Eſt eni numerus proſlambanomeni ad numerū hypates hypaton / tonus: et hypates hypaton ad parhypaten hypaton / ſemitoniū minus. parhypates hypaton ad lichanon hypaton / et lichani ad hypaten meſon: duo toni. hypates meſon ad parhypaten meſon: ſemitonium minus. parhypates meſon ad lichanon meſon / et lichani ad meſen / et meſes ad parameſen diſiunctarū: tres toni. parameſes ad triten: ſemitoniū minus. trites ad para= neten / et paranetes ad neten: duo toni. netes ad triten hypboleon: ſemitoniū minus. trites ad parane ten / ⁊ paranetes ad neten: duo toni. eſt igitur notum propoſitum.

9 ¶ Tres diatonice diateſſaron conſonātie ſpecies: a proſlambanomeno ad parhy paten meſon cōcinunt. et quattuor diapente ſpecies: a proſlābanomeno ad triten diezeugmenon. ſeptem vero diapaſon ſpecies: inter proſlambanomenon et para= neten hyperboleon.

		Species diateſſaron			Species diapente				Species diapaſon						
Proſlamba.	a	pma	ſcda	tertia	pma	ſcda	tertia	qrta	pma	ſcda	tria	qrta	quita	ſexta	ſeptia
Hypatehyp.	b	To.	o	o	To.	o	o	o	To.	o	o	o	o	o	o
Parhyp.hyp.	c	Se.	Se.	o	Se.	o	o	o	Se.	Se.	o	o	o	o	o
Licha.hyp.	d	To.	tonꝰ	tonus	To.	tonꝰ	o	o	To.	tonꝰ	tonꝰ	o	o	o	o
Hypate me.	e		tonꝰ	tonus	To.	tonꝰ	o	o	To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	o	o	o
Parhyp.me.	f			Semi		Se.	Se.	o	Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	o	o
Licha.me.	g					tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	o
Meſe	h						tonꝰ	tonꝰ	To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Para.die.	k						tonꝰ	tonꝰ		tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Trite die.	l							Se.			Se.	Se.	Se.	Se.	Se.
Para.die.	m											tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Nete die.	n												tonꝰ	tonꝰ	tonus
Tritehyper.	o													Se.	Se.
Para.hyp.	p														tonus
Nete hyp.	q														

¶ Prima ſpecies diateſſaron: tono / ſemitonio minore atq́ʒ tono cōſtat. Secūda: ſemitonio ⁊ duobus tonis. Tertia: duobus tonis et ſequēte ſemitonio. ¶ Prima ſpecies diapēte: eſt que cōſtat ex tono / ſemitonio minore ⁊ duobus tonis. Secūda: duobus tonis / ſemitonio / atq́ʒ tono. Tertia: ſemitonio ⁊ tribus tonis. Quarta: tribus tonis et ſemitonio. ¶ Prima ſpecies diapaſon: eſt que cōſtat ex tono / ſemitonio minore / duobus tonis / ſemitonio minore / atq́ʒ duobus tonis. Secūda: ſemitonio / duobus tonis / ſemitonio ⁊ tribus tonis. Tertia: duobꝰ tonis / ſemitonio / tribus tonis / atq́ʒ ſemitonio. Quar ta: tono / ſemitonio / tribus tonis / ſemitonio / atq́ʒ tono. Quinta: ſemitonio / tribus tonis / ſemitonio / duobus tonis. Sexta: tribus tonis / ſemitonio / duobus tonis / ſemitonio. Septima: duobus tonis / ſemitonio / duobus tonis / ſemitonio / atq́ʒ tono. ¶ Erit itaq́ʒ per diffinitionē: prima diateſſaron ſpe= cies a proſlābanomeno in lichanon hypaton. Nam proſlābanomenos ad hypaten hypaton tonus eſt / et hypate hypaton ad parhypaten hypaton ſemitoniū minus eſt: parhypate vero hypaton ad lichanō hypaton tonus. et itidem per diffinitionē: ſecūda diateſſaron ſpecies ab hypate hypaton in hypaten meſon reperietur. ⁊ tertia: a parhypate hypaton in parhypaten meſon. ¶ Species ꝟo diapente: hoc pacto ꝑ diffinitiōes ſument. Prima: a pſlābanomeno in hypaten meſon. Scda: a parhypate hypaten in lichanon meſon. Tertia: ab hypate meſon in parameſen diezeugmenon. Et quarta: a parhypate meſon in triten diezeugmenon. ¶ Et ſeptem ſpecies diapaſon: cōſimiliter per diffinitiones querētur. Prima: a proſlābanomeno in meſen. Secunda: a parhypate hypaton in parameſen diezeugmenon. Tertia: a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta: a lichano hypaton in paraneten die= zeugmenon. Quinta: ab hypate meſon in neten diezeugmenon. Sexta: a parhypate meſon in triten hyperboleon. Septima vero: a lichano meſon l paraneten hyperboleon. ſed hec cognitu facilia ſunt: inſpecta diligenter ſuperiore figura.

Chromaticum principalium tetrachordum: conſtituere. 10

Proſlambanomenos	A		A
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Semi. minus	c
Lichanos hypaton	d	Apotome	d
Hypate meſon	e	Triſemitonium	e

Chromata apud Lacedemonios induxit olim Timotheus Mileſius / molliorem cantū ſuperiore diatonico: in quo canendi modo hic tetrachordū hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachordum ad hypatas in chromatico melo cōſtituendas aſſignatū. prepono chordā a / que ſit proſlābanomenos: quam facio ſeſquioctauā ad b hypaten hypaton primā tetrachordi conſtituendi chordam. deinde facio a ſeſqualteram ad e hypaten meſon: eritqʒ vt in omnibus a ad b tonus / et a ad e diapente. deinde facio b ad c ſemitoniū minus / ⁊ b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. et qꝛ per decimā tertij dēpto a b tono ab a e cōſonantia diapēte: relinquitur diateſſaron. ergo b e modulabitur diateſſaron. Sed cum per ſextā tertij diateſſaron ex duobus tonis ⁊ ſemitonio minore conſtet / ⁊ b c ⁊ c d ſimul ſint tonus: ergo d e continet tonum ⁊ ſemitoniū minus. eſt igitur d e triſemitonium. Cum ergo b c hypate hypaton et parhypate hypaton / ſit ſemitoniū minus / et c d parhypate hypaton ⁊ lichanos hypaton ſit ſemitoniū maius / et d e lichanos hypaton et hypate meſon triſemitoniū vt monſtratum eſt: conſtat ergo per diffinitionē tetrachordū b c d e in genere chromatico eſſe cōſtitutum. idem enim triſemitonium et trihemitonium dicimus.

Chromaticum tetrachordum meſon: ſubiungere. 11

Proſlambanomenos	A		A
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Semi. minus	c
Lichanos hypaton	d	Apotome	d
Hypate meſon	e	Triſemitonium	e
Parhypate meſon	f	Semi. minus	f
Lichanos meſon	g	Apotome	g
Meſe	h	Triſemitonium	h

Sint pro tetrachordo meſon in genere chromatico conſtituēdo e f g h: facio a ad h duplā et concinentem diapaſon. et e ad f ſemitoniū minus. ⁊ idem e ad g facio toniū. erit ergo f ad g apotome. ſed cum a ad e monſtrata ſit conſonātia diapente. ea igitur ſubſtracta ab a h cōſonantia diapaſon: per viceſimāſecundam tertij relinquitur diateſſaron. eſt ergo e ad h hypate meſon ad meſen: diateſſaron. et cum diateſſaron duos tonos et ſemitoniū minus impleat / et e g ſit tonus: ergo g h continet tonū et ſemitonium minus. erit ergo g h: triſemitonium. erit igitur e f g h ex duobus ſemitonijs e f ⁊ f g / et triſemitonio g h conſtitutum: in genere chromatico tetrachordum. quod erat monſtrandum.

Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis adijcere. et in pentadecachordo conſonantiam bis diapaſon collocare. 12

Proſlambanomenos	A				A
Hypate hypaton	b	Tonus			b
Parhypate hypaton	c	Semi. minus			c
Lichanos hypaton	d	Apotome			d
Hypate meſon	e	Triſemitonium			e
Parhypate meſon	f	Semi. minus			f
Lichanos meſon	g	Apotome			g
Meſe	h	Triſemitonium			h
Parameſe diezeugmenon	k	Tonus	Trite ſyn.	Semi. minꝰ	k
Trite diezeugmenon	l	Semi. mi.	Paranete ſyn.	Apotome	l
Paranete diezeugmenon	m	Apotome	Nete ſyn.	Triſemitoniū	m
Nete diezeugmenon	n	Triſemitonium			n
Trite hyperboleon	o	Semi. minus			o
Paranete hyperboleon	p	Apotome			p
Nete hyperboleon	q	Triſemitonium			q

¶ Sint pro reliquis tetrachordis complendis k l m n o p q. quia tetrachordũ meſon diſiunctum eſt a tetrachordo netarum diezeugmenon: idcirco facio meſes ad parameſen diezeugmenon diſtãtiam/ eſſe tonum. et meſen ad neten diezeugmenon facio conſonare diapente: et ad neten hyperboleon diapaſon. ⁊ tetrachordũ k l m n partior vt tetrachordum hypaton. tetrachordũ vero n o p q partior vt in precedenti tetrachordũ meſon. eritq́ vtrũq́ in genere chromatico diuiſum. et quia a ad h cognita eſt eſſe diapaſon: et h ad q itidem diapaſon. ergo a ad q ꝯſonat bis diapaſon. quod cum quindecim vocibus atq́ chordis contentum ſit: conſtat effectum eſſe id quod erat propoſitũ. Sed ſi k l m facis tetrachordum ſynezeugmenon: ipſum partiaris vt tetrachordum chromaticum meſon. ⁊ facile factũ intueberc propoſitum.

13 ¶ Chromatici pentadecachordi numeros aſſignare.

Proſlambanomenos	a		2592	5971968	
Hypate hypaton	b	256	2304	5308416	Tonus
Parhypate hypaton	c	243	2187	5038848	Semi. minus
Lichanos hypaton	d		2048	4718592	Semi. maius
Hypate meſon	e		1728	3981312	Triſemitonium
Parhypate meſon	f			3779136	Semi. minus
Lichanos meſon	g			3538944	Semi. maius
Meſe	h		1296	2985984	Triſemitonium
Parameſe diezeugmenon	k		1152	2654208	Tonus
Trite diezeugmenon	l			2519424	Semi. minus
Paranete diezeugmenon	m			2359296	Semi. maius
Nete diezeugmenon	n		964	2221056	Triſemitonium
Trite hyperboleon	o			2108268	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			1974272	Semi. maius
Nete hyperboleon	q		648	1492992	Triſemitonium

¶ Sint b ⁊ c minimi numeri ſemitonij minoris/ per decimãoctauam ſecũdi huius reperti. q2 b nona parte caret: augeo b ⁊ c per nouem et veniãt b et c in ſecũdo loco. quoniã igitur in ſecundo loco b nonam partem habet: eam augeo per octo et fiat d. tunc b ad d: per ſeptimam ſecundi arithmetices erit ſeſquioctauus. quare b d cõtinentia tonum. et b ⁊ c per candẽ eſt ſemitoniũ minus. ergo c d eſt apotome. Rurſum quia b habet octauã / adijcio eidem ſuã octauam ⁊ fiat a: eritq́ a ad b ſeſquioctauus atq́ tonus. et quoniam a habet tertiam: facio a ad e ſeſqualterũ. et quia habet ſecũdam: facio itidem a duplum ad h. Reperio item h habere nonã/ tertiam et ſecundam. facio igitur h ſeſquioctauũ ad k: ſeſqualterum ad n/ et duplum ad q. quo facto duco b ſecundi loci in a b c d e h k n q et veniant in tertio loco a b c d e h k n q. Deinde duco c d ſecundi loci in e ſecundi et veniãt f g/ ⁊ in k ⁊ veniãt l m/ ⁊ in n ⁊ veniãt o p in tertio loco. eruntq́ per ſeptimã et octauã ſecũdi arithmetices nũeri pẽtadecachordi chromatici in tertio loco aſſignati. Nam a b erit tonus et b c ſemitoniũ minus ⁊ c d apotome. ⁊ quia a ad e eſt ſeſqualter/ a ⁊ e ſunt numeri diapente/ et a b numeri toni. dempto igitur a b tono/ relinquitur b e diateſſaron. et b c ⁊ c d ſimul ſunt tonus. igitur per ſextam tertij d e ſunt triſemitonium. Et a h eſt diapaſon et a e diapente. igitur e h eſt diateſſaron. et per octauam ſecũdi arithmetices e f et f g ſunt ſemitoniũ minus et apotome. igitur g h eſt triſemitoniũ. et cõſimiliter mõſtrabis h k eſſe tonum/ k l ⁊ l m duo ſemitonia/ et m n triſemitonium/ n o p duo ſemitonia/ et p q triſemitoniũ. clarum igitur euadit propoſitum.

14 ¶ Modorum diatonici et chromatis parhypate parhypatis: parameſe parameſis/ atq́ trite tritis correſpondent.

¶ Nam in vtriſq́ generibus hypate ad parhypatas ſemitonij minoris obſeruant interuallũ. ⁊ meſe ad parameſas tonum. et trite ad tritas minus ſemitonium. eſt igitur notum illas voculas in vtroq́ canendi modo ſibi inuicem reſpondere. et non modo id verũ ſit: ſed et hypate hypatis/ et meſe meſis/ et nete netis correſpondent. Nam vtrobiq́ proſlambanomeni ad hypatas hypaton cõtinent tonum. et ad hypatas meſon diapente. ad meſas diapaſon. ad netas diſiũctarum diapaſon ac diapente. et ad netas hyperboleon bis diapaſon. eſt ergo quod proponebatur et amplius: facile cognitum.

Pentadecachordum enarmonicum conſtituere. 15

Proſlambanomenos	a			a
Hypate hypaton	b	Tonus		b
Parhypate hypaton	c	dieſis		c
Lichanos hypaton	d	dieſis		d
Hypate meſon	e	ditonus		e
Parhypate meſon	f	dieſis		f
Lichanos meſon	g	dieſis		g
Meſe	h	ditonus		h
Parameſe diezeugmenon	k	tonus	Trite ſyn. dieſis	k
Trite diezeugmenon	l	dieſis	Paranete ſyn. dieſis	l
Paranete diezeugmenon	m	dieſis	Nete ſyn. ditonus	m
Nete diezeugmenon	n	ditonus		n
Trite hyperboleon	o	dieſis		o
Paranete hyperboleon	p	dieſis		p
Nete hyperboleon	q	ditonus		q

Huius cōpoſitio perfacilis eſt. facio enī: vt in ceteris ꝓcedentibus/ a ad b interuallū toni. et a ad e diapente. et b ad d facio ſemitoniū minus. et diuido chordam c in medio differentie b ad d: erit ergo b ad c dieſis tetartemoria atq͡ʒ quadripartialis/ pariter ⁊ c ad d dieſis. ſed per quartam ſecūdi huius hec latior/ illa vero contractior. neq͡ʒ per triceſimā ſecundā eiuſdem: ſemitonium minus in duo equa certo/ cōſtitutoq͡ʒ numero diuidi poteſt. et a ad e diapente. ſubſtracto igitur a b tono: relinquitur per correlarium decime tertij huius b ad e eſſe diateſſaron. et cum diateſſaron ſemitoniū minus et duos tonos cōplectatur/ et b ad d ſit ſemitoniū minus: relinquitur igitur d ad e eſſe ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton/ parhypates hypaton/ lichanīq͡ʒ hypaton/ et hypates meſon/ tetrachordū per b c/ c d/ et d e dieſim et dieſim et ditonum ꝓcedens: per diſtinctionē in enarmonico genere diuiſum. Similiter ꝯſtituas e f g h tetrachordum meſon faciendo a ad h diapaſon. et e ad g ſemitoniū minus. et partiendo mediā differentiam per f ita vt e f ⁊ f g ſint due dieſes. Nam ab a h conſonātia diapaſon ſubducta a e conſonātia diapente: relinquitur e h eſſe diateſſaron. et cum e g ſit ſemitoniū minꝰ: agitur g h erit ditonus. et cum e f et f g ſint due dieſes et g h ditonus. ergo hec tetrachordi partitio: in genere enarmonico facta conſpicitur. Et facta h meſe ad neten diſiunctarum diapente/ ⁊ ad neten hyperboleon diapaſon/ et chorda meſe a parameſe tetrachordi diſiunctarum tono diſcluſa/ perinde ac proſlambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum diſiunctarum k l m n vt b c d e tetrachordū hypaton. et tetrachordū n o p q hyperboleon excellentiūq͡ʒ: vt e f g h tetrachordū meſon. tetrachordū autem cōiunctarum h k l m: partieris vt tetrachordū meſon. et id quoq͡ʒ facile eſt.

Pentadecachordi enarmonici numeros: colligere. 16

Proſlambanomenos	a	13824		13824	
Hypate hypaton	b	12288	Tonus	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c	11664	Semi. mi.	11976	dieſis
Lichanos hypaton	d	10368	Tonus	11664	dieſis
Hypate meſon	e	9216	Tonus	9216	ditonus
Parhypate meſon	f	8748	Semi. mi.	8982	dieſis
Lichanos meſon	g	7776	Tonus	8746	dieſis
Meſe	h	6912	Tonus	6912	ditonus
Parameſe diezeugmenon	k	6144	Tonus	6144	Tonus
Trite diezeugmenon	l	5832	Semi. mi.	5988	dieſis
Paranete diezeugmenon	m	5184	Tonus	5832	dieſis
Nete diezeugmenon	n	4608	Tonus	4608	ditonus
Trite hyperboleon	o	4374	Semi. mi.	4491	dieſis
Paranete hyperboleon	p	3888	Tonus	4374	dieſis
Nete hyperboleon	q	3456	Tonus	3456	ditonus

¶ Sint numeri a b c d e f g h k l m n o p q in primo loco cõſtituti numeri pentadecachordi diatonici per octauam huius reperti. pono iterum a b e h k n q in ſecũdo loco et in reſpõdentibus locis rurſum c in ſecundo loco tranſmuto ad d/ et f ad g/ et l ad m et o ad p. quibus ita in ſecũdo loco diſpoſitis: ex ipſis quidem in ſecundo loco capio differentiam b d et eius medietatem adiicio ad d et fiat c. ſimiliter differentiã e g et medietatem addo ad g et fiat f. et differẽtiã k m et medietate differentie adiecta ad m: fiat l. et differẽtiam n p et medietate adiecta ad p: fiat o. dico a b c d e f g h k l m n o p q numeros ſecundo loco poſitos: eſſe numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c/ et c d due dieſes cõſtituentes ſemitoniũ minus b d. quod enim eſt b c in diatonico: factũ eſt b d in enarmonico. et d e eſt diton⁹. nam qđ eſt in diatonico c e: eſt hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus eſt. nam continens c d tonum et d e tonum. et hoc pacto reperientur e f g due dieſes et g h diton⁹. h k tonus. k l m due dieſes. m n ditonus. n o p due dieſes. p q ditonus. Sunt itaq; collecti nũeri pentadecachordi enarmonici: quẽadmodum propoſitum fuerat. quod eſt propoſitum.

17 ¶ Modi diatonici parhypate hypaton/ in enarmonica modulatione trãſit in lichanon: et parhypate meſon in lichanon meſon/ atq; trite in paranetas.

¶ Id proſpici ſtatim promptum eſt. Nam in diatonico pẽtadecachordo: a proſlambanomeno ad hypaten hypaton/ incidit tonus. et ab hypate ad parhypaten hypaton: ſemitoniũ min⁹. in enarmonico uero a proſlãbanomeno ad hypaten hypaton ſimiliter incidit ton⁹. et ab hypate ad lichanon hypaton: ſemitoniũ minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur/ tranſitq; in lichanon. et hoc pacto de reliquis oſtendatur. quod et facile ſenſu deprehẽdetur: ſi in vtroq; emodulandi genere et diatonico et enarmonico/ proſlambanomeni ponantur equiſoni. tũc enĩ manifeſtũ erit huius lichanos: illius parhypatis eſſe equiſonos/ vniſonoſq;. pariter et huius paranetas: illius trites eſſe equiſonas.

18 ¶ Conſentiunt in tribus modulationũ generibus: proſlãbanomeni/ hypate principales/ hypate medie/ meſe/ parameſe/ nete/ cum diſiuncte/ tum coniuncte/ atq; excellentibus netis excellentes.

¶ Nam in tribus generibus per quartam/ quintam/ ſextam/ ſeptimam/ decimam/ vndecimã/ duodecimam et quintãdecimam huius: proſlambanomeni ad hypatas hypaton ſonant tonũ. et iidem ad hypatas meſon: ſonant diapẽte. ad meſas: diapaſon. ad netas diſiunctas: ſonãt diapaſon ac diapente. ad netas autem coniunctas: dempto tono ſonarent diapaſon ac diateſſaron. et ad netas excellentes: cõſonant vbilibet proſlambanomeni bis diapaſon. cõſentiunt igitur in tribus generibus que adducte ſunt vocule. quod eſt propoſitum.

19 ¶ Que chorde mobiles que ve ĩmobiles in pẽtadecachordis exiſtant inueſtigare.

Proſlambanomeni	A	Stabiles	
Hypate hypaton	b	Stabiles	
Parhypate hypaton	c	Inſtabiles	
Lichani hypaton	d	Inſtabiles	
Hypate meſon	e	Stabiles	
Parhypate meſon	f	Inſtabiles	
Lichani meſon	g	Inſtabiles	
Meſe	h	Stabiles	
Parameſe diezeugmenon	k	Stabiles	Trite ſynezeugmenon. Inſtabiles
Trite diezeugmenon	l	Inſtabiles	Paranete ſynezeugmenon. Inſtabiles
Paranete diezeugmenon	m	Inſtabiles	Nete ſynezeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon	n	Stabiles	
Trite hyperboleon	o	Inſtabiles	
Paranete hyperboleon	p	Inſtabiles	
Nete hyperboleon	q	Stabiles	

¶ Chordas ſtabiles imobileſq; vocamus: que in omni pentadecachordorũ diuiſione/ eadem ſeruãt interualla/ eandẽq; ad proſlambanomenon habitudinem. inſtabiles vero atq; mobiles: que id nõ ſeruant. ſic ergo ſtabiles ac inſtabiles reperiemus. cum enim per precedentem in tribus generibus conſentiãt proſlãbanomeni/ principales hypate/ medie hypate/ meſe/ parameſe/ nete tũ ſynezeugmene tũ diezeugmene ac hyperboleo/ et eadem vt ex demonſtratis iam patet ſeruent interualla: erunt ergo proſlambanomenos/ hypate hypaton/ hypate meſon/ meſe/ parameſe/ nete ſynezeugmenon/ nete diezeugmenon/ et nete hyperboleon/ ſimpliciter immobiles atq; firme. Sed cum decimaſeptima huius monſtrauerit parhypatas diatonice modulationis/ in enarmonico melo tranſire permutariq; in

lichanas/et tritas in paranetas:conſtat ergo reliquas a predictis eſſe mobiles/vt parhypaten hypaton/lichanon hypaton/parhypaten meſon/lichanon meſon/triten ſynezeugmenon/paraneten ſynezeugmenon/triten diezeugmenon/paraneten diezeugmenon/triten hyperboleon/paraneten hyperboleon. Id tamen animaduerti dignū eſt ꝙ cū per decimāquartam huius parhypate/⁊ trite in diatonicis et chromaticis reſpōdeant/ſimiliaqꝫ poſſideant interualla:eas non vſqꝫ adeo(vt cetere ſunt) eſſe inſtabiles. Et proinde partim mobiles/partimqꝫ imobiles: bono iure dici poſſe videntur.

¶In tetrachordis diatonicis:ab hypate hypaton primo limite cōſonantiarū ad 20
quartū vſqꝫ limitem ter diateſſaron cōtinetur/ſed ſemel dūtaxat in ſtabilibus imobilibuſqꝫ.⁊ ad quintū limitē idētidem ter diapēte:ſemel in mobilib⁹/ſemel partim variabilis/et ſemel penitus inuariabilis atqꝫ firma.ad octauū ꝟo ſepties conſonabit diapaſon:ter in imobilibus/et quater in mobilibus.

Hypate hyp.	et conſequentes ſuis locis.												
	Semi	Ton⁹	ton⁹	Semi	ton⁹	ton⁹	ton⁹	Semi	ton⁹	ton⁹	Semi	ton⁹	tonus
Stabiles	b		e			h	k			n			q
Inſtabiles		c	d		f	g		l	m		o	p	

¶Cum dicitur a primo limite ad quartū vſqꝫ limitem/quintū/ac octauū:primus limes non excluditur/ſed quartum/quintū/ac octauum excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f vſqꝫ ad q quattuor tetrachorda:et b hypate hypaton/cetere vero conſequētes. Dico primo ab b vſqꝫ e ter contineri diateſſaron:ſed ſemel ſolum in imobilibus. Nam per quartā huius:b ad c continet ſemitoniū minus/et c ad d tonum/et d ad e tonū.ergo b ad e conſonat diateſſaron:eritqꝫ b ad e prima diateſſaron conſonantia reperta. Et cū oſtenſum ſit c ad d ⁊ d ad e eſſe duos tonos/et per quintā huius e ad f ſit ſemitonium minus:ergo c ad f conſonat diateſſaron. eritqꝫ c ad f:ſecunda diateſſaron. Item monſtratus eſt d ad e eſſe tonus/et e ad f ſemitonium minus/et per quintā huius f ad g eſt tonus: ergo d ad g eſt diateſſaron/eritqꝫ d ad g tertia diateſſaron. Sed cū prima harum trium que eſt b ad e ſit ab hypate hypaton ad hypaten meſon/quas monſtrauit precedens ſtabiles immobileſqꝫ/et ſecūda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meſon/et tertia ab d in g lichano hypaton i lichanon meſon/⁊ parhypate ⁊ lichanue monſtrate ſunt mobiles:conſtat ergo ab b ad e ter diateſſaron/ſed ſemel dūtaxat in ſtabilibus/imobilibuſqꝫ contineri. ¶Secūdo dico ab b hypate hypaton ad f vſqꝫ parhypaten meſon: ſolū ter contineri diapente. Nam per decimā tertij:diapente tribus tonis ſemitonioqꝫ minore cōſtat. ſed per quartā et quintā huius:b ad f ſolum duos tonos ⁊ duo ſemitonia minora ꝯtinet. que duo ſemitonia minora per 34 ſecundi:minus vno tono/cōmate reſtituūt.ergo vt b ad f diapente cōſonantiam cōpleat:plena deeſt apotome.non ꝯſtituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartā et quintā huius continet tres tonos qui ſunt c ad d/d ad e/et f ad g/et vnum ſemitoniū minus qd eſt e ad f:igitꝰ per decimā tertij c ad g conſonat diapente.eritqꝫ c ad g prima diapente.⁊ per eaſdē d ad h ꝯtinet tres tonos:qui ſunt d ad e/f ad g/et g ad h/et ſemitoniū minus e ad f.ergo d ad h ꝯſonat diapente:eritqꝫ d ad h ſecūda diapēte.et ab e ad k per quartam/quintā ⁊ ſextam:cōſimiliter continentur tres toni et ſemitoniū minus.erit ergo e ad k tertia diapente.ter igitur ab b vſqꝫ ad f:continetur diapente. ſed cū prima ſit ab c parhypate hypaton in g lichanon meſon/et parhypatas ⁊ lichanas monſtrauerit decimanona huius eſſe mobiles:erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus cōſtituta. et cum ſecunda ſit ab d lichano principaliū in h meſen/lichanos autem mobilis ſit/et meſe immobilis:ſecunda igitꝰ diapēte partim variabilis exiſtit. Et cum tertia ſit ab e hypate meſon ad k parameſen/que per eandē decimamnonam ſtabiles monſtrate ſunt. erit igitur tertia diapente omnino ſtabilis atqꝫ firma.

¶Tertio dico ab b hypate hypaton vſqꝫ ad k parameſen ſepties contineri diapaſon:ſed ſolum ter in imobilibus/quater autē in mobilibus. Nam b ad k per quartā/quintā et ſextam huius: continet quinqꝫ tonos ⁊ duo ſemitonia minora. ergo per viceſimāprimam tertij:b ad k ꝯſonat diapaſon/eritqꝫ b ad k prima diapaſon. Et per idem c ad l/d ad m/et e ad n:ſingule intercipiunt quinqꝫ tonos ⁊ duo ſemitonia minora. erit ergo c ad l ſecūda diapaſon. et d ad m tertia.et e ad n quarta. ſed per quartā/quintā/ſextam atqꝫ ſeptimā ſimul: f ad o ſimiliter cōtinebit quinqꝫ tonos et duo ſemitonia minora. ſimiliter ⁊ g ad p et h ad q.erit ergo quinta diapaſon f ad o.ſexta g ad p.et ſeptima h ad q.igitꝰ ab b ad k vſqꝫ ꝯtinetur ſepties diapaſon.atqui primā prebēt hypate hypaton ⁊ parameſe diezeugmenon. et quartā hypate meſon ⁊ nete diezeugmenon.et ſeptimā meſe ⁊ nete hyperboleon. hypatas autem meſas/parameſas et netas mōſtrauit decimaoctaua imobiles atqꝫ ſtabiles. igitur inter illas ſeptem diapaſon conſonātias:diapaſon ter in imobilibus reperitꝰ. Sed ſecundā prebēt parhypate hypaton/et trite diezeugmenon: tertiam lichanos hypaton et paranete diezeugmenon. quintam parhypate meſon ⁊ trite hyperboleon.ſextam lichanos meſon ⁊ paranete hyperboleon.ſed decimanona parhypatas/tritas/lichanas/⁊ paranetas:mōſtrauit eſſe mobiles. igitur iter illas ſeptē ꝯſonātie diapaſon vices:quater in mobilibus mutabilibuſqꝫ facta reperitꝰ. quod eſt totum ꝓpoſitū. ¶Qꝫ autē diuus Seuerinus ſapientū latinoꝝ diſciplinas ſectantiū primus/quē ⁊ in hoc opere quantū valem⁹ imitamur ſuis diſciplinis nō parum adiuti/decimotertio capite quarti ſue muſices/ſpecies diapēte numerando eas quattuor faciat:id introductorie factū putetur/vbi preciſam nō curauit veritatē/ſed cōmunem ſecutus illic eſt eſtimationē. quod facile ex eius ſuperiori determinatione cognoſcitur.hic autē non introductionis ſed exacte determinationis locus eſt.

21 ¶Teſſaradecachordi chromatici inter aſſignatos limites ter itidem diateſſaron: ſolū ſemel immobiliter. bis diapente: ſemel imobiliter/ ſemelq3 partim mobiliter. ſepties autem diapaſon: ter vt in diatonico genere imobiliter/quaterq3 mobiliter continetur.

Semi.	Apo.	Triſe.	Semi.	Apo.	Triſe.	Ton⁹	Semi.	Apo.	Triſe.	Semi.	Apo.	Triſe.
b		e			h	k			n			q
c	d		f	g			l	m		o	p	

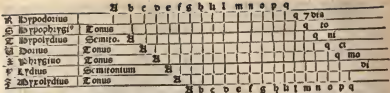
¶Teſſaradecachordum ex quattuor tetrachordis cōſtituitur: iccirco ſic nuncupatū/ ꝙ quattuordecim chordis/ neruis/ voculiſue cōtineatur. dico enim primo quattuordecim chordarū in genere chromatico cōtinue per litteras b/ c/ d/ e/ f/ g/ h/ k/ l/ m/ n/ o/ p/ q ab hypate hypaton diſpoſitaꝝ: a primo ad quartum vſq3 limitem/ ter cōtineri diateſſaron ſolum ſemel immobiliter. Nam per decimā b ad e cōcinit diateſſaron. eritq3 b ad e prima diateſſaron. ſed et q2 per eandē c ad d eſt apotome ⁊ d ad e triſemitoniū: ergo c ad e cōtinet duos tonos. et per vndecimā c ad f eſt ſemitoniū. ergo per ſextā tertij e ad f duos tonos et ſemitoniū continens: erit diateſſaron. erit igitur c ad f ſecūda diateſſaron. et q2 rurſus per vndecimā e ad f eſt ſemitoniū minus/ et f ad g apotome: ergo e ad g tonus. ſed d ad e monſtratum eſt triſemitoniū. ergo d ad g ꝯtinet duos tonos et ſemitoniū: eſtq3 d ad g tertia diateſſaron. Et cū prima b ad e ſit ab hypate hypaton in hypaten meſon: per decimāoctauā ſit imobiliter. ſecūda vero c f/ et tertia d g: ſūt a parhypate ⁊ lichano principaliū/ q decimanona pateſecit eſſe mobiles. cōſtat ergo ꝓimū. ¶Scdo dico ſolū bis intra quintū limitem ꝯtineri diapente. quia enī b ad e ꝑ imediate mōſtratū eſt diateſſaron. et e ad f/ et f ad g ſimul ton⁹. ergo ꝑ decimātertiā tertij: b ad g cōcinit diapente. eritq3 b ad g prima diapente. ea tamen ſex vocibus ⁊ nō quinq3 explebit: ꝓprietatē diapēte non ſeruās. at c ad g non explebit diapente. Nā per modo monſtratū: ad diapente cōplementū deerit b ad c ſemitoniū minus. neq3 c ad h. Nam ꝑ vndecimā huius: g ad h ꝯtinet triſemitoniū. at c g ad diapente cōplementū ſolum deerat ſemitoniū minus: ſuperat igitur c h cōſonātiā diapente ꝯpleto tono. neq3 d h cōtinet diapente. Nam cū c h ſuperet cōſonantiā diapēte integro/ ꝯpletoq3 tono: dēpta ergo c d apotome relinquetur d h ſuperās diapente ꝯſonantiā ſemitonio minore. ſed e ad k conſonat diapente: eſt enī h ad k per duodecimā tonus. ſed d ad h per imediate monſtratū ſuperat conſonantiam diapente ſemitonio minore. dēpto ergo d e triſemitonio minore: relinquitur e h deficiens tono a diapēte. addito igitur h k tono fiet diapente. eſt itaq3 e ad k: ſecūda diapente. Ab b igitur ad l quintum limitem: ſolum bis ſumitur diapente. Et cū prima diapente b g ſit ab hypate hypaton imobili/ ad lichanon meſon partim mobilē: fit ergo primo partim mobiliter. At vero cū ſecunda e k ſit ab hypate meſon ad parameſen/ que monſtrate ſunt immobiles: fit ergo ſecundo modo immobiliter ſeruaturq3 ſecūdo modo diapēte ꝓprietas vt de quinto loco in quintū fiat locū. ¶Tertio dico ſepties fieri diapaſon: ter imobiliter/ quater vero mobiliter. Nam cū b ad e per primam partem huius/ monſtrata ſit diateſſaron/ et ꝑ ſecundā e ad k diapente: ergo per viceſimā tertij b ad k cōſonat diapaſon. erit itaq3 b ad k ꝓma diapaſon. Preterea quia c ad f fuit inuēta ſcda diateſſaron/ et f g eſt apotome/ g h triſemitoniū: ergo f h duo ſunt toni et h k tonus ⁊ k l ſemitoniū. ergo f l diapente. et c f vt iam dictū eſt diateſſaron. cōcinit igitur c ad l diapaſon: eritq3 c l ſecūda diapaſon. et codē iure d m tertia diapaſon adiuuante duodecima huius. et e n quarta. f o quinta. g p ſexta. et h q ſeptima. Sed ter fieri imobiliter et quater mobiliter: codē modo vt in viceſima monſtratur.

22 ¶In tetradecachordo enarmonico: inter aſſignatos limites ter diateſſaron et ſepties diapaſon/ vt in precedentibus cōtinetur. at ſemel dūtaxat diapente atq3 immobiliter.

Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito.	Tonus.	Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito.
b		e			h	k			n			q
	c	d	f		g		l	m		o	p	

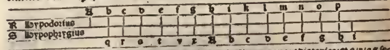
¶Tetradecachordū et teſſaradecachordū: idē dicimus. ſit igitur b/ c/ d/ e/ f/ g/ h/ k/ l/ m/ n/ o/ p/ q teſſaradecachordū enarmonicū. dico primo inter b e ter ꝯtineri diateſſaron. Nā q2 per decimāquintā hui⁹ b c d ſunt due dieſes tetartemorie: erit b d ſemitoniū minus. ⁊ d e eſt ditonus. erit igit̄ b e ꝓma diateſſaron. et codē iure c f ſecūda. et d g tertia. et quia b e ſunt hypate hypaton ⁊ hypate meſon: fit igitur prima imobiliter. et c d ſunt parhypate hypaton ⁊ lichanos hypaton mobiles: fit igitur ⁊ duobus modis mobiliter. ¶Secundo dico ſolum ſemel a primo ad quintū limitem fieri diapente: et id quidem imobiliter. nam non fiet diapente b f: quia solā ſuperaddit conſonātie diateſſaron b e dieſim tetartemoriam. neq3 b g: quia ſolum ſuperaddit conſonātie diateſſaron duas dieſes/ que ſunt ſemitonium minus. neq3 fiet b h: quia cōſonantie diateſſaron ſupaddit ſemitoniū minus ⁊ duos tonos. neq3 per idem fiet diapente c g aut c h. nam hic abundabit tonus et dieſis: illic autem deerit tonus minus vna dieſi. neq3 d g. nam deerit tonus. neq3 d h: nam tonus abundabit. at vero cum e h ſit diateſſaron. nam e f g due dieſes/ et g h ditonus/ et cū h k ſit tonus: erit igitur e k diapente. et cum e ſit hypate meſon et k parameſe/ que monſtrate ſunt immobiles. fit igitur inter aſſignatos limites: ſolum ſemel diapēte atq3 immobiliter. Tertio ſepties fieri diapaſon vt in diatonicis: ex decimaquinta declarat/ quemadmodum viceſima huius monſtrata eſt.

23 ¶Diatonice modulationis: ſeptem modos ordine collocare.



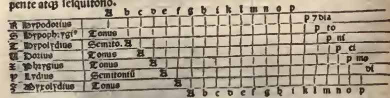
¶ Sit a b c d uſq; ad q pentadecachordũ diatonicũ. ſit r pro hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h k l m n o p q grauiſſimũ: qđ ut alioꝝ baſis atqꝫ fundamentũ ſtatuat. extendo uno tono in acumen proſlambanomenon pentadecachordi s amplius ꝙ ſit proſlambanomenos r: ad quem ceteras voces ſuo ordine per quartã / quintã & ſextam huius / ĩ diatonico modulãdi genere ſubiũgo. eritqꝫ pentadecachordũ s per diffinitionẽ: hypophrygij modi. ſimiliter extẽdo proſlambanomenon pentadecachordi t ſemitonio amplius ꝙ tenſus ſit proſlambanomenos pentadecachordi s: cui tetrachorda per quartã / quintã / et ſextam huius ut prius coapto. eritqꝫ p diffinitionẽ: t pentadecachordũ hypolydij modi. et proſlãbanomenon v uno tono extendo ampli⁹ ꝙ hypolydij: cui ceteras voces ſuo ordine ſequẽtes in diatonico genere coapto. eritqꝫ cõcent⁹ pentadecachordi v: p diffinitionẽ dorius. et ſi amplius extendo x uno tono: erit pentadecachordi x cantus phrygius. et ſi y ſemitonio minore: erit eius concentus lydius. At z amplius extenſo uno tono: fiet concentus myxolydius. ſicqꝫ factum per diffinitiones patebit propoſitum.

¶ Que diuerſorũ modorum in aliquo genere fuerit prime vocis ad primã habitudo: ea erit ſecunde ad ſecundam / et tertie ad tertiã / et cuiuſlibet totius ad totã ſimilis / eademqꝫ habitudo. 24



¶ Sit a / b / c / d ad p uſqꝫ pentadecachordũ hypodorium in aliquo genere ut diatonico: et q / r / s & ſequẽtes pẽtadecachordũ hypophrygiũ. diſtabitqꝫ iccirco q proſlãbanomenos hypophrygij: ab a proſlãbanomeno hypodorij modi / acutior uno tono. dico ergo ſingulas hypophrygij: ſingulis hypodorij ut hypatas hypatis / parhypatas parhypatis / lichanas lichanis et ita cõſequentes / ſimiliter tono / tonicqꝫ proportione diſtare. Nam cum pentadecachordũ a p et pentadecachordũ q g / ſint utraqꝫ a proſlãbanomeno in neten hyperboleon diatonice extenſa: ergo que proportio a ad b / ea eſt per quartã huius q ad r. ergo per tertiã ſecũdi arithmetices: permutatim ut a ad q ita b ad r. at a ad q monſtratus eſt eſſe tonus: igitur et b ad r tonus. et conſimiter de ſequentibus oſtendatur.

¶ Totus ordo diatonicus pentadecachordi hypophrygij modi: totum hypodorium unius acumine toni ſuperat. et totus hypolydius eundem triſemitonio. ſingule quoqꝫ dorij ſingulas hypodorij diateſſaron ꝯſonantia. totus vero phrygius conſonãtia diapente. lydius autẽ diapente atqꝫ ſemitonio. & myxolydius diapente atqꝫ ſeſquitono. 25



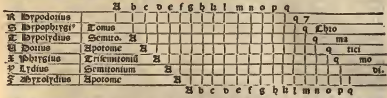
¶ Nam proſlãbanomenos hypophrygij: toni ſuperat acumine proſlambanomenon hypodorij. ergo per precedentẽ totus hypophrygius ordo totũ hypodoriũ ordinẽ / toni ſuperat acumine. et quia proſlãbanomenos hypolydij ſuperat acumine ſemitonij minoris hypophrygiũ: ergo idem ſuperat acumine proſlambanomenon hypodorium triſemitonio. igitur per precedẽtem: totus hypolydius ordo / totũ hypodoriũ ordinẽ triſemitonio ſupeuadit acutior. ſed & qꝛ dorius toni acutie vincit hypolydiũ: ergo dorius duobus tonis et ſemitonio acutior eſt hypodorio. ergo per ſextam tertij: eo acutior eſt conſo=

nātia diateſſaron. quare per precedentem: ſingule dorij ſingulis hypodorij diateſſaron conſonantia ſonant acutiores. et phrygius addit tonum in acumie dorio: igitur totus phrygius toto hypodorio diapente conſonantia modulatur acutior. et lydius phrygio addit ſemitoniū minus / et myxolydius lydio tonum: igitur lydius hypodorio diapente & ſemitonio / & myxolydius diapente & ſeſquitono ſonabit acutior. quod totum eſt propoſitum.

26 ¶ Hypolydius diatonicus: hypophrygium diatonicū ſemitonio / & dorius triſemitonio / phrygius diateſſaron / lydius diateſſaron & ſemitonio / myxolydius diateſſaron conſonātia / atq ſeſquitono ſupeuadit acutior. & dorius hypolydio tono / phrygius ditono / lydius diateſſaron / et myxolydius diapente. phrygius autē ad dorium ſonat tonū / lydius triſemitoniū & myxolydius diateſſaron. lydius phrygio ſemitoniū / et myxolydius ſeſquitonū. myxolydius autem lydio: tonum.

¶ Hec vt precedens vel q̄facillime monſtrabitur.

27 ¶ Septem modos chromatice modulationis conſtituere.

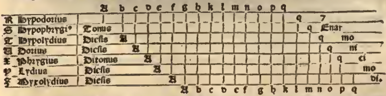


¶ Facio r pentadecachordum chromaticū per decimā / vndecimā / et duodecimam huiꝰ: & ſimiliter ſex alia ſc. s / t / v / x / y / z. facioq pentadecachordū s: tono acutius r. & t / pentadecachordū: ſemitonio acutius s. v vero: apotomes interuallo acutiꝰ t. & x: triſemitonio amplius q̄ v. y: ſemitonio amplius q̄ x. et z: apotome trāſcendere y. dico ergo ſeptem modos chromatice modulationis eſſe ordinatos. nam r erit hypodorius. s p diffinitionē hypophrygius chromaticus. t hypolydius. v dorius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

28 ¶ Quo pacto ſinguli cuilibet inter ſe chromatici modi reſpondeant: oſtendere.

¶ Diſtat per p̄cedētem hypophrygius ab hypodorio chromatico: tono. et hypolydius ab hypophrygio: ſemitonio. diſtat igitur hypolydius ab hypodorio: acutior triſemitonio. et dorius ab hypolydio diſtat apotome. igit̄ dorius ab hypodorio: remotus eſt ditono. phrygius autē ab dorio triſemitonio. igitur phrygius ab hypodorio remouetur tribus tonis & ſemitonio: hoc eſt totius conſonātie diapēte interuallo. et lydius a phrygio ſemitonio. igitur lydius ab hypodorio diapente atq ſemitonio. myxolydius ab lydio diſtat apotome. igitur myxolydius ab hypodorio diapente conſonātia diſtat acutior / atq tono. Et hoc pacto de reliquis ex p̄cedēte pfacilis eſt oſtenſio. vt hypolydius ab hypophrygio diſtat ſemitonio. dorius tono. phrygius diateſſaron. lydius diateſſaron et ſemitonio. myxolydiꝰ diapēte. Dorius a hypolydio diſtat apotome. phrygius ditono. lydius diateſſaron. myxolydiꝰ tritono. Phrygius a dorio triſemitonio. lydius tono et duobus ſemitonijs minoribus. myxolydius vero diateſſaron. Lydius a phrygio ſemitonio. et myxolydius tono. diſtat autē myxolydius vt iam quoq dictum eſt: a lydio maiore ſemitonio. ſicq cōſtructum eſt propoſitum.

29 ¶ Septem itidem enarmonicos modos ordinare.



¶ Sint r / s / t / v / x / y / z ſeptē pentadecachorda / et ſit per decimāquintā huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proſlambanomenon pentadecachordi s vno tono amplius pētadecachordo r. et t dieſi amplius q̄ s. et v dieſi āplius q̄ t. et x ditono amplius q̄ v. et y ampliꝰ dieſi x. et z amplius itidem dieſi q̄ y. erūt ergo ſm acumen intenſa ſex poſt primū pentadecachorda: primo tono / deinde duabus dieſibus et ditono / demum duabus dieſibus. qui quidē intēdendi modus: enarmonice modu

lationi peculariſ ꝓpriuſqꝫ habetur. ſunt igitur ſeptem pentadecachorda r/ſ/t/v/x/y/z: ſeptem enarmonice modulationis modos continentia. quod demonſtrari propoſitum erat.

¶ Singulorum enarmonicorum modorum: ad quemlibet habitudines demonſtrare. 30

¶ Huius ex precedēti demōſtratio clara eſſe poteſt. Primo hypophrygiū ab hypodorio diſtātiam: eſſe tonū. hypolydiū: tonū et dieſim. doriū: ſeſquitonū. phrygiū: diapente. lydiū: diapēte ac dieſim. myxolydiū: diapente et ſemitoniū. Secūdo hypolydium diſtare ab hypophrygio: dieſi. doriū: ſemitonio. phrygium: diateſſaron. lydium: diateſſaron et dieſi. myxolydiū: diateſſaron et ſemitonio. Tertio dorium ab hypolydio: dieſi. phrygium: ditono et dieſi. lydium: diateſſaron. myxolydium: diateſſaron et dieſi. Quarto phrygium a dorio: ditono. lydium: ditono et dieſi. myxolydiū: diateſſaron. Quinto lydium a phrygio: dieſi. et myxolydium: ſemitonio. Sexto myxolydium diſtare dieſi a lydio.

¶ Septem enī modos et nō plures adiecit priſcorum authoritas Pythagoricorū. Ut enim numerus a monade ad denarium uſqꝫ varius creſcens ꝓgreditur/ mox vero ſequens denarius vnitatis vicem obtinet primāqꝫ explicat vnitatem eiuſdē indiuidue monadis cōſors/ et emulus/ qui ad centenariū uſqꝫ rurſus nouenaria ꝓgreſſione ſe extendit/ relapſus tandem in tertiā vnitatem: ita quoqꝫ vocum diſſimilitudo ac varietas ex quibus inſtar celeſtis harmonie concentus humani/ modiqꝫ formātur ad octonariū uſqꝫ ſurgit. ſuntqꝫ ſeptem cōtinue voces inter ſe varie: quibus ſuccedens octonaria vocis plenitudo (primus enim numeralis cubus primaqꝫ teſſera octonarius) ad pmā rurſus ſonat vt eadē/ et ad eam ſeſe habens perinde ac denarius ad vnitatem. Et hec octonaria ſeries in omī modulationis genere ſic rata procedit: vt cōtinue octauo quoqꝫ loco octauū per ſimilem ſibi et pene eūdem ſonus offendat ſonum. ita vt ex duobus natiua quadam/ concordiqꝫ affinitate: iam vnū ſonum et non multos parere videant. uſqꝫadeo enim ſe miſcent: et mutua ſe iungunt/ copulantqꝫ amicitia. Et harum ſeptem vocum que grauiſſima tardiſſimaqꝫ eſt: Saturno debet. proxima: Joui. tertia: Marti. quarta: Phebo. quinta: Veneri. ſexta: Mercurio. ſeptima vero earū acutiſſima/ concitatiſſimaqꝫ: Lune. octaua autem: rurſum reuoluitur ad Saturnum. nona: ad Jouem. decima: ad Martem. et hoc pacto pſequētes: vt ſapiens voluit antiquitas. Et re vera totius vniuerſi harmonia ſeptenario cōpleta eſt. et hec ſeptem in celo celeſtem: in his autē inferioribus corpoream/ ſenſibilemqꝫ tēperant harmoniā. ſed hec Magi plenius diſcutiāt. hinc licet cognoſcere cur hypermyxolydius: ſeptem pythagoricis modis haud multū veniat accōmodandus. Nam ſi in diatonico genere myxolydium pētadecachordum pro hypermyxolydio vno tono amplius acuatur: totus is vbiqꝫ modus ad hypodoriū cōſonaret diapaſon/ octauuſqꝫ natus eſſet ſonus/ qui ad primū idem/ congeneuſqꝫ naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam varius putandus eſt. et eque ſi myxolydius intenderetur triſemitonio in chromate et ditono in enarmonio. ſed de his forte amplius/ ꝙ pſenti negocio par ſit: dictum eſt. Et modi quos adiecere recentiores/ vt diuus Gregorius: ab hac modorū antiqtate recedunt. et pleraqꝫ alia que poſteriores muſici inculcauerunt: et que ab illis facile requiras. et noſtra quoqꝫ tempeſtate muſicū modulamen/ atqꝫ oēm cōcinentiā ad celeritatē quādam precipitēqꝫ leuitatem reducere conātur: modeſtam/ grauem ſeriāqꝫ ac decoram cōcentuū moderationē perparū attendētes. a moderatione enī dicti ſunt modi. parū item attēdentes priſcū muſices honeſtatis/ grauitatiſqꝫ decus: qua amentes arreptitioſqꝫ ſoluebant/ ſanitates inducebāt/ feros hominū mores (vt olim Thracius Orpheus) ad māſuetos et virtutis callem reuocabāt. et ex ſenſibilium harmonia ad celeſtis harmonie deſiderium captiuas animas: tanꝙ ſui iam memores exilii vbertim fluentibꝰ oculis euocabāt. hoc enim modoꝝ accōmoda mediocritate Pythagore diſcipuli faciebāt. non enim is inter hoīes modeſtior: cuiꝰ omnis inceſſus curſus videtur. neqꝫ is cuius preceps nimiū loquela pſentium ludit intelligentiam. Ita quoqꝫ neqꝫ ii modeſtiores modi: qui nimia ſui feſtinantia quaſi in venerea chorea laſciuiētes preterfugiūt auditum. hac enim de cauſa Pythagorea ſchola molles chromatis modos repudiauit: et Spartiate ſolemni decreto Timotheum Mileſium increpuerunt vehementer diatonicos cōcentus potius approbātes. qui ſi apte moderētur: virtutis pre ſe ferunt modeſtiam. vt enim nimia tarditate ceu torpore quodam faſtidimur inani: ita nimia celeritas mollitiem quādam pre ſe fert inhoneſtā. medium enī neqꝫ celeritate preceps neqꝫ ignaua tarditate pigrum: laudabile virtutiſqꝫ emulū. quam omnis etas ꝓbauit probaturaqꝫ eſt: et ad quā muſici modi tanꝙ moderationis animi quedā certe regule nos perducere debent/ et ad diuina mentes noſtras iugiter rapere. et felices ii erunt: qui hoc fine et muſicen et omnem mūdanam philoſophiā queſierint. neqꝫ talibus deeſſe ſolet celeſtis fauor atqꝫ preſidium. qui autem ſecus faciunt/ miſeri: quales nullos ad quos noſtra hec modulationū elementa peruenerint futuros deſideramus/ quin eis omnis harmonie vite decus/ feliciter optamus/ noſtriqꝫ victuros memores.

¶ Quarti elementorum Muſices Jacobi Stapulenſis finis.

ROMA

¶Jacobus Faber Stapulēſis Magnifico dño Joanni Stephano Ferrerio deſignato Epiſcopo Verſellenſi ſtudiorum amantiſſimo.

HIs diebus metallicis formulis arithmetices pariter atq; muſices cōmiſſis elementis/ cogitanti michi digniſſime preſul quid illorum facilem prepararet intelligentiā: occurrit ſi introductio quedā ex diuina illa ⁊ Pythagorica diui Seuerini Boetij numerorum inſtitutione in mediū afferretur/ que ⁊ vt domeſtica/ familiariſq; ante alioꝝ lectionē ⁊ tanta demōſtrationū pondera directrix haberetur. Ita enim ferme comparatum eſt: vt niſi mens rite preparata fuerit/ nullum in diſciplinis capiat emolumentū. Ut enim periti medici potiones/ digerentiaq;/ fortibus premittūt pharmacis quo firmiorē inducant valetudinem: ita quoq; in omni diſciplinarū genere operepreciū eſt introductiones premittere/ vt faciliorem aſſequamur diſcipline intelligētiam/ velut quādam perfectam noſtre mētis ſanitatē. Quapropter ilico ex libris diui Seuerini epitomen ſum aggreſſus: cuius multiplex cōmoditas futura eſt. Ea enī aſſecuta: ad numeroꝝ demōſtrationes vt quibuſdā Pythagore ritibus initiati p̄paratiq;/ accedent. atq; illorum librorum priſca ſapientia refertorum inſtitutionis arithmetices: perfacilem capeſſent intelligentiā. immo ex vltima cōparationis diui Seuerini et Jordani formula: vniuerſam elegātiſſime ⁊ nunq̄ ſatis laudate numerorum inſtitutionis cōmentationē cōſequētur facillime. ⁊ ad quecūq;/ que numerorū deſiderant operam: viam perfacilem atq; aditum. Hanc ergo introductiunculam digniſſime Preſul nō dubitaui nomini tuo deſignare: tametſi tue dignitatis habita ratione res ſit exigua. vt qui norim ꝙ feruidus oīa ſtudia cōplecteris/ ꝙ in illis verſaris aſſiduus ſchole prope Socratice aſſertor: nullum preter ſapientiam bonum eſſe/ nullum preter ſtudia literarum. Non poteſt ergo obſeruantia in te mea in re literaria grata non fore: qui facis literas/ literatoſq; omnes obſeruando/ vt te debeant omnes obſeruare litere. quod vtinā aliquando pro dignitate facere poſſim tue virtutis iam ſatis longa conſuetudine probate: iugis/ aſſiduuſq; cultor. Vale.

¶ Iacobi Fabri Stapulenſis Epitome in duos libros Arithmeticos diui Seuerini Boetij ad Magnificum dñm Ioannem Stephanum Ferrerium Epiſcopum Verſellenſem.

INter diſciplinas mathematicas quibus neglectis omnis obſcuratur diſciplina: tanq̃ ceterarum parens/ dux atq; domina/ primum ſibi vendicat arithmetice locum. que vt rite cognoſcatur: quemadmodum et cetere/ certis eget adminiculis. inter que primo menti figenda eſt vniuerſorum circa que verſatur ſubiecta formula: mox ſingulorum diffinitiones/ poſt quas numerorum affectiones/ proprietateſq; / poſt proprietates/ quo ex loco vniuerſe ſunt monſtrande.

¶ Formula vniuerſorum circa que negociatur Arithmetica

Numerus		Seſquiquintus.	6.5.	Ante longior	15.		
Secundum ſe	2.	Superpartiens		Solidus			
Adaliquid	4.2.	Superbipartiens	5.3.	Pyramis	4.		
Scdm figurã	3.	Supertripartiens	7.4.	Cubus 8.	latus 2.		
Numerus ſcdm ſe		Superquadripartiẽs	9.5.	Pyramis			
Par	2.	Superquintupartiens	11.6.	Trigona	4.		
Impar	3.	Superſextupartiens	13.7.	Tetragona	5.		
ar		Multiplex ſuperparticularis		Pentagona	6.		
Pariter par	4.	Duplus ſeſqualter	5.2.	Hexagona	7.		
Pariter impar	6.	Duplus ſeſquitertius	7.3.	Curta pyramis	29.	Sui tetragoni ſũt	16.9.4.
Imparit par	12.	Duplus ſeſquiquartus	9.4.	Biſcurta	25.	Sui tetragoni ſunt	16.9.
Perfectus	6.	Triplus ſeſqualter	7.2.	Tricurta	41.	Sui tetragoni ſunt	25.16.
Diminutus	4.	Triplus ſeſquitertius	10.3.	Laterculus	18.	Latera ſunt	3.3.2.
Abundans	12.	Triplus ſeſquiquartus	13.4.	Aſſer	12.	Latera ſunt	2.2.3.
Impar		Multiplex ſuperpatriens		Cuneus	24.	Latera ſunt	2.3.4.
Primus	3.	Duplus ſupbipartiens	8.3.	Nũer⁹ circularis	25.		
Compoſitus	9.	Duplus ſuptripartiens	11.4.	Sphericus	125.		
Ad altũ p⁹	9.25.	Dupl⁹ ſupq̃dripartiẽs	14.5.	Parallelepipedus	12.	Latera ſunt	3.3.2.
Numerus adaliq̃d		Triplus ſupbipartiens	11.3.	Medietas			
Eq̃litas	10.10.	Triplus ſuptripartiens	15.4.	Arithmetica	6.4.2.		
Ineq̃litas	10.5.	Triplus ſupq̃dripartiẽs	19.5.	Geometrica	9.6.4.		
Inequalitas		Numerus ſcdm figuram		Muſica	6.4.3.		
maior ineq̃.	10.5.	Linearis	2.	Arithmetica			
minor ineq̃l.	5.10.	Planus	4.	Continua	6.4.2.		
Maior inequalitas		Solidus	8.	Diſiuncta	7.5.6.4.		
Multiplex	2.1.	Planus		Geometrica			
Suppticlari	3.2.	Trigonus	3.	Continua	9.6.4.		
Suppartiẽs	5.3.	Tetragonus	4.	Diſiuncta	9.6.3.2.		
Multiplex		Pentagonus	5.	Quarta medie.	6.5.3.		
Duplus	2.1.	Hexagonus	6.	Quita medietas	5.4.2		
Triplus	3.1.	Heptagonus	7.	Sexta	6.4.1.		
Quadrupl⁹	4.1.	Octogonus	8.	Septima	9.8.6.		
Quincuplus	5.1	Ennagonus	9.	Octaua	9.7.6.		
Superparticularis		Decagonus	10.	Nona	7.6.4.		
Seſqualter	3.2.	Endecagonus	11.	Decima	8.5.3.		
Seſq̃terti⁹	4.3.	Dodecagonus	12.				
Seſq̃quart⁹	5.4.	Altera parte longior	6.				

Numerus:eſt multitudo ex vnitatibus aggregata.
Numerus ſcđm ſe ſūptus:eſt numerꝰ q̇ in ꝯparatione ad alterum minime ꝯſideratur/neqꝫ vt ad figuras geometricas applicatur.
Numerꝰ ad aliquid:eſt q̇ in ꝯparatione ad alterū ſumptꝰ/ꝯſideraꝛ.
Nūerus ſcđm figurā dicíꝛ: put ad figuras geometricas applicaꝛ.
Numerus par:eſt qui in duo equa diuidi poteſt.
Numerus impar:eſt qui in duo equa minime diuidi poteſt.
Numerus pariter par: eſt numerus par/cuius partes in duo equa ad vnitatem vſqꝫ ſectionem recipiunt.
Numerus pariter impar: eſt numerus par cuius media/ equalium partitionem non admittunt.
Numerus impariter par: eſt numerus par/ cuius media equalium partitionem admittunt/ſed partiū in duo equa partitio citra vnitatem deficit.
Numerus perfectus:eſt numerus par/cuius oēs ꝯpoſite ſimulqꝫ accepte partes/ ſui totius ſummā implent. Pars: eſt que aliquoties ſumpta neqꝫ excreſcendo neqꝫ deficiendo/ ſuum totum metitur.
Numerus diminutus:eſt cuius collecte partes/minus ipſo toto reddunt. qui et imperfectus dicitur.
Numerus abundans:eſt cuius in vnum adacte partes/totius ſummā excedunt. qui et idem ſuperfluus nuncupatur.
Numerus primus: eſt numerus impar/ qui ſola vnitate metitur. et idem quoqꝫ incompoſitus nominatur.
Numerus compoſitus:eſt numerus/ quem nō ſola vnitas/ſed et alter numerus ipſum menſurat. qui et idem ſecūdus appellatur.
Numerus ſolū ad alterū primus:eſt numerus/qui ſcđm ſe ꝯpoſitus eſt/ad alterū vero cōparatus ſola cū illo cōmuni metitur vnitate. Par. impar.
Equalitas:eſt cum equalis numerus ad equalem comparatur.
Inequalitas vero:eſt cum inequalis ad inequalem comparatur.
Maior inequalitas:eſt cum numerum maiorem ad minorem cōparamus.
Minor vero inequalitas contra:quoties minorem maiori comparamus.
Numerus multiplex:eſt cum maior numerus minori cōparatus/eundem pluſq̄ ſemel continet vt bis/ter/quater/et ita deinceps.
Unitatem numerorū fontē/principiūqꝫ: etiā numeri appellatione cēſemus.
Duplus:eſt cum maior numerus minori cōparatus/minorem bis continet.
Triplus:cum ter continet.
Quadruplus: cum quater.
Quincuplus:cū quinquies/et hoc pacto deinceps ſecundū naturalem numeroꝝ progreſſionem.
Numerus ſupparticularis:eſt cum maior numerus minori cōparatus/totū in ſe numerum minorem continet/et eius partem aliquam.
Seſqualter:eſt numerus ſuperparticularis cum maior totum cōtinet minorem/ et eius medietatem. et idem dicitur hemiolius.
Seſquitertius:eſt cum maior continet totum minorem/et eius tertiam partem. qui et dicitur epitritus.
Seſquiquartus:eſt cū maior cōtinet totū minorem/et eius quartā partem. Et ſi quintā ꝯtinet: vocatur ſeſquiquintꝰ. et ita deinceps ſcđm numeroꝝ ſeriem.
Numerus ſuppartiens:eſt cū maior ꝯtinet in ſe totū minorē/et eiꝰ inſup aliquot partes vt duas/tres/q̄ttuor aut quotquot attulerit ipſa ꝯparatio. De ijs partibus id intelligitur:que minoris vnam partem non efficiunt.
Superbipartiens:eſt cum maior continet minorem/et duas eius partes.
Supertripartiens:eſt cum tres eius partes inſuper continet.
Superquadripartiens:cum quattuor. et hoc pacto deinceps.

Numerus multiplex ſuprparticularis: eſt quoties maior numerus ad minorẽ ꝯparatus habet cum pluſq̄ ſemel et eius partem aliquam.
Et ſi bis continet et eius medietatem: vocatur duplus ſeſqualter.
Et ſi bis et tertiam: duplus ſeſquitertius.
Et ſi ter ⁊ medietatẽ: triplus ſeſqualter. et ita deinceps: ex vtriuſq; denoīatione multiplicis et ſuprparticularis prout cōparatio attulerit noīa colligendo.

Numerus multiplex ſuprpartiens: eſt quoties maior numerus minori ꝯparatus/ minorẽ pluſq̄ ſemel cōtinet ⁊ inſuper eiꝰ aliquot partes. et noīa ſumit ꝯpoſita ex vtraq; ꝯparationis denoīatione. vt hec: duplus ſuprbipartiens/ duplus ſuprtripartiẽs triplus/ quadruplus quincuplus ſuprbipartiens ⁊ ſimilia. Et quo pacto quinq; ſumunt̃ ſpecies ꝯparando maiorẽ numerū ad minorẽ/ eo pacto ſumūtur quinq; correlatiue ꝯparato minore ad maiorẽ: quorū et ſuorꝫ ſpecialium modorꝫ ſpecierūq; noīa: ſola ſub ꝑpoſitione addita effingimus/ q̄ ſunt. ſubmultiplex ſub ſuprparticularis/ ſubſuprpartiẽs/ ſubmultiplex ſubſuprparticlaris/ ſubmultiplex ſubſuprpartiẽs. et ſpecies ſubmultiplicis: ſunt ſubduplꝰ/ ſubtriplus/ ſubquadruplus/ ſubquincuplus. et hoc pacto deinceps.

Species ſubſuperparticularis: ſubſeſqualter/ ſubſeſquitertius/ ſubſeſquiquartꝰ/ ſubſeſquiquintus. et hoc pacto deinceps.

Species ſubſuperpartientis: ſunt ſubſuperbipartiens/ ſubſupertripartiens/ ſubſuperquadripartiẽs. et hunc in modum conſequenter.

Species ſubmultiplicis ſubſuprparticularis: ſubduplus ſubſeſqualter/ ſubtriplꝰ ſubſeſqualter ⁊ ſimiles.

Species ſubmultiplicis ſubſuprpartientis: ſunt ſubduplus ſubſuprbipartiẽs/ ſubduplus ſubſupertripartiens atq; cetere ſimiles ſecūdum rationis/ cōparationiſq; naturam. ſed hec ſtatim nota ſunt.

Numerus linearis: eſt qui per plures in vnam eandẽq; partem adiectas/ deſcribitur vnitates.

Numerus planꝰ: eſt qui ꝑ ſuas vnitates deſcriptus/ in longū atq; latū porrigit̃.

Numerus autẽ ſolidus: eſt qui per ſuas vnitates deſcriptus/ longitudini ⁊ latitudini craſſitiem ſuperaddit/ trinoq; diſtenditur interuallo.

Trigonus: eſt numerus planus/ qui ſuis vnitatibus explicatus/ tria latera poſſidet equalia.

Tetragonus: quattuor equalibus angulis perficitur.

Pentagonus: quinq;.

Hexagonus: ſex.

Heptagonus: ſeptem.

Octogonus: octo.

Ennagonus: nouem.

Decagonus: decem.

Endecagonꝰ: vndecim. et hūc in modū deinceps: quos appellatione latina nūcupare poſſumus triāgulos/ quadrāgulos/ quinquāgulos/ ſexangulos/ ſeptāgulos/ octangulos/ nonāgulos/ decāgulos/ vndecāgulos ⁊ hoc pacto ꝯſequẽter.

Numerus altera parte longior: eſt numerus planus qui ꝑ vnitates deſcriptus/ longitudini latitudinẽ habet vnitate diſcrepantẽ. ⁊ idẽ lōgilaterus appellat̃.

Numerus vero antelōgior: eſt qui ꝑ vnitates deſcriptus latera ſua habet pluſq̄ vnitate diſiuncta. hoc eſt longitudinẽ latitudini pluſq̄ vnitate diſſentientem.

Pyramis: eſt numerus ſolidus cuius ſingula latera ſunt ab vno planorꝫ ad vnū cacuminis verticẽ eleuata. Et planus nūerus a quo latera erigūtur: pyramidis baſis nūcupat̃. Punctus autẽ/ vnitaſq; in quā ꝯueniūt: pyramidis conus/ mucro/ vertexq; dicitur. q̄ ſi ex baſe triangula naſcit̃: pyramis triangula noīatur. Si ex baſe quadrangula: pyramis tetragona. et hoc pacto deinceps.

Perfecta pyramis:ea eſt cuius laterũ ad verticẽ erectio/citra vnitatẽ nō deficit.
Curta vero pyramis:ea eſt cuius laterũ erectio ad vnitatẽ vſq; nō aſcēdit. cui ſi ſola monas deeſt q̃ eſt prima pyramis: curta dicit. Si vnitas ⁊ planus vnus: biſcurta. Si duo:tricurta nominatur.et hoc pacto deinceps.

Cubus:eſt numerus ſolidus ſex equis ſupficialibus/ planiſq; numeris ꝯtentus/ equã de ſe longitudini ⁊ latitudini altitudinẽ prebens.⁊ ijdem numeri:teſſere nuncupantur/que duodecim equa latera ſemper habẽt/ ſolidos angulos octo/ atq; ſuperficies ſex.

Laterculus is ſolidus eſt:qui lōgitudini latitudinẽ equam habens/altitudinem poſſidet contractiorem.

Aſſer:cuius cum longitudo latitudini ſit equa/altitudinẽ habet maiorem.

Cuneus vero:qui longitudinẽ/latitudinẽ/⁊ altitudinem in ſe ꝯtinet inequales.

Circularis numerus:eſt cum latus in ſe ducit/⁊ tetragonus inde naſcens in idẽ terminatur.et rurſum cũ idem latus in tetragonũ:naſcitur cubus qui in idem reuoluit.et is cubus ſphera/ſphericuſq; cubus appellat. Et cũ rurſus quoties idem latus in cubum vel ſi in infinitũ duxeris: qui inde naſcitur numerus/ in eiuſdẽ lateris numerũ terminatur/reuoluiturq;.

Parallelepipedus:ſolidus nũerus eſt equidiſtãtibus ſupficialibus/ planiſq; numeris cōtentus neq; olno quidẽ equalibus neq; oĩno inequalibus.

Medietas:eſt duarum pluriũ ve proportionũ ſimilis habitudo.

Medietas arithmetica:eſt medietas/cuius termini equas ſeruãt differentias.

Termini:ſunt numeri/medietatis proportiones conſtituentes.

Differentia:eſt quo numerus numerũ ſuperat ac vincit.

Continua medietas arithmetica:ea eſt q̃ in tribus cōtinue numeris cōtinet. Si vero in quattuor diſcōtinue ꝯtineat:diſiũcta medietas arithmetica nuncupat.

Medietas geometrica:eſt medietas cuiꝰ termini equas ſeruãt ꝓportiones. Que ſi in tribus cōtinue terminis continetur:cōtinua. Sin vero in quattuor diſcō=tinue:diſiuncta nominatur.

Medietas harmonica:ea eſt in qua quẽadmodũ maximus terminꝰ ad minimũ/ ita differentia maiorum ad differentiam minorum ſeſe habet.

Quarta medietas:eſt in qua quẽadmodum maximus terminus ad minimum/ita differentia minorũ ad differentiam maiorum.

Quinta medietas:in qua quẽadmodum medius ad minimũ/ ita minorũ differẽ=tia ad differentiam maiorum.

Sexta: eſt in qua quẽadmodum maximus ad medium/ ita minorum differentia ad differentiam maiorum.

Septima: vt quẽadmodum maximus ad minimũ/ita extremorum differẽtia ad differentiam minorum.

Octaua: quemadmodum maximus ad minimum/ſic eorum differentia ad diffe=rentiam maiorum.

Nona:quẽadmodum medius ad minimum/ſic extremorum differentia ad diffe rentiam minorum.

Decima:quẽadmodũ medius ad minimũ/ita extremoꝝ differentia ad differen=tiam maiorũ. Et he ſeptem vltime preſertim adiecte:quo Pythagore denarius impleatur/in tribus terminis conſiſtunt.

Nu me ri pro pri e ta tes.

Omnis numerus circum ſe proxime poſitorum atq; ſimul iunctorum cōperitur medietas. 1

Omnis numerus duorum quorũcunq; altrinſecus iacentium et ab eo equaliter diſtantium: itidem eſt medietas. 2

Nu me ri pa ris pro pri e ta tes.

1 Cum numerus par in duo partitur: ſi earū partium vna par eſt/ et alterā parem eſſe neceſſe eſt.
2 Cum par itidem in duo partitur/ ſi earum partiū vna impar eſt: altera erit īpar.
3 Par parem ſi multiplicet: ſemper naſcitur par.
4 Par imparem ſi multiplicet: naſcitur par.

Nu me ri im pa ris pro pri e ta tes.

1 Quilibet numerus impar in duo partitus: vt vnam partem parem/ et alterā imparem habeat neceſſe eſt.
2 Impar imparem ſi multiplicet: protinus naſcitur impar.
3 Impar ſi multiplicet parem: procreabitur par.

Nu me ri pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.

1 Quilibet numerus pariter par partē quālibet et nomine et quātitate parē habet. Nomine quidem/ ꝙ denominationē habeat a numero pariter pare: quātitate vero/ ꝙ ea ipſa numerus ſit pariter par.
2 Omnis numerus pariter par/ eſt aliquis duplicium ab vno continue ſumptorū. Et quēlibet duplorū ab vno et ſolum talem: pariter parem eſſe neceſſe eſt.
3 Quotcūq; pariter pares ab vno ꝯnumerata vnitate collecti: ſequenti minus vno reſtituunt.
4 Omnis numerus pariter par: eſt diminutus.
5 Omnis numerus pariter par: ex reſpondentibus ſibi mutuo partibus procreat. Partes mutuo ſibi reſpondentes: pars denominās/ et denominata.
6 Numeroꝝ pariter pariū cōtinue diſpoſitoꝝ ſi ſeries eſt īpar: qđ ſub extremis ꝯtinetur equū eſt ei qui cōtinet ſub medio in ſe ducto. deinde ſub circūpoſitis vſq; ad ſeriei expletionē. Si vō fuerit par: equū eſt ei qui ſub duob⁹ medijs cōtinet. deinde ijs qui altrinſecus illis adijciunt: ⁊ hoc pacto vſq; ad ſeriei expletionē.

Nu me ri pa ri ter im pa ris pro pri e ta tes.

1 Quilibet numerus pariter impar: medietatem habet imparem.
2 Omnis nūerus pariter īpar quālibet ſui partē alterius q̄titatis retinet/ pariter et denoīationis. Nā ſi quātitas eſt par: denoīatio erit īpar/ ⁊ ꝯtra ſēꝑ eueniat.
3 Omnis numerus pariter impar: gignitur ex īparibus cōtinue ab vnitate ſumptis/ in quos binarius ducitur.
4 Omnes nūeri pariter īpares, ſeſe quaternaria numeroſitate trāſcēdūt: quattuor naturali ſerie itercep tos ꝯtinue relinquētes/ ⁊ ab ſeſe ꝯtinue quīto loco diſtātes
5 Omnis numerus pariter impar: duoꝝ ſimul pariter impariū altrinſecus equidiſtanter iacentium et naturali ſerie collectoꝝ eſt medietas.
6 Omnium numeroꝝ pariter impariū pari/ continuaq; ſerie diſpoſitoꝝ: duas medietates ſimul iunctas ſuis proxime altrinſecis numeris ⁊ illis qui ſuper illos ſunt vſq; ad vnitatem: ſimul/ in vnūq; collectis equari neceſſe eſt.

Nu me ri im pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.

1 Omnis nūerus impariter par/ aliquas eius partes habet ⁊ denoīatione ⁊ quātitate reſpōdentes: aliquas vero denoīatione/ quātitateq; diſſentientes.
2 Omnis numerus īpariter par: ex numero pariter pari/ et pariter īpari ꝓcreatur.
3 Completa ad longitudinē ⁊ latitudinē impariter parium ſerie: qui ꝑ lōgitudinē deſcripti ſunt/ ſextā pariter pariū ſeruāt ꝓprietatē. qui aūt in latitudine: ſextā ſeruāt pariter impariū. Longitudo ſeriei: eſt que a ſiniſtro porrigitur ī dextrū. Latitudo vero: que ab imo euadit ad ſurſum.

Nu me ri per fe cti pro pri e ta tes.

1 Omnis nūerus ꝑfect⁹: alternatim altero ſenario/ octonarioq; terminat⁹ ꝯperit.

Omnis numerus ꝑfectus/ex pariter paribꝰ ab vnitate ſua ſerie collectis naſcit̃: 2
qui in vnum congeſti/congregatiq̃/numerū primū conſtituūt:in quē. ducitur
aggregatorum maximus.

Nu me ri di mi nu ti et abun dan tis pro pri e ta tes.

Omnis numerus diminutꝰ:a ſola monade aut a numero diminuto numeratur. 1
Numerus abundans:ſolum abundantem numerat. 2

Nu me ri pri mi et com po ſi ti pro pri e ta tes.

Omnis numerus primus:ad omnē quem non numerat primus eſt. 1
Omnis numerus compoſitus:a primo numeratur. 2
Oīs nūerus ꝯpoſitus poſt aliquē impariū naturali ſerie diſpoſitorū totus eſſe ꝓ= 3
bat̃:quotus ille nūerus īpar ab vnitate fuerit aut poſt aliquē ſupra ipm̄ īparem
totorū/totus. Quotꝰ/ꝛ totus: vt tertius/quintꝰ/ſeptimꝰ. ꝛ hoc pacto deīceps.
Omnis numerus primus/aliquis impariū eſt hoc pacto diſpoſitoꝝ qui poſt nul= 4
lum imparem aut aliquem ſupra ipſum totorum: totus venerit/ quotꝰ aliquis
imparium fuerit ab vnitate.

Nu me ri ad al te rum pri mi pro pri e ta tes.

Omnes nūeri adinuicē primi ſinguli ī ſe ducti:nūeros adinuicē primos ꝓcreāt. 1
Omnis nūerus minor qui ad maiorem eſt primꝰ a maiore detractꝰ quoties poteſt 2
et eo qui relinquet̃ quoties poteſt a minore detracto/et hoc pacto cōtinue quo=
ties opus eſt:tandē que detractionis vicem impediat/relinquit̃ vnitas.

E qua li ta tis et ine qua li ta tis pro pri e ta tes

Equalitas:eſt inequalitatis principium. 1
Omnis inequalitas:ex equalitate naſcitur. 2
Omnis inequalitas:in equalitatem reſoluitur. 3

Mul ti pli cis pro pri e ta tes.

Multiplices:ceteris inequalitatibus ſunt antiquiores/origineq̃ priores. 1
Omnis multiplex:ex continua numeroꝝ ſerie ad vnitatē relata ꝯſurgit. Multi= 2
plex/ multiplicis modus atq̃ ſpecies.
Omnis multiplex maiorem habet multiplicem. 3

Spe cie rum mul ti pli cis pro pri e ta tes.

Omnes dupli ex ſingulis paribꝰ a binario ſumptis ad ſingulos ſeriei numeroꝝ 1
ab vnitate continue comparatis:naſcuntur.
Omnis triplus:a ternario duobus poſt ſingulum quēq̃ triplum naturalis ſeriei 2
numerorum continue dimiſſis procreatur.
Quadruplus itidem continue tribus poſt ſingulū quēq̃ quadruplū relictis nu= 3
meris naſcitur. et hoc pacto de quincuplo/ſexcuplo/ꝛ ceteris.

Su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

Omnis ſuparticularis:ſuparticularem ſupra ſe relinquit minorē. Minorem 1
enim eam eſſe dicimus:cuius pars a maiori numero denominatur.
Omnis ſuparticularis ex continua ſerie numeroꝝ:continue ꝓxime ſequētis ad 2
ſuum precedentem comparati/ſumit initium.

Spe cie rum ſu per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

Omnis ſeſqualter ex naturalibus/cōtinuiſq̃ triplis: ad naturales/ continuoſq̃ 1
duplos comparatis enaſcitur.
Omnis ſeſquitertius: pari pacto ex continuis quadruplis ad continuos triplos 2
comparatis elicitur.
Omnes ſeſquiquarti ex continue quincuplis ad continuos quadruplos ꝯparatis 3
ſimili origine extrahūtur. Et hoc pacto ſeſquiquinti ex ſeſcuplis et quincuplis.
et ſeſquiſexti ex ſeptuplis et ſeſcuplis:et ita deinceps.

Su per par ti en tis pꝛo pꝛi e ta tes.

1 Omnis ſuperpartiens:maioꝛē ſupꝛa ſe ſuperpartiētem relinquit. Maioꝛ ea eſt: que a maioꝛe numero ſuam denominationē ſumit.

2 Omnes ſuperpartientes:ex cōtinue a quinario imparibus ad numeros cōtinua ſerie ternario ſuccedentes comparatis ſurgunt.

Spe ci e rum ſu per par ti en tis pꝛo pꝛi e ta tes

1 Continue ſuperbipartiētes naſcentur:ſi in vtrūqꝫ terminū pꝛimi ſuperbipartiētis binarius ducitur/et rurſus in terminos pꝛoducte ſuperbipartientis/et ita quoties in pꝛoductos terminos ducetur binarius.

2 Continue ſupertripartiētes ſimili creatione ſurgēt:ſi in terminos pꝛime ſuptripartiētis ternarius ducitur et in pꝛoductos terminos.et ita deinceps. Et ſupquadripartiētes:ſi in pꝛimos eiuſdem inequalitatis terminos duxeris quaternarium. Et idem quoqꝫ valuerit:ſi alium quēcunqꝫ duxeris numerū.et ſimili creatione reliquas ſuppartientis ſpecierum foꝛmationes elicias.

Mul ti pli ci um ſu per par ti cu la ri um pꝛo pꝛi e ta tes

1 Multiplices ſupparticulares:cōtinue naſcūtur ex īparibus ſuo oꝛdine a quinario collectis continue numeris a binario ſuccedentibus comparatis.

2 Dupli ſeſqualteri cōtinue creantur:ſi cōtinuis a binario paribus/numeri a quinario ſeſe cōtinue quinario tranſſilientes comparabuntur.

3 Dupli ſeſquitertij itidem oꝛientur:ſi perpetua ſerie a ternario ſurgētib⁹ triplis/numeri a ſeptenario ſeſe continuo ſeptenario excedentes comparabūtur.

4 Dupli ſeſquiquarti naſcētur:ſi a quaternario continue quadruplis/numeri a nouenario ſeſe continue nouenario tranſſilientes coaptabūtur/comparabūturqꝫ. et hoc pacto ſeſquiquinti ex quincuplis et vndenarijs et eque in reliquis perfacilis eſt inuentio.

Mul ti pli ciū ſu per par ti en tiū pꝛo pꝛi e ta tes.

1 Dupli ſuperbipartiētes naſcētur: ſi octonarius ternario/et cōtinue ſe octonario tranſgredientes/continue ſe ternario excedentibus comparabūtur.

2 Dupli ſupertripartientes certa lege naſcentur:ſi ab vndenario ⁊ ſe cōtinue eodē numero excedentes/quaternario et ſe quoqꝫ indiſcontinuata ſerie iugiter quaternarij ſumma tranſſilientibus/continue comparabuntur.

3 Et dupli ſuperquadripartiētes:a decimoquarto et ſe eodem trāſgredientibus et quinario eodēqꝫ ſe excedētibus reperiūtur. Et ita omniū hac induſtria facillima eſt inuentio. Et de triplis ſupbipartiētibus/ſupertripartiētibus ⁊ quibuſlibet alijs hac arte facile ſeries colligitur.

Nu me ri pla ni et ſo li di pꝛo pꝛi e ta tes.

1 Omnis numerus planus in triangulos eſt reſolubilis.

2 Omnes figure plane ſibi pꝛoxime adinuicem comparate/ vt tetragon⁹ trigono/ ⁊ pentagonus tetragono/et hoc pacto cōſequētes:ſeſe triangulo ſuperant.

3 Omnis numerus ſolidus:pꝛimoꝛdium ſui tenet pyramidem.

Spe ci e rum nu me ri pla ni pꝛo pꝛi e ta tes.

1 Omnes trigoni ſurgunt: ſi diſpoſita naturali numeroꝛum quātitate/pꝛioꝛibus ſemper pꝛoxime ſequens adijciatur.

2 Tetragoni/ſunt omnes qui numeris naturaliter et in longū ⁊ in latum duplici ſerie diſpoſitis/ ⁊ inſeinuicē quolibet in quēlibet ductis:angulares reperiūtur. Angulares dicuntur: qui ſurſum a monade diametralem ſeriem ad angulum e regione oppoſitum complent.

Omnes tetragoni: ex naturali ſerie ordinatis imparibus in vnã ſummã coacer- 3
uatis collectiſq; naſcuntur.

Omnis tetragonus: ex duobus proximis quibuſq; trigonis exurgit cõpoſitus. 4

Tetragoni: ſumptis quarũcunq; ab vnitate continue ſimiliũ habitudinũ nume- 5
ris/locis imparibus vno ſemper in medio intermiſſo ſumuntur.

Omnes tetragoni: vna medietate iunguntur. 6

Si tetragonus tetragonum multiplicet: tetragonus prouenit. 7

Si vero tetragonus altera parte longiorem: nunꝙ proueniet tetragonus. 8

Pentagoni ſurgũt ex nũeris naturali ſerie ab vnitate ſequẽtibus: duoꝝ cõtinuo 9
poſt pẽtagonũ facta ĩtermiſſiõe/ vna cũ priore vel priorib9 pẽtagonis collectis.

Omnis pentagonus: ex toto tetragono et proxime minori trigono cõponitur. 10

Hexagoni: hoc pacto tribus in medio dimiſſis generantur. 11

Omnis hexagonus: ex trigono et proxime ſequenti pentagono conſtituitur. 12

Heptagoni: quattuor in medio hoc pacto dimiſſis numeris generantur. 13

Omnis heptagonus: ex hexagono et proxime inferiori trigono conſtituitur. In 14
creatione huius figure duo trigoni proxime minores debent eminus ↄſtitui.

Octogoni: quinq; gignuntur intermiſſis. 15

Omnis octogonus ex heptagono & proximo ſub ſe trigono ſurgit cõpoſitus. Et 16
hoc pacto de ennagonis/ decagonis/ endecagonis/ dodecagonis continue vno
plura intermittẽdo ſentiẽdum eſt. & ex proximis minoribus figuris & trigonis
ꝓxime ſub illis minorib9 inſtar alioꝝ ↄſtituũtur. Quo fit vt oẽs figure ex trigo-
nis ↄſurgere & in eoſdẽ reſolui facillime deprehendanꝶ: qđ cũ ad Pythagoricã
tum ad nõnulloꝝ Platonicoꝝ intelligentiã nõ nichil preſidij affert & momẽti.

Al te ra par te lon gi o ris pro pri e ta tes.

Altera parte lõgiores: ex diſpoſitis naturaliter paribus adinuicem coaceruatis 1
perinde ac quadrati ex imparibus procreantur omnes.

Omnis altera parte longior procreabitur: ſi naturaliter ordinati pares/ in natu- 2
raliter diſpoſitis imparibus ſingulatim ducantur

Omnes longilateri/ alteraq; parte longiores circũſtant angulares quadratos: 3
duabus naturaliter numeroꝝ ſeriebus ſecundũ longum latumq; diſpoſitis et
in ſeinuicem ductis.

Singuli altera parte longiores naturaliter diſpoſiti/ ſingulis quadratis itidem 4
diſpoſitis cõparati: omnẽ numeroꝝ partẽ gignunt/ & procreãt.

Singuli altera parte longiores naturaliter ſiti/ ſingulis tetragonis a ſecũdo na- 5
turaliter ordinatis cõparati: ſimiliter omnes reſtituent ſuperparticulares.

Altera parte lõgiores: differẽtijs parib9 ꝑinde ac quadrati iparibus diſiunguntꝶ. 6

Altera parte longiores cõtinue in ꝓximoꝝ quadratorum medio collocati: eandẽ 7
proportionis habitudinẽ ſeruant. iterũq; a dupla ꝓportione in omnẽ ſuppar-
ticularium ſpeciem ſe porrigunt atq; diffundunt.

Omnis altera parte lõgior bis ſumptus cũ duobus altrinſecis quadratis coacer 8
uatus: quadratum efficit.

Proximi quiq; altera parte longiores cum duplo medij quadrati itidem tetra- 9
gonum efficiunt.

Parte altera lõgiores duplati/ ſuis duob9 altrinſecis quadratis aggregati: qua- 10
dratos reddunt ſed quos aliquis impar numeret.

Proximi altera parte longiores cum duplo medij quadrati/ itidem quadratos ſed 11
quos numerus par numeret: efficiunt.

Altera parte longiores naturaliter ordinati/ ſinguli ſingulis naturalem ſeriem 12
ſeruãtibus quadratis copulati: cõtinua ſerie triãgulares numeros cõſtituunt.

Omnes altera parte lõgiores: ↄtinuo ex quadratis vno detracto latere naſcũtur. 13

14 Altera parte longiores cõtinue alternatim quadratis interiecti: ad quadratos habitudinũ ſimilitudinẽ/ nõ autem differentiarũ ſeruãt. Contra vero intercepti quadrati ad altera parte longiores relati/ cõtinue differentiarũ equalitatẽ: nõ autem proportionũ retinent/ obſeruantq; ſimilitudinem.

15 Alternatim cõſtitutis altera parte longioribus atq; quadratis: a binario differẽtie duplãtur/ et adinuicẽ eandẽ que ⁊ totorũ eſt inter ſe/ ſeruãt habitudinem.

Py ra mi dis pro pri e ta tes

1 Omnis pyramis/ ex aliqua numerorũ multangula figura/ cui omnes cõgenee/ ſimileſq; figure ſuperponãtur: conſurgit.

2 Cuiuſlibet pyramidis baſis: eſt multanguloꝝ numerorum in pyramidis ſtructuram aptatorum maximus.

3 Pyramis trigona: ex continue trigonis ad vnitatẽ vſq; ſupra ſeinuicem erectis/ gignitur.

4 Et tetragona ex tetragonis/ et pentagona ex pentagonis/ hexagona ex hexagonis hoc pacto ſupra ſeinuicem erectis et ita deinceps.

Cu bi pro pri e ta tes

1 Cubi ꝓducentur õnes: ſi diſpoſitis naturaliter poſt vnitatẽ imparib⁹/ duo primi cõiungãtur. poſt quos/ alij tres. poſt quos/ quattuor. et hoc pacto cõſequenter.

2 Numeri cubi: duabus eiuſdem proportionis medietatibus iunguntur.

3 Si cubus cubum multiplicet: cubi forma conficitur.

4 Si cubus altera parte longiorẽ numeret: nunq̃ naſcetur cubus.

Me di e ta tis A rith me ti ce pro pri e ta tes

1 Medietas Arithmetica: ſuoꝝ terminoꝝ ſemꝑ ꝓportionũ diſſimilitudinẽ gerit.

2 Medietas Arithmetica cõtinue naſcit: ſi naturalis nũeroꝝ ſeries indiſcõtinuata ꝓtrahatur. Similiter ⁊ numeris hoc modo digeſtis: ſi ſimili intercapedine abinuicẽ diſtantes/ cõtinue accipiãtur. Quo fit vt pares: naturaliter ſeſe cõſequẽtes/ itidem ⁊ impares hanc medietatis normã inuiolabiliter ſeruent

3 Arithmetice medietatis coniuncte medius terminus: extremorũ ſimul iunctoꝝ eſt medietas.

4 Arithmetice medietatis diſiuncte extremi ſimul iuncti: collectis/ coniunctiſq; medijs adequantur.

5 Eiuſdem medietatis/ vt termini ad ſeipſos: ita differentie ad differentias.

6 Medietas Arithmetica cõiuncta: ſub extremitatibus minus cõtinet eo numero qui ex medietate cõficitur/ quãtum poſſunt ſub ſe due differentie q̃ inter ipſos ſunt terminos conſtitute.

7 Diſiũcta vero tanto minus ſub extremitatib⁹ cõtinet eo qui cõtinet ſub medijs: quantũ eſt quod fit ex differentia maximi ad vnum mediorum/ in differẽtiam medij eiuſdem ad minimum.

8 Huius medietatis quotcũq; cõtinue diſpoſitoꝝ nũeroꝝ minores termini maiores ꝓportiones: maiores vero/ minores proportionũ habitudines cõtinue ſeruãt.

9 Arithmetice medietatis determinatorũ extremorũ medius reperitur numerus: ſi extremorum cõiũctorum medietas accipitur.

Geo me tri ce me di e ta tis pro pri e ta tes.

1 Geometrice medietatis quorũcunq; terminoꝝ cõtinue diſpoſitorum et maiorũ et minorũ terminorũ equales ſunt proportionũ habitudines.

2 Geometrica medietas ſuoꝝ terminoꝝ cõuerſam ſeruat ꝓportionalitatẽ/ vt ſemꝑ ſi prim⁹ ad ſcd̃m queadmodũ ſecũdus ad tertiũ: ita ecõuerſo tertius ad ſecũdũ vt ſecũdus ad primũ. quod ⁊ in diſiũcta medietate ſimiliter euenire cognoſcit.

Eadem quoqꝫ medietas quatuor terminis diſtributa:ſemꝑ permutatã ꝓportio- 3
nalitatem retinet. vt ſi quẽadmodũ primus ad ſecundũ/ſic tertius ad quartũ:
ita vt primus ad tertium/et ſecundus ad quartum.

Medietatis geometrice:terminoꝝ et eorũdem differentiarũ ſimilis eſt ꝓportio. 4

Medietatis geometrice que in multiplicibus exiſtit:maior numerus ad minorẽ 5
cõparatus/ipſum minorẽ ſuam habet differentiã/aut multiplicẽ minoris/vno
minus ꝙ̃ maioris ad minorem ſit habitudo.

In ↄtinua medietate geometrica:qđ ↄtinet̃ ſub extremis/equũ eſt ei q̇ ex medio 6
in ſe ducto naſcit̃. Et in diſcõtinua:ei q̇ fit ex duab⁹ in ſe ductis medietatib⁹.

Continue ꝓportionalitatũ ſpecies:quadratis ab vnitate ⁊ altera parte longiori- 7
bus alternatim vna ſerie diſpoſitis/ a prima multiplicitũ medietate in omnes
ſuperparticularium habitudines/ proportioneſqꝫ diſcurrunt.

Geometrice medietatis determinatis extremis/medius ꝓportionalis reperitur: 8
ſi numeri ſub extremitatibus contenti tetragonicũ latus accipiatur.

Me di e ta tis har mo ni ce pro pri e ta tes

Medietas harmonica in maioribus terminis maiorẽ ſeruat proportionem. 1

Muſice medietatis medius terminus in collectas extremitates ductus: duplũ 2
numero qui fit ex extremo in extremum producit.

Muſice medietatis determinatis extremis/ medius reperitur terminus:ſi per 3
extremoꝝ coniunctoꝝ numerũ/numerus qui ex differẽtia extremorũ in mini-
mum conſurgit diuiditur/ iſqꝫ qui ex diuiſione relinquitur accipiat̃/ atqꝫ mi-
nimo extremo aggregetur. diciturqꝫ is nũerus qui ex diuiſione relinquitur:
latitudo/latitudiniſqꝫ latus.

Contingit ex harmonica medietate:primordiũ conſonantiarum conſonantiaſqꝫ 4
muſicas omnes elicere.

Re li qua rũ me di e ta tũ pro pri e ta tes

Si quarte medietatis extremi adinuicẽ ſunt habitudinis duple: qđ ↄtinetur ſub 1
maximo ⁊ medio/duplũ eſt ei qui cõtinetur ſub medio ⁊ minimo. Et oĩno que
habitudo maximi ad minimũ:ea erit eius qđ ſub maximo ⁊ medio continetur
ad id qđ continetur ſub medio ⁊ minimo.et id in omni medietate cõmune eſt.

Si quinte medietatis medius ad minimũ ſit duplus:quod ↄtinetur ſub maximo 2
terminoꝝ et medio/duplũ erit ad id quod continet̃ ſub extremis. Et oĩno que
habitudo medij ad minimũ:ea erit numeri qui fit ex maximo in medium ⁊ mi-
nimum.et id quoqꝫ omnibus publicum atqꝫ cõmune eſt.

Diuus Seuerinus medietatũ denariã Pythagore plenitudinẽ impleuit:Iorda
nus autem denario vnitatem adiecit.

Denarius medietatũ Boetij.

Prima	1.2.3.
Secunda	1.2.4.
Tertia	3.4.6.
Quarta	3.5.6.
Quinta	2.4.5.
Sexta	1.4.6.
Septima	6.8.9.
Octaua	6.7.9.
Nona	4.6.7.
Decima	3.5.8.

Undenarius medietatũ Iordani.

Prima	1.2.3.
Secunda	1.2.4.
Tertia	3.4.6.
Quarta	1.4.6.
Quinta	6.9.11.
Sexta	3.4.6.
Septima	3.4.7.
Octaua	4.6.7.
Nona	3.5.6.
Decima	6.7.9.
Undecima	6.8.9.

Formula proprietatū ex Boetio reperiendarū/ atq; ex Jordano demonſtrandarum.

¶Di uus Se ue ri nus Bo e ti us. ¶Jor da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propoſitio.	Liber.
Numerus.				
1	7	1	2	1
2	7	1	2	1
Numerus par.				
1	5	1	2	7
2	5	1	2	7
3	45	2	10	7
4	46	2	12	7
Numerus impar.				
1	5	1	3	7
2	46	2	11	7
3	0	0	10	7
Numerus pariter par.				
1	9	1	31	7
2	9	1	29	7
3	9	1	32	7
4	9	1	54	7
5	9	1	25	4
6	9	1	26.40	2.7
Numerus pariter impar.				
1	10	1	33	7
2	10	1	34	7
3	10	1	35	7
4	10	1	35	7
5	10	1	2	1
6	10	1	3	1
Numerus impariter par.				
1	11	1	37	7
2	11	1	38	7
3	11	1	40	7
Numerus perfectus				
1	20	1	0	0
2	20	1	60	7
Numerus diminutus et abundans				
1	0	0	55	7
2	0	0	55	7
Numerus primus et compoſitus				
1	0	0	1	3
2	0	0	2	3
3	17	1	25	7
4	17	1	25	7
Numerus ad alterum primus.				
1	17	1	12	3
2	18	1	15	3
Equalitas/ inequalitas				
1	32	1	70	9
2	32	1	70	9
3	1	2	75	9

Digitized by Google

¶ Di uus Se ue ri nus Bo e ti us. ¶ Jor da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propoſitio.	Liber.
Multiplex.				
1	26.27.	1	38.70	9
2	25	1	37	9
3	25	1	52	9
Species multiplicis.				
1	25	1	38	9
2	25	1	38	9
3	25	1	38	9
Superparticularis.				
1	24	1	52	9
2	24	1	37	9
Species ſuperparticularis.				
1	24	1	38	9
2	24	1	38	9
3	24	1	38	9
Superpartiens				
1	28	1	52	9
2	28	1	42	9
Species ſuperpartientis				
1	28	1	7	2
2	28	1	7	2
Multiplex ſuperparticularis				
1	29	1	43	9
2	29	1	7	2
3	29	1	7	2
4	29	1	7	2
Multiplices ſuppartientes				
1	31	1	7	2
2	31	1	7	2
3	31	1	7	2
Numerus planus.				
1	6	2	0	0
2	19	2	0	0
Numerus ſolidus.				
1	21	2	0	0
Species numeri plani.				
1	9	2	1	8
2	27	1	38	9
3	12	2	26	7
4	18	2	5	8
5	38	2	10	6
6	46	2	4	6
7	46	2	14	6
8	46	2	14.26	6
9	14	2	12	8
10	18	2	12	8
11	15	2	14	8
12	18	2	14	8
13	16	2	21	8

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
14	18	2	21	8
15	16	2	22	8
16	00	0	00	0
Parte altera longior.				
1	26	2	27	7
2	28	2	38	9
3	27	1	38	9
4	33	2	38	9
5	33	2	38	9
6	33	2	27	7
7	33	2	38	9
8	33	2	32	6
9	33	2	31	6
10	33	2	32	6
11	33	2	31	6
12	34	2	11	8
13	35	2	10.5	1.8
14	37	2	38.5.2.22	9.8.1.10
15	37	2	20	10
Pyramis.				
1	23	2	28	8
2	23	2	28	8
3	23	2	27	8
4	23	2	28	8
Cubus.				
1	39	2	18	7
2	46	2	4	6
3	46	2	16	6
4	46	2	17.26	6
Medietas arithmetica.				
1	43	2	1	10
2	43	2	0	0
3	43	2	2	1
4	43	2	3	1
5	43	2	0	0
6	43	2	3	10
7	43	2	20	1
8	43	2	16	2
9	50	2	5	10
Medietas geometrica.				
1	43	2	0	0
2	44	2	1	2
3	44	2	3	2
4	44	2	20	10
5	44	2	5	2
6	44	2	25.26	2
7	44	2	0	0
8	50	2	38	9

¶Di uus Se ue ri nus Bo e ti us. ¶Ior da nus.

Numerorum proprietates.		Caput.	Liber.	Propoſitio.	Liber.
Medietas muſica.					
1		45	2	34	10
2		47	2	37	10
3		50	2	40	10
4	ex muſica	48	2	32	5
Quarta medietas.					
1		51	2	7	2
Quinta medietas					
1		51	2	7	2

¶Epitomes librorum Arithmeticorum Boetij finis.

¶Iacobus Stapulenſis Bernardo Vencario doctori medico numerorum amatori.

COnſideraſti mi Bernarde/ ōnes diſciplinas ad quas generoſo ſpiritu ſit annitendū difficiles eſſe: ſiquidem virtus oīs circa difficile verſetur. verum hanc difficultatem nullos vnq̄ abſterrere: preter eos ſolos qui de re litteraria male meriti quod capere diffidant ceteris diſſuadēt, aut ꝙ ipſis inuideant velut felicioribus/ aut potiꝰ ꝙ eos ipſos neſcire pudibundū ſit. At ſcis q̄ procul p̄ſertim ab hoc preclariſſimo Parhiſienſi ſtudio liuor ōnis abſit/ q̄ ignorātia pellatur/ q̄ꝙ probent Clitomachū Cartaginenſem qui quadrageſimū annum natus: primum ſtudia litterarū petijt. in quibus adeo profecit: vt Carneadi ſederit ſucceſſor. quominus dubitandū eſt hunc locum/ tutam eſſe diſciplinarū ſtationē/ ſecurūq; portum: et vndecūq; aduenerint benigno excipi fauore/ peramicoq; hoſpitio. Quapropter cum Arithmetice et Muſice ſuperioribus diebus in ſtudentium fauorē/ huic loco tanq̄ aſylo cōmitterētur/ voluiſti Rithmimachiā ſimul formari: ludum quidem numerorū non illiberalem/ ſed quē deceat ſtudioſos adoleſcentes cognoſcere/ ne nimium tetrice videantur aduentaſſe diſcipline/ et quo interdum ſtudio defeſſi primi earum Tyrones ſolentur animū et cum vtili ocio/ tum honeſto/ vires cuſtodiant incolumes. tale profecto cōſilium medicū decuit. Et ſi qui hanc ludi honeſtatē amabūt: gaudebunt tua opera poſt ſerias diſciplinas hic eſſe inſertū. Introducūtur Alcmeon mathematicus Pythagore diſcipulus: et Brontinus et Bathillus eius tēporis adoleſcentes. Vale.

Bathillus/ Alcmeon/ Brontinus.

O Almeon q̄ tempeſtiuus ades. Alc. quid hoc o adoleſcentes. Bat. qm̄ nōnichil abs te ego ⁊ Brontinus perdiſcere cupim⁹. Alc. quidnam id o Bathille. Bat. Priuſq̄ in ſecentoꝝ numero Pythagoram cōgrediamur: cupimus in rudib⁹ aliq̄tulum formari. Et cū iam e nocturno ꝯgreſſu redeūt Pythagore diſcipli: ſciſcitamur leuiora quedā que ſilenda non tradiderit. Atq̃ noſipſi iam Abacum atq̃ menſulā perdidicimus. nūc autem ludū quendā querimus inter vos cōfictum: plerūq̃ veſtras curas poſt ſeria ſtudia leuantem/ et quem vos ipſi in numeris vt ⁊ pleraq̃ alia exercere ſoletis. Alc. Rithmimachiā o Bathille forſitan itelligis. Bat. Eā ipſam Alcmeon. Alc. Dic age igitur Bathille quot numeroꝝ ſimplices inequalitates? Bat. Tres: multiplex/ ſupparticularis/ et ſuperpartiens. Alc. Maioris ſcʒ habitudinis ad minorē. et in his tribus generibus oīno conſiſtit ludus a te ⁊ Brōtino nunc a me petitus. Quid maxima harmonia: et quid harmonia minor? Bat. Maxima harmonia eſt cum quattuor numeroꝝ in geometrica medietate cōſtitutoꝝ: extremi ad vnum medioꝝ Arithmeticam/ ad alterū vero Muſicam ſeruāt medietatē. Et harmonia minor ſolū in quattuor terminis duas ſeruat medietates. Et quid medietas Arithmetica/ q̄d Geometrica/ et quid Muſica vocetur: dudum perquiſiuimus/ atq̃ ſatis quid ſint nos ipſi nobis tenere pſuademus. Alc. Recte multa tenes o Bathille. attamen paulo latius hoc in loco noīe vtuntur maxime harmonie: vt ea ipſa dicatur quoties in quattuor terminis minoribus quidē maiores gradatim ſequētibus/ he tres reperiūtur proportionum medietates. mox diſponunt primo duobus ordinibus multiplices ex quattuor primis paribus ortos atq̃ ab ipſis denomiatos: duplos/ quadruplos/ ſeſcuplos/ octuplos in leui/ planaq̃ area que ſit ſexaginta quattuor quadris ſpacijs dirempta/ alternis ſe interſecantibus lineis. poſt quos itidem duobus ordinibus conſimiles ſuperparticulares locant: ſeſqualteros/ ſeſquiquartos/ ſeſquiſextos/ atq̃ ſeſquioctauos. dehinc conſimiliter ſuppartientes illis quidem affines/ atq̃ congeneos: ſuperbipartientes/ ſuperquadripartientes/ ſuperſextupartientes/ atq̃ ſuperoctupartientes. et ſpacia illa campos vocant et ordinatos in ipſis numeros parium aciem. Et e regione in totidem campis/ ſimiliq̃ proceſſu multiplices ordinant a quattuor primis īparibus ductos atq̃ ab eiſdem denominatos: triplos/ quincuplos/ ſeptuplos/ nōcuplos. poſt quos cōſimiles ſuperparticulares. poſt ſupparticulares cōſimilis affinitatis ſuppartientes/ ſtructeq̃ erunt e regione duobus ordinibus hic imparium/ illic vero imparium acies hoc pacto.

Acies Parium in Rithmimachia.

Duces ſuperpartientium.			25	81	169	289			Calculi quadrā-
Comites ſuppartientium.			15	45	91	153			tales.
Duces ſupparticularium			9	25	49	81			Triquetri.
Comites ſupparticulariū.			6	20	42	72			Triquetri.
Duces multiplicium.			4	16	36	64			Rotundi.
Comites multiplicium.			2	4	6	8			Rotundi.
Primi campi prime aree.									
Primi campi ſecūde aree.									
Comites multiplicium.			3	5	7	9			Calculi rotundi.
Duces multiplicium.			9	25	49	81			Rotundi.
Comites ſupparticulariū.			12	30	56	90			Triquetri.
Duces ſupparticularium.			16	36	64	100			Triquetri.
Comites ſuppartientium.			28	66	120	190			Quadrātales.
Duces ſuperpartientium.			49	121	225	361			Quadrātales.

Acies Imparium in Rithmimachia.

Bat. Satis hanc numerorum aſſituationē apprehendo. Alc. Vbiq̃ conſimiliū reſponſus vt campi ſibi inuicē ſubiecti duplos/ ſeſqualteros/ mox ſupbipartiētes tenēt: et iterū ſibi mutuo ſubiecti quadruplos/ hinc ſeſquiquartos/ atq̃ ſupquadripartiētes. Et hoc pacto de reliquis. Atq̄ aſſignati numeri deſignatos ſibi vendicant calculos eiſdē numeris inſcriptos: multiplices quidē rotundos/ ſupparticulares trigonos/ ſuppartientes tetragonos: excepto deciminoni loci pariū numero qui tetragona Pyramis eſt ſex primis tetragonis orta: ⁊ hinc ſex baſium/ ſexq̃ facierū Pyramis dicit̄. Huic ergo numero mete Pyramidiſq̃ forma debita eſt: que primos ſex quadratos minorib⁹ quidē maioribus ſuppoſitis/ habeat inſcriptos. ⁊ hec pfecta Pyramis nūcupatur: q̄ citra vnitatem eius Pyramidis mucro atq̃ vertex non deficiat. Cōſimili quoq̃ modo viceſimi loci impariū numero imperfecte

Bront. quid eſt Alcmeon ꝙ calculos in officinis extornantiū multicolores ſepenumero egoipſe aſpexerim? Alc. neqꝫ abſurde queris Brontine. hoc ad acierum diſcrimen exiſtimā: ſed duo colores michi ſatis eſſe videntur / vt acies parium ſit nigricans ꝙ pares ad mundū pertineant ſenſibilem. acies autem imparium niuea ſit ⁊ candicans: ꝙ impares / maſculi ſint ⁊ indiuiſue ſemperqꝫ eiuſdē ſubſtantie exprimant ſimilitudinē. Pyramides tamen ob excellentiā cum ſue nature tum diuinitatis quadratorum ſubſtātie ex quorum coaceruatione ſurgunt coaleſcuntqꝫ nobili quodā par eſt inſignire colore. vt perfectam pyramida rubro ⁊ tricurtā ceruleo. Bat. Perfectiorē colorem pyramidi parium tribuis ꝙ ei que preſidet aciei imparū. Alc. Nec iniuria o Bathille. nam et eadē impar eſt ⁊ in eius mucrone ac vertice ſummo reſidet diuinitas. et latus ſue baſis infime: primus eſt a monade perfectus numerus / et ſuarū baſium numerus eiuſdem ſue baſis latus eſt / numeruſqꝫ perfectus. et illa eadē ſua baſis primus eſt ſenſibilium / tertiuſqꝫ mobilium circulus: verūtamen in ordine circulorum tertius. primus enim: ſimpliciſſimus eſt atqꝫ pleniſſimus cuius centrū vbiqꝫ eſt et circūferentia nuſqꝫ. ſecūdus: eſt eternitatis horizon atqꝫ ſupra tempus. tertius: eſt horizon cui ac cum tempore indefeſſa vertigine reuolutus. primus: eſt noſtre pyramidis ſummus mucro / ſummuſqꝫ vertex. ſecundus: ſecunda baſis. tertius: prima / infimaqꝫ baſis. Bat. Paradigmata fingis Alcmeon: ludum querimus non ſymbola. Alc. Recte ammones Bathille. verum ego memetipſum negligebā: et a ſuſcepto officio decrrabam longius. colores ergo veſtri arbitrij ſunto. nam cum et alijs vſi fueritis nichil refert. verum quod ſupereſt his paucis deprehendetis regulis: et quo in re parua modicus vobis ſatis ſit ſermo / regularum Prima ſit hec.

¶ Calculi vndecūqꝫ in vacuos dimoueātur campos: rotundi in ſecundū. trigoni in tertiū. tetragoni cum ſua pyramide in quartum. Bat. Dimoueri in ſecūdum intelligis forte in proximum cāpum. Alc. Ita volunt. eſt enim ſecūdus a ſe: ſed poſt ſe primus. 1

¶ Scd̄a. Calculus oīa quōcūqꝫ recto inceſſu calculū tollere poteſt: ſed angulari atqꝫ obliquo nunqꝫ. 2

¶ Tertia. Numerus numerum partis aduerſe et quātitatis eiuſdē ſuo recto curſu offendens: eūdem tollit. 3

¶ Quarta. Si duo numeri eiuſdem partis / numero partis aduerſe quem iuncti cōſtituūt / circūponantur: clauſum auferunt. hinc fit vt ternarius ⁊ quinarius clauſum octonarium partis aduerſe tollant: et quaternarius ⁊ octonarius duodenarium. et hoc pacto de ſimilibus. 4

¶ Quinta. Si inter duos aduerſe partis numeros vacui interiacentes campi per minorem numerū multiplicati maiorem efficiant: numerus tollitur maior. hinc euenit vt binarius duodenariū ſex interiacentibus campis auferat / et ſextumdenarium octo / ⁊ ternarius ſenariū interiacentibus duob9 / et nouenarium tribus: et quintumdenarium quinqꝫ. 5

¶ Sexta. Quicūqꝫ numerus: cui vt recto calle dimoueatur oīs adēpta eſt poteſtas / tollitur. 6

¶ Septima. Si maxima pyramidis baſis offendit pyramidem: eam tollit. ſi offenditur: tollitur. 7

¶ Octaua. Si numerus per interceptos cāpos multiplicatus baſim pyramidis maximam reſtituat: eandem tollit. 8

¶ Nona. Si alie baſes pyramidem offendant / cōſimilis in campis (ſi adeſt) auferat: et idem eueniat ſi numerus per interualla multiplicatus aliquā illarū baſium efficiat. ſi offendātur: eedem tollantur. 9

¶ Decima. Victoria partis eſt ſi in aduerſis caſtris maxima conſtituitur harmonia. inde ſed inferior ignobiliorqꝫ: ſi conſtituitur harmonia minor. 10

¶ Undecima. Calculi acquiſiti ad complendam harmoniam aduerſe parti auxiliares accipiuntur. 11

¶ Duodecima. Cum maxima harmonia paratur: calculus ad complēdam harmoniam acquiſitus / a ſuo loco non dimouetur. 12

Maxime	d	c	b	A				
Victorie	2	3	4	6	2.4.6 Medietas arith.	2.3.4.6 Geo.	2.3.6 har.	1
Pro acie	4	6	8	12	4.8.12 Medietas arith.	4.6.8.12 Geo.	4.6.12 har.	2
Parium	6	8	9	12	6.9.12 Medietas arith.	6.8.9.12 Geo.	6.8.12 har.	3
	4	6	9	12	6.9.12 Medietas arith.	4.6.9 Geo.	4.6.12 har.	4
	2	9	16	72	2.9.16 Medietas arith.	2.9.16.72 Geo.	9.16.72 har.	5
Maxime	3	5	15	25	5.15.25 Medietas arith.	3.5.15.25 Geo.	3.5.15 har.	1
Pro acie	5	9	45	81	9.45.81 Medietas arith.	5.9.45.81 Geo.	5.9.45. har.	2
Impariū	5	25	45	225	5.25.45 Medietas arith.	5.25.45.225. Geo.	25.45.225. har.	3
Minores	5	15	25	45	5.25.45 Medietas arith.	5.15.45. Geometrica.		1
Victorie	12	15	16	20	12.16.20 Medietas arith.	12.15.16.20 Geometrica.		2

Prime maxime victorie
conſonantie muſice
A b diapente
B c diateſſaron
A c diapaſon
A d diapaſon ac diapente
B ad driam c d bis diapaſon

Secunde maxime victorie
conſonantie muſice
A b diapente
B c diateſſaron
A c diapaſon
A d diapaſon ac diapente
B ad driam c d bis diapaſon

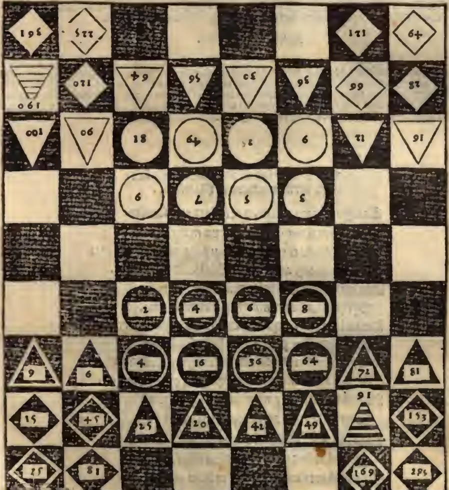
Tertie maxime victorie
conſonantie muſice.
A b diateſſaron
B c tonus cōſonantiarū principiū.
A c diapente
A d diapaſon
A ad driā a c diapaſō ac diapēte
C ad driam c d bis diapaſon

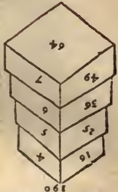
¶ Minores victorias perpaucas poſui: vt vos venatoribus ſimiles relinquā: qui magis fere inuētione ꝙ oblata ſine venatione gaudere ſolent. Ex tribus tamen Bathille preceptis minorum victoriarum cognitio pendet.

¶ Primum. Datos duos camporū numeros iunge: iunctorū dimidiū eſt inter eos in Arithmetica medietate medius numerus.

¶ Secundum. Datis itidem duobus numeris / duc primū in ſecundum: et ꝓducti accipe latus tetragonicum. et illud eſt eoꝝ rationis geometrice medius numerus.

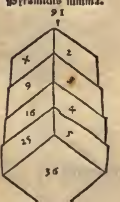
¶ Tertiū. Datos duos numeros aggrega: et qui aggregatus eſt ſerua. duc primū in ſecundū / ꝛ ꝓductum dupla / et duplatū diuide per ſeruatum aggregatū: et qui ꝓuenit eſt illorū numeroꝝ harmonice ꝓportionalitatis medius. Et ſi hoc pacto quēadmodum hec tria docent precepta integros numeros non reperias: numeri dati nullos habebūt in illa ratione / ꝓportionalitateq medios. ꝛ non modo minores victorias: ſeu ſint ex Arithmetica et Geometrica / ſeu ex Arithmetica et Harmonica / ſeu ex Geometrica et Harmonica reperias: ſed ꝛ ſi volueris maximas. Verū ſolēt o Bathille aliter cāpos / acierum duces / comiteſq ordinare. vt area ſit cāporum ſexagintaquattuor. aut limite camporū medio aciem vtrāq dirimente ſuperadiecto / duorum atq ſeptuaginta.





Pyramidis ſumma.

Pyramidis ſumma.



tur/ et vitam ſine crimine tranſigunt innocuam/ labeq; carẽtem. hoc illis ſtudium/ hoc ſolamen/ hec vigilantiſſima cura:

Vt ſeſe totos rimentur ad vnguem
Ne quid hiet/ ne quis perturbet ſe angulus/ equis
Partibus vt coeat/ nil vt declinet amuſſis.
Nec prius in dulcem declinant lumina ſomnum:
Omnia q̃ longi reputarint acta diei.
Quo pretergreſſi/ quid geſtum in tempore/ quid non.
Offenſi prauis: dant palmam et premia rectis.

¶ Tales candidi diſcipulos decet eſſe Pythagore. Ergo meum conſilium eſt o Bathille ꝛ Brõtine generoſi adoleſcentes: vt tantiſper ludo indulgeatis dum tenerior etas vos ad altiora conſcẽdere nõ ſinit/ dum tardat aditum. mox autem pluſculo robuſtiores animo facti: noſtrum ſilentium querite/ ꝛ vos noſtro cetui comites aſciſcite/ vitam ſemper que frugi ſit querentes innocuam. et me potius magiſtro (aut ſi mauultis vobiſcũ condiſcẽte) doctrinã/ moreſq; q̃ iocos diſcite. vos autẽ dum etas tenerruſcula patitur: a iunioribus que periti ludi ſuperſunt vel q̃facillime diſcetis/ nunc q; ambo recte valete. Bat. Nos q̃ valem⁹/ q̃q; poſſum⁹ o Alcmeon ego ꝛ Brontinus: bonas pro tue humanitatis officio habemus nunc/ habebimuſq; ſemp gratias. ꝛ cognoſcimus te preter dignitatem hec minutula percõtatos eſſe. qđ vero ſupereſt nobis facile vendicabimus. atq; tu interim dum te ad ſeria magis erga nos vtemur preceptoris opera: noſtri ſemper memor feliciſſimus valeto.

Rithmimachie Finis.

¶ Has duas Quadriuij partes et artium liberalium precipuas atq; duces cũ quibuſdam amminiculariis adiectis: curauit ex ſecunda recognitione vna formulis emẽdatiſſime mandari ad ſtudiorum vtilitatem Henricus Stephanus ſuo grauiſſimo labore et ſumptu Parhiſijs Anno ſalutis domini: qui omnia in numero atq; harmonia formauit 1514. abſolutumq; reddidit eodẽ anno: die ſeptima Septembris/ ſuum laborem vbicunq; valet ſemper ſtudioſis deuouens.

G. Gonterius Cabilonenſis: in laudem Arithmetices et Muſices.

Tempore iam multo docte latuere ſorores:
Quas retinet comites flaua minerua ſuas.
Nunc placide terras poſt tempora multa reuiſunt:
Grataq; ante alias Gallica terra placet.
His olim celebris fuit omnis Acaica tellus:
Pythagora patriam diffugiente ſamon.
Hellada nunc linquunt/ et doctas palladis vrbes:
Sequanioſq; petunt/ parhiſioſq; lares.
Hec venit omnimoda numerorum cincta caterua:
Atq; docet numeris quidquid in orbe ſitum eſt.
Altera dulciſono cantu/ fidibuſq; canoris
Edomuiſſe viros traditur atq; feras:
Que ſua Pierijs tenet vnica nomina muſis/
Q; nichil hac muſis gratius eſſe ſolet.
Attamen artificem ſtapule miſere martine:
Qui leta hoc ſtudijs fronte dicaret opus.
Hoc ſolum ſtudium atq; hec illi cura: iuuare/
Irritus et ne ſit/ diſpereatq; labor.